FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

VERHANDELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

5.06 (49.2)A

ZES EN TWINTIGSTE DEEL.

MET PLATEN.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1888.

23-11120C March 21

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZES EN TWINTIGSTE DEEL.

N. W. P. RAUWENHOFF, ONDERZOEKINGEN OVER SPHAEROPLEA ANNULINA AG. *Met twee platen.*

K. F. WENCKEBACH (MED. CAND.), DE EMBRYONALE ONTWIKKELING VAN DE ANSJOVIS, (ENGRAULIS ENCRASICHOLUS). *Met een plaat.*

VERSLAG VAN DE COMMISSIE TOT ONDERZOEK NAAR DE MATE, WAARIN WATER ONDER VERSCHILLENDE DRUKHOOGTE DOOR ZANDMASSA'S VAN VERSCHILLENDE SAMENSTELLING EN BREEDTE STROOMT. *Met zeven platen.*

DR. J. D. R. SCHEFFER, ONDERZOEKINGEN OVER DE DIFFUSIE VAN EENIGE ANORGANISCHE EN ORGANISCHE VERBINDINGEN.

C. H. D. BUYS BALLOT, VERDEELING DER WARMTE OVER DE AARDE. *Met vijf platen.*

V. A. JULIUS, OVER DE LINEAIRE SPECTRA DER ELEMENTEN.

———— OVER DE DUBBELLIJNEN IN DE SPECTRA VAN NATRIUM, MAGNESIUM EN ALUMINIUM.

ONDERZOEKINGEN

OVER

SPHAEROPLEA ANNULINA Ag.

DOOR

N. W. P. RAUWENHOFF.

In het vroege voorjaar van 1883 ontving ik een zeker aantal Oösporen of Zygoten uit de op de jaarlijksche zaadlijst van het Johanneum te Gräz aangeboden voorwerpen, welke in water uitgezaaid en in eene warme kas geplaatst in de maand Maart, binnen weinige dagen ontkiemden. Deze plantjes boezemden mij belang in, voornamelijk wegens de machtige eelstofwoekeringen, (door RABENHORST, *Kryptogamenflora*, 1863, p. 242, Schijnwanden genoemd), waarvan LEITGEB in eene noot der bovengezegde zaadlijst gewag maakte, en welke mij toeschenen voor de studie van de vorming van den cellulosewand niet onbelangrijk te wezen. Het nader onderzoek der jonge plantjes en hunner verdere ontwikkeling leerde mij echter zooveel merkwaardigs in deze kleine organismen kennen, dat eene beschrijving van de levensgeschiedenis van Sphaeroplea mij niet van belang ontbloot scheen. Wel heeft Sphaeroplea annulina reeds voor jaren in COHN een voortreffelijken bewerker gevonden (in *Monatsberichte d. Kön. Akad. d. Wissensch.* in Berlijn, Mai 1855, p. 335—351, en *Annales des Sciences naturelles* 4e Série, Botanique V, p. 187—208), en is dien ten gevolge reeds lang betrekkelijk meer bekend dan vele andere Algen, doch deels zijn in COHN's verhandeling, hoewel in vele opzichten een meesterstuk, onderscheiden bijzonderheden niet vermeld welke mijne exemplaren vertoonden, ten andere was na de verschijning van COHN's opstel, thans reeds 30 jaren geleden, de plant, zoover

mij bekend is, niet weder opzettelijk onderzocht, zoodat een vernieuwde studie en eene toetsing van COHN's resultaten, in het licht onzer tegenwoordige kennis van de Algen, mij niet overbodig scheen.

Bij COHN's onderzoek was het hoofdmoment de ontdekking der beide geslachtsorganen bij eene groene, veelcellige Alge; eene ontdekking van groot gewicht, omdat toen ter tijde uit de geheele afdeeling der Algae geene voorbeelden van geslachtelijke vermenigvuldiging bekend waren, dan die der Fucaceeën door het klassieke onderzoek van THURET * aan het licht gebracht, en die van Vaucheria, door PRINGSHEIM medegedeeld †. Ook waren toen de voorstellingen aangaande den aard van het bevruchtingsproces nog niet geheel helder, zoodat zelfs de ontdekker der sexualiteit bij de Algen (PRINGSHEIM) deze voor geheel iets anders hield dan de Copulatie, en DE BARY in zijn werk over de Conjugatae (p. 51—62) een lang betoog noodig oordeelde om de innige verwantschap tusschen Copulatie en bevruchting aan te toonen. Dit is thans geheel anders geworden, en wij kennen tegenwoordig van de meeste Algen niet alleen de ongeslachtlijke, maar ook de geslachtlijke vermenigvuldiging, die met elkander alterneeren en waarvan de laatste op verschillende wijzen kan plaats hebben, zoodat zelfs hiernaar de Algen in groepen verdeeld worden.

Toch biedt ook nu nog de aan het hoofd van dit opstel genoemde plant in hare ontwikkeling en sexueele vermenigvuldiging menig voor het onderzoek belangrijk moment aan.

Dit laatste mag vreemd schijnen, na de algemeene belangstelling en studie aan de Algen reeds zoo vele jaren lang gewijd, doch kan wellicht verklaard worden uit het zeldzaam verschijnen van Sphaeroplea annulina Ag. De plant vertoont zich namelijk slechts hier en daar, op enkele tijdstippen en onder invloed van bepaalde omstandigheden. EHRENBERG heeft vele jaren geleden, groote oppervlakten gronds in de nabijheid van Berlijn met een roode korst daarvan bedekt gezien, die aan een gevallen bloedregen deed denken; in de omstreken van Bremen vond TREVIRANUS de plant op vroeger overstroomde plaatsen; en COHN zag ze te Breslau voor het eerst in de laatste dagen van October 1885 op een aardappelveld, dat twee maanden te voren door de Oder overstroomd was geweest. Na het droogloopen van den grond, werd deze allengs met een dicht net van draden overdekt, dat van boven menierood, en aan de onderzijde groen gekleurd was.

Na dien tijd vindt men van het verschijnen van Sphaeroplea niet meer gewag

---

* *Ann. des Sc. nat.* 3e Série XVI., 4e Série II en III.

† *Monatsber. d. Berl. Akad.* März 1855.

gemaakt, totdat in den zomer van 1882 LEITGEB ze in groote hoeveelheid in het bassin van een springbron bij Gräz aantrof. * De gelegenheid tot onderzoek van Sphaeroplea heeft zich dus vroeger niet dikwijls aangeboden.

De voorloopige uitkomsten van mijn onderzoek heb ik in het kort medegedeeld in de openbare zitting der Afdeeling Natuurkunde der Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam van den 26 Mei 1883, blijkens Proces-Verbaal dier Zitting, welke mededeeling ook in het Hoogduitsch is opgenomen in *Botan. Centralblatt* van dat jaar Bd. XV. N°. 12, p. 398.

Door verschillende omstandigheden is echter de uitvoerige bewerking en de publicatie mijner waarnemingen tot heden achterwege gebleven. Inmiddels is door enkelen de aandacht nader op deze merkwaardige plant gevestigd. Voorcerst heeft HEINRICHER te Gräz, die over de aldaar verschenen vegetatie, waarvan de door mij van Prof. LEITGEB ontvangen sporen afkomstig waren, beschikken kon, en van mijne mededeeling kennis genomen had, weinige maanden later (den 23 Oct. 1883) in de *Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft* Bd. I. Heft 8, p. 433—450 een onderzoek van Sphaeroplea bekend gemaakt, dat in enkele punten van mijne uitkomsten afwijkt. Ten anderen heeft KNY in de VI^de^ Abtheilung zijner voortreffelijke Wandtafeln ook drie platen aan Sphaeroplea annulina gewijd en in de beschrijving daarvan, behalve met het klassieke onderzoek van COHN, ook met de resultaten van HEINRICHER en van mij rekenschap gehouden.

Bovendien is in de laatste jaren door de onderzoekingen van STRASBURGER en anderen over celdeeling en kerndeeling en over de wijzen van wandverdikking, en niet minder door de geschriften van SCHMITZ, TREUB, SCHIMPER en anderen over veelkernige cellen en Chromatophoren onze kennis op dat gebied aanzienlijk verrijkt.

Dit alles heeft mij aanleiding gegeven, om mijn onderzoek van Sphaeroplea annulina ten opzichte der genoemde punten ook na 1883 te herhalen en uit te breiden, zoodat ik thans beter dan toen in staat ben, om de bijzonderheden dezer merkwaardige Alge te doen kennen. Ik heb dien ten gevolge op één punt mijn vroeger resultaat moeten wijzigen, daar het mij gelukt is, in Sphaeroplea

---

* Uit de wintersporen of Zygoten van deze planten zijn, gelijk boven gezegd, de voorwerpen ontstaan, die voor mijn onderzoek gediend hebben. In den daarop volgenden zomer vertoonde, gelijk LEITGEB mij in Dec. 1883 schreef, Sphaeroplea zich weder in groote massa's op dezelfde plaatsen. Dat ook deze planten, even als de door mij gekweekte, vruchtbaar waren en tot nieuwe generatiën aanleiding gaven, zal onder blijken. Men mag hieruit vermoeden, dat, zoo de aandacht op deze plant gevestigd blijft, zij thans, even als andere Algen, jaarlijks wel in levenden toestand beschikbaar zal zijn.

talrijke kernen te ontdekken, die ik vroeger niet kon vinden, maar overigens heb ik meer en meer bevestigd gezien, wat ik reeds aan het slot mijner voorloopige mededeeling uitsprak, dat de genoemde plant een merkwaardig object is voor de nadere studie van de vorming van den celwand, van de rol van het protoplasma en van de ontwikkeling en functie van oöspheeren en spermatozoïden. Dit moge uit het hieronder volgende nader in bijzonderheden blijken.

Algemeene levensgeschiedenis.

Over de algemeene levensgeschiedenis van Sphaeroplea annulina Ag. kan ik kort zijn, daar deze in hare hoofdtrekken reeds door het voortreffelijk onderzoek van Cohn in 1855 bekend is, en de latere nasporingen diens resultaten bevestigd hebben. *

Onze Alge, tot eene afzonderlijke familie (der Sphaeropleaceae) der Chlorophyceae gebracht, komt, gelijk gezegd, slechts zeldzaam voor in zoet water en bij voorkeur op plaatsen die tijdelijk overstroomd worden. Zij vertoont zich soms eensklaps in groote massa's, om dan jaren achtereen niet weder gezien te worden.

In dezen vegetatieven toestand zijn het lange, onvertakte, evenals Spirogyra, Oscillaria, e. a. in het water zwevende draden, aan beide einden, wanneer zij niet gebroken zijn, toegespist en in een langen zweepvormigen draad uitloopend, zoodat beide uiteinden gelijk zijn. Door dwarswanden, loodrecht op de lengteas der plant, op zeer ongelijke afstanden van elkander geplaatst, wordt de draad in een aantal lange cilindrische cellen verdeeld, waarvan de lengte met betrekking tot de dikte zeer verschillend, maar in het algemeen zeer aanzienlijk is. Kny heeft eenige dier cellen gemeten en gevonden dat in het midden van den draad de genoemde betrekking gewoonlijk is als 35 : 1 tot 25 : 1, maar somwijlen klimmen kan tot 47.2 : 1. Ik heb somwijlen zelfs cellen aangetroffen, waarvan de lengte tot de breedte stond als 90 : 1. Nu en dan komen echter ook cellen voor, wier lengte de breedte weinig of niet overtreft.

Aangaande die dwarswanden vermeldt Cohn geene bijzonderheden, noch in zijne beschrijving, noch in de platen zijner verhandeling in de *Ann. des*

---

* Om die reden geef ik hier ook geene andere afbeeldingen en figuren, dan die op mijne onderzoekingen betrekking hebben. Voor den habitus van Sphaeroplea annulina in verschillende toestanden van ontwikkeling en voortplanting mag ik den lezer verwijzen naar de afbeeldingen in de bovengenoemde werken van Cohn, Heinricher en Kny.

sc. nat., maar het uit Gräz afkomstige materiaal, dat voor mijne proeven en evenzoo voor de waarnemingen van HEINRICHER en van KNY gediend heeft, vertoont de dwarswanden als dikke balken of proppen van allerlei vormen, waarover zoo aanstonds het een en ander zal gezegd worden. Dit heeft HEINRICHER aanleiding gegeven, om de door hem onderzochte plant als eene variëteit van Sphaeroplea annulina Ag. te beschouwen, welke hij *var. crassisepta* HEINR. gedoopt heeft, en waarvoor hij aan de systematische beschrijving van RABENHORST (*Flora Europaea Algarum* Sect. III. Lipsiae 1868, pag. 318) het volgende toevoegt: Septis crassis, quorum in medio crebro coni vel collieuli prominent; saepius et aliis locis in cellula annuli, aut coni, aut striae cellulosae materiae excrescunt. Fila facile articulatim dilabuntur, quo modo egregia vegetativa propagatio evenit. (HEINRICHER ll. p. 450). KNY gaat nog verder, en houdt onze Sphaeroplea voor specifiek verschillend van de door COHN onderzochte, zoowel om bovengenoemde reden, als omdat de vorm en rangschikking der chlorophyllkorrels eene andere zou zijn dan de door COHN beschrevene, en bij deze de celwanden der sporenvormende draden scheikundig veranderd zouden zijn en met jodium alleen purperrood of violet worden. Ten opzichte van dit laatste verschil, dat ook HEINRICHER niet ontgaan is, maakt deze echter de niet onwaarschijnlijke opmerking, dat wellicht COHN eene oude oplossing van jodium had gebruikt waarin jodwaterstof ontstaan was, hetgeen, zooals bekend is, in denzelfden zin als jodium en zwavelzuur op celwanden inwerkt.

Hoe dit zij, een feit is het, dat al de uit Gräz afkomstige exemplaren sterk verdikte, in allerlei onregelmatige vormen optredende dwarswanden vertoonen, en dat dit kenmerk erfelijk is, daar het in de nakomelingschap, uit kieming van Zygoten of sporen der genoemde planten ontstaan, door HEINRICHER en KNY zoowel als door mij in onverminderde mate teruggevonden is.

De inhoud der cellen is in vegetatieven toestand zeer eigenaardig door de regelmatige verdeeling van protoplasma, chromatophoren en vacuolen, zoodat de soortsnaam „annulina", zeer gewettigd is, wanneer de plant met eene geringe vergrooting wordt onderzocht. Men ziet dan namelijk de chlorophyllkorrels gelegen in 40 à 70 loodrecht op de lengteas uitgespannen ringen (waarvan het aantal van de lengte der cel afhangt), welke ringen van protoplasma van elkander gescheiden zijn door groote vacuolen die, met uitzondering van een dun wandbekleedsel en van enkele dunne, kleurlooze draden van protoplasma, de geheele ruimte van het lumen tusschen twee ringen innemen.

Onderzoekt men echter nader, dan vindt men, zooals KNY (ll. p. 260) te recht opmerkt, in plaats van een homogeenen chlorophyllband eene zeer gecompliceerde structuur dier ringen. Ter plaatse waar de ringen of diaphragma's

van protoplasma aan het wandbekleedsel aansluiten, ziet men dichtere, dan eens dikker dan eens dunner wordende strengen van plasma, die zich schuin aan het wandbekleedsel aanhechten. In deze vindt men een aantal kleine chlorophyllkorrels liggen, en bovendien in elken ring één, twee of drie grootere chromatophoren, welke in de versche draden ook groen gekleurd zijn, maar in de met chroomzuur (1 pCt.) verbleekte en gefixeerde draden blijken te bestaan uit een binnenste kogelvormig lichaam, een pyrenoïd, omgeven van een amylumring, schijnbaar meest als een samenhangend geheel, maar in gunstige gevallen bij voldoende vergrooting, als een krans van korreltjes zich vertoonende, en eindelijk om dezen amylumring een laag van protoplasma, waarin de kleurstof was opgehoopt. Door behandeling der gefixeerde draden met jodglycerine komen deze bijzonderheden goed uit; evenzoo ziet men de drie genoemde deelen der chromatophoren bij gebruik van cochenille-aluin en van haematoxyline door de dan optredende kleuring van pyrenoïd en buitensten plasmaring, terwijl de amylumring ongekleurd blijft.

De chromatophoren schijnen zich te kunnen vergrooten en door deeling te vermenigvuldigen. Aanvankelijk vindt men er in het diaphragma slechts één, later twee, soms drie kleinere, die dan eerst dicht bijeenliggen, maar later zich verder van elkander verwijderen en grooter worden. De deeling zelve heb ik echter niet waargenomen. Alleen heb ik een enkele maal in het pyrenoïd eene verlenging met eene insnoering in het midden gezien, met eene andere dan de gewone groepeering van meer of minder kleurstof opnemende deeltjes, een verschijnsel, dat zich aansluit aan hetgeen Schmitz (*Die Chromatophoren der Algen*, p. 91 sqq.) van de deeling der pyrenoïden van Thallophyten mededeelt.

In de cellen komen bovendien een aantal kleine kernen voor, maar hiervan zal ik de bijzonderheden onder vermelden.

De inhoud der vegetatieve cellen wordt na eenige weken (wat vroeger of later, afhankelijk van de mate van licht en temperatuur) aanzienlijk veranderd, wanneer de *fructificatie* gaat beginnen. In den regel worden sommige lange cellen van een Sphaeroplea-draad tot antheridiën, andere tot oögoniën; en het aantal dezer antheridiën en oögoniën hangt van den meer of minder weligen groei der plant af. Onder ongunstige omstandigheden, zooals bij de kultuur in niet groote glazen, kan het voorkomen, dat eene plant slechts één antheridium en één oogonium bevat, ja zelfs ik heb somwijlen plantjes aangetroffen, die slechts uit een paar cellen bestonden, en alleen één der beide geslachtsorganen bezaten, zoodat ook hier, gelijk elders in het plantenrijk, verarming niet alleen tot dwergformatiën kan leiden, maar ook dioecie kan doen ontstaan. Ditzelfde heeft ook Heinricher opgemerkt ll. p. 441.

De *antheridiën* bevatten eene groote menigte spermatozöiden, die uit het protoplasma worden gevormd, nadat de chromatophoren allengs verdwenen zijn, en het geheel eene licht geelbruine tint heeft aangenomen. De groote vacuolen blijven nog daarna bestaan, maar worden allengs kleiner, achtereenvolgens in verschillende deelen der cel, terwijl zij inmiddels door de levendig zich bewegende spermatozoïden in trillende beweging worden gebracht. Eindelijk is de geheele cel nagenoeg uitsluitend met zich bewegende spermatozöiden gevuld, die allengs door eenige kleine in den cylinderwand der cel ontstane openingen, naar buiten glippen, om de oögoniën op te zoeken, en door dergelijke kleine openingen in den celwand van deze laatste de oöspheeren te bereiken.

In de zich tot *oögoniën* vormende cellen ziet men ook de regelmatige verdeeling van protoplasma met chromatophoren en vacuolen allengs veranderen. Eerst worden de ringen minder duidelijk, en schijnen de chromatophoren met amylumkernen en de chlorophyllkorrels meer door een net van kleurlooze plasmadraden onderling verbonden. In andere gevallen kan, wanneer de groote vacuolen in een aantal kleine verdeeld zijn, het geheel zich als een groen en wit schuim voordoen. Weldra echter voegen zich de chromatophoren met chlorophyllkorrels en plasma samen tot donkergroene, dichte, onregelmatige stervormige massa's, welke door dunne en kleurlooze plasmadraden in alle richtingen samenhangen met den celwand, en van elkander gescheiden zijn door uiterst dunne kleurlooze vliezen, diametraal in den celinhoud uitgespannen, die op het eerste gezicht aan jonge dunne dwarswanden doen denken, doch weldra bij toenemende contractie van het plasma verdwijnen, en blijken niet anders dan de wanden van vacuolen geweest te zijn. Meer en meer contraheeren de onregelmatige massa's zich tot ellipsoïdische of spheerische lichamen, voor een deel uit groen, voor een deel uit kleurloos, waterhelder plasma bestaande, terwijl de naar buiten gerichte draden verdwijnen. Eindelijk worden zij tot groene kogels, die in regelmatige rij aan elkander sluiten, of die, wanneer hun diameter aanzienlijk kleiner is dan die van het lumen der cel met elkander verspringen, of in eene dubbele rij geplaatst zijn, maar dan ook niet de geheele lengte der cel innemen. Aan deze kogels, die niet anders zijn dan oöspheeren, heeft Sphaeroplea den geslachtsnaam te danken. Vermoedelijk vóór dat deze verandering heeft plaats gehad, terwijl het protoplasma nog tegen den celwand aanlag, zijn in dezen laatsten, even als in den wand der anteridiën, kleine openingen ontstaan. Hierdoor dringen later, als de oöspheeren gevormd zijn, de spermatozoïden naar binnen en zwermen om de ovula rond, om zich tegen deze aan te leggen en eindelijk zich daarmede te vereenigen. Niettegenstaande de openingen ter nauwernood groot genoeg zijn, om één sper-

matozoïde door te laten, ziet men alras een aantal van deze tusschen de oöspheeren zich bewegen. Dit merkwaardige verschijnsel, reeds door COHN in bijzonderheden beschreven, heb ik geheel bevestigd gevonden. Men verbaast zich het ziende over de juistheid waarmede in korten tijd de kleine organismen dien weg weten te vinden, en onwillekeurig denkt men daarbij aan een perceptie-vermogen, zooals ik reeds in mijne voorloopige mededeeling in 1883 heb opgemerkt. Het is duidelijk, dat ook hier een vermoedelijk scheikundige prikkel moet aanwezig zijn, zooals PFEFFER in zijne belangrijke onderzoekingen van het vorige jaar voor de spermatozoïden van Varens en Mossen heeft gevonden. Maar of dit ook hier appelzuur of eene andere stof is, is geheel onbekend.

Tengevolge der bevruchting omgeven zich de oöspheeren met een dunnen, gladden, waterhelderen wand, die intusschen weldra wordt afgeworpen en als een ledige zak om de sporen ligt, nadat zich binnen dien eersten wand een andere, dikkere, met een aantal uitstekende punten voorzien, sterk gecuticulariseerde wand heeft gevormd, die ten laatste aan de binnenzijde zelfs nog door een dun vlies begrensd wordt. De inhoud der sporen, aanvankelijk groen, wordt allengs menierood en ondoorschijnend. Hij bevat behalve de kleurstof, oliedroppels en een 2 of 4 tal pyrenoïden met groote amylumkogels omgeven en eenige kleine zetmeelkorrels te midden van het plasma. In dezen toestand blijven de oösporen of Zygoten in de ledige cel van het oögonium den winter over, om bij gunstige omstandigheden te kiemen, en dan te veranderen in 3 à 4 zoogenaamde Zoösporen, die de opengespleten huid der oöspoor verlaten, eerst als een klein ellipsoidisch lichaam met een paar ciliën rondzwermen, maar dan weldra den spoelvorm aannemen, allengs weder groen worden en tot de vegetatieve draden van Sphaeroplea uitgroeien.

Dit is in het kort de levensgeschiedenis van deze merkwaardige Alge, zooals die door COHN in zijn bovengenoemde verhandeling juist beschreven, en door de latere onderzoekingen van HEINRICHER, KNY en van mij nader bekend geworden is.

Ik wil nu nog eenige verschijnselen uit het leven van Sphaeroplea meer in bijzonderheden onderzoeken, welke door mijne voorgangers niet of niet voldoende toegelicht zijn, of waaromtrent ik tot andere resultaten gekomen ben, voornamelijk zoodanige verschijnselen, die ten opzichte van de levensprocessen ook van andere planten nader licht kunnen geven.

Structuur der oösporen of zygoten.

De rijpe oösporen, die in enkele of dubbele rijen in de moedercel of het oögonium blijven liggen en daarin overwinteren (en gewoonlijk eerst vrij komen, wanneer de wand dezer moedercel langzamerhand gedesorganiseerd wordt) zijn kogelvormige lichamen van gemiddeld 0,02 mm. middellijn. Zij kunnen echter soms vrij wat in grootte verschillen. Waar zij in eene enkele rij liggen in de cel, zijn zij in den regel grooter dan waar twee, of wel (hoewel zelden) drie rijen naast elkander worden gevonden. Volgens Cohn kunnen zij eene grootte bereiken van 0.054 mm., ja in enkele gevallen van 0.181 mm., als wanneer hij ze *monstersporen* noemt.

Zij zijn uitwendig bekleed door een tamelijk dikken wand, voorzien van een aantal wratachtige verdikkingen, welke één- à tweemaal de dikte van den wand bezitten, eenigszins stomp-puntig uitloopen en meestal dicht tegen elkander aansluiten, zoodat de oöspoor op de doorsnede op een grof getand rad gelijkt. Cohn heeft (p. 189) eene zeer uitvoerige beschrijving van dezen wand gegeven, welke beschrijving over het algemeen goed overeenkomt met het door mij waargenomene, alleenlijk heb ik niet kunnen opmerken, dat de wratachtige verhevenheden zich als regelmatige spiralen vertoonen, welke naar de twee polen van den bol als meridiaancirkels samenloopen. Mij schijnen zij wel gelijkmatig over de verschillende zijden verdeeld, maar zonder bepaalde regelmaat geplaatst, zoo als Cohn dit bij enkele grootere individuen heeft waargenomen.

De aard van dezen wand, het exosporium of (om de terminologie van Strasburger te gebruiken, die de wanden van sporen en pollenkorrels heeft geparalleliseerd) de exine is afwijkend van den cellulosewand; hij is sterk geenticulariseerd, met chlorzinkjod ontstaat geen blauwe, meestal in het geheel geene verkleuring, door koking in water wordt hij uiterlijk niet veranderd, en zelfs tegen de inwerking van kali is hij bestand. Daarentegen bestaat het uiterst dunne, gladde, niet altijd duidelijk waarneembare vliesje, dat den binnenwand der spoor vormt, uit zuivere cellulose.

De inhoud der oösporen bestaat uit eene menie-roode, ondoorschijnende massa, waarin men tusschen een fijnkorrelig plasma een grooter of kleiner aantal bolletjes waarneemt, die geheel het voorkomen hebben van oliedroppels, maar toch vermoedelijk niet uit vette olie bestaan, aangezien zij, volgens Heinricher (ll. p. 444 aanm.), na eene maand in ether gelegen te hebben, niet verdwijnen. Het laat zich toch bezwaarlijk aannemen dat gedurende dien tijd de ether niet door den wand zou doorgedrongen zijn. De ware aard dezer kogelvormige

lichaampjes, welke in verschillende wijzigingen in zoovele sporen van Cryptogamen worden aangetroffen, is nog niet volkomen toegelicht. Tusschen de genoemde stoffen vindt men nu verder nog een grooter of kleiner aantal zeer kleine zetmeelkorrels, welke echter eerst door behandeling met jodium als zoodanig herkend kunnen worden.

Eindelijk heeft Heinricher in de jeugdige, nog niet met de exine voorziene sporen een kern gevonden, maar niet kunnen aantoonen, of deze ook in de volwassen zygoten voorkomt (ll. p. 438). Hierover onder nader.

Kiemvermogen.

Regel schijnt het te zijn bij Sphaeroplea, even als bij vele andere Algen, zoowel Oösporeae als Zygosporeae, dat de in den zomer gevormde zygoten overwinteren in de cel waarin zij ontstaan zijn, en in het volgende voorjaar of later, wanneer de levensvoorwaarden gunstig zijn, ontkiemen, terwijl dan, hetzij te voren, hetzij gelijktijdig, de wanden der gestorven moedercel allengs gedesorganiseerd en opgelost worden, zoodat de zygoten of wel de gevormde zoösporen daardoor vrijkomen. Dat het kiemvermogen lang bewaard kan blijven, moet men opmaken uit het eensklaps in massa verschijnen van Sphaeroplea, terwijl jaren lang geen spoor daarvan was waargenomen, zoo als boven (bl. 2) beschreven is. Dat het kiemvermogen meer dan één jaar kan duren, wanneer de zygoten droog bewaard worden, kan ik door mijne waarnemingen bevestigen. De in den zomer van 1882 te Gräz verzamelde sporen, die ik in droogen staat in Maart 1883 ontving, kiemden niet slechts in datzelfde jaar, maar ook in 1884 nog zeer goed en in korten tijd. Hetzelfde geschiedde ook het vorige jaar, ja zelfs heb ik thans (Jan. 1887) nog levende Sphaeroplea-planten, afkomstig van het overschot van den oogst van 1882, dat voor weinige weken in eene warme kas te kiemen was gezet. Echter is het niet te ontkennen dat deze trager dan vroeger zijn opgekomen, en dat een betrekkelijk grooter aantal zygoten ongekiemd is blijven liggen.

Cohn, die ook reeds de ervaring had opgedaan, dat de zygoten, den geheelen winter droog in zijn herbarium bewaard, in het voorjaar goed ontkiemden, meende echter dat deze winterrust voor de ontwikkeling der plant noodig is, aangezien de sporen geen teekenen van ontwikkeling vertoonden vóór het voorjaar, zelfs niet al waren zij in water liggende den geheelen winter binnenskamers blootgesteld aan eene temperatuur minstens even hoog als de voorjaarstemperatuur bij de kieming. Hij dacht hier aan een mysterieusen invloed van het voorjaar te

moeten gelooven, een invloed dien hij niet waagde te verklaren. Of de geachte schrijver, thans 30 jaren later, nog dezelfde meening is toegedaan, geloof ik mogen betwijfelen. De tijd is voorbij, waarin men bij dergelijke verschijnselen aan een mysterieusen invloed denkt. Ongetwijfeld — dit leert de algemeene ervaring — is bij vele sporen en zaden een korter of langer tijd van rust noodig, alvorens zij kunnen ontkiemen. Veelal geschiedt deze ontwikkeling in de gematigde luchtstreek eerst in de lente, die volgt op het rijp worden en afvallen der sporen en zaden. Maar de reden daarvan is niet uitsluitend in de lagere wintertemperatuur, doch veeleer in de veranderingen te zoeken, welke zaad of spoor nog moeten ondergaan, nadat zij van de moederplant gescheiden zijn, of nadat deze laatste gestorven is. Die veranderingen zijn ons in de meeste gevallen niet of onvolkomen bekend, maar toch wijzen de onderzoekingen der laatste jaren reeds op eenige processen, welke zonder twijfel daarbij eene groote rol spelen. Zoo heeft o. a. H. Müller-Thurgau voorleden jaar de stofwisseling in de rustperiode van den aardappel nagegaan (*Landwirthsch. Jahrbücher* 1885, p. 851—907. Ref. in *Bot. Centralbl.* Bd. XXVII, p. 90—92). en aangetoond, dat het de knoppen eerst aan de noodige hoeveelheid suiker ontbreekt, aangezien de gevormde suiker grootendeels tot vorming van zetmeel en voor een klein gedeelte voor de ademhaling gebruikt wordt, en dat eerst later aan het einde van de rustperiode, wanneer de activiteit van het protoplasma afneemt, de suiker in voldoende hoeveelheid in de nabijheid der knoppen zich kan ophoopen, terwijl dan tevens een eigen ferment in de kiem optreedt. Zoo bezitten een aantal planten eene werkelijke periode van rust gedurende den winter, welke van inwendige oorzaken afhangt en wel onderscheiden moet worden van de schijnbare periode van rust, door droogte of temperatuursverlaging, alzoo door uitwendige invloeden teweeg gebracht.

Om tot Sphaeroplea terug te keeren, ik heb even als Cohn gevonden, dat de oösporen in den voorzomer gevormd, en sedert dien tijd tot in den winter in het water bewaard, niet veranderden, niettegenstaande zij gedurende het ongunstige jaargetijde in mijne verwarmde kamer geplaatst waren. Daaruit volgt echter niet, dat zij niet in den winter zouden kunnen ontkiemen. Integendeel, de zygoten van den oogst van 1882, zoowel als die van 1883 (beide uit Gräz door vriendelijke bemiddeling van Prof. Leitgeb ontvangen) en evenzeer die van hier in 1883 gekweekte planten, den 13 December 1883 in glazen met welwater op eene goed verlichte plaats gebracht in eene kweekkas, waarvan de gemiddelde temperatuur 60° à 65° F. bedroeg, vertoonden reeds den 24 December een aantal jonge planten. Ik geloof daarom, dat, al behoeven de sporen van Sphaeroplea ook eene periode van rust, het mislukken der

*

kiemingsproeven des winters in de kamer veelal toe te schrijven is aan te groote verlaging van temperatuur gedurende den nacht.

Evenzoo heb ik, na eenige voorafgaande vergeefsche proeven, het begin der kieming van de zygoten ook waargenomen des winters in een hangenden druppel in eene vochtige kamer naar STRASBURGER's voorschrift (Zie BEHRENS *Hilfsbuch f. mikr. Unters.*, p. 203), welke in eene warme plantenkas was geplaatst. Spoedig hield echter de ontwikkeling op, daar de jonge plantjes door woekering van bacteriën en lagere Fungi gedood werden.

Dat ook in het duister Sphaeroplea-sporen normaal kunnen ontkiemen, en zelfs chlorophyll vormen (vermoedelijk uit eene omzetting van de roode olieachtige stof, het Haematochroom, waarbij de impulsie van het licht niet noodig is), heeft HEINRICHER (ll. p. 441) aangetoond. Overigens zijn het slechts de eerste kiemingsverschijnselen (de vorming van zwermsporen), die in het duister plaats hebben, en houdt de groei alras op bij gemis aan assimilatie, nadat de voorraad van plastische voedingstoffen verteerd is.

KIEMINGSVERSCHIJNSELEN.

De eerste verschijnselen van het ontwakend leven die men waarneemt, zijn eene verandering van den inhoud der oösporen. De roode korrels schijnen zich in een aantal kleinere te verdeelen, en tusschen deze ontstaat allengs een grooter of kleiner aantal uiterst kleine groene korreltjes, voornamelijk aan den omtrek der spherische massa. Langzamerhand bespeurt men in den inhoud eene verdeeling in twee à vier portiën, die echter, dikwijls zeer moeilijk waar te nemen is, aangezien de ondoorschijnende inhoud de geheele spoor vult en de portiën aanvankelijk nog niet van een eigen wand omgeven zijn. Eigenlijk ziet men die portiën eerst goed, wanneer zij, zich afrondende, de eene na de andere in de spoor zich beginnen te bewegen. Omstreeks denzelfden tijd is in den verdikten spoorwand eene kleine opening ontstaan op eene wijze, die ik niet in bijzonderheden heb kunnen vervolgen. Door deze opening werkt eene der genoemde portiën, die nu tot zwermspoor geworden is, zich langzaam naar buiten, waarbij zij belangrijk van vorm verandert, van eene ellipsoidische in eene wormvormige gedaante overgaat, en tevens eene eigen beweging volbrengt, die ten gevolge heeft, dat zij al borende en om hare as draaiende, nu eens in de eene dan in de andere richting, soms met schokken, het zoogenaamde achterste of dikke gedeelte buiten de zygote brengt, waarop dan het overige gedeelte volgt.

In dezen toestand is namelijk de zich vrijmakende zwermspoor een klein wormvormig lichaam, twee à drie maal langer dan breed, aan het eene einde (het achterste gedeelte) dikker en groen, aan de andere helft of het zoogenaamde voorste gedeelte, aanzienlijk dunner en met zeer kleine roode korreltjes gevuld, behalve aan den top die kleurloos is en waar zich twee bij het leven niet waarneembare, maar na dooding met jodium uiterst moeilijk te onderscheiden ciliën schijnen te bevinden (HEINRICHER ll. p. 445 noot en fig. 17; zie ook de fraaie figuur 4 op Taf. LXV van KNY's *Wandtafeln*). HEINRICHER meent, in tegenspraak met COHN, dat die verdeeling der roode en groene kleurstof in de zwermsporen steeds zeer regelmatig is, maar ik heb, nevens de boven beschreven verdeeling, ook herhaaldelijk zwemsporen aangetroffen, waarin de groene en roode korrels zonder regelmaat gemengd waren, ja zelfs ik heb dit evenzoo in lateren toestand gevonden, wanneer de sporen reeds tot kleine spoelvormige Algen met zweepvormige uiteinden waren uitgegroeid. (Vergelijk ook KNY ll. p. 264).

Nadat op de beschreven wijze eene der portiën zich tot zwermspoor ontwikkeld heeft en naar buiten getreden is, volgt op dezelfde wijze een tweede portie, daarna een derde en soms ook een vierde, totdat ten laatste de wand der zygote als een ledige dop overblijft. HEINRICHER beschrijft dit proces uitvoerig (ll. pag. 445—447) en wat ik daarvan gezien heb, komt in het algemeen met deze beschrijving overeen, zoodat ik hiernaar mag verwijzen. De vrijgekomen zwermsporen bewegen zich met het voorgedeelte vooruit, rondwentelende door het water, maar alras verandert nu de vorm in dien van een spoelvormig lichaampje, aan beide einden in een dunnen, zweepvormigen draad uitloopende, alzoo in den typischen vorm van Sphaeroplea, waarmede dan de kieming afgeloopen is.

In de gegeven voorstelling heb ik aangenomen, dat de zygote, door voorafgegane destructie van den wand van het oögonium, vrij was, maar in vele gevallen blijven de zygoten in geheele rijen in de moedercel besloten, ook in het voorjaar. In dat geval heeft de kieming binnen die moedercel plaats, maar nu verkeeren de zich vormende zwermsporen in zeer ongunstige omstandigheden. Er is voor haar ter nauwernood ruimte om uit de spoor te komen, en om tusschen de zygoten en den binnenwand van het oögonium een bescheiden plaatsje te vinden. Daartoe moeten zij vaak zich in allerlei bochten wringen en vreemde vormen aannemen, zooals fig. 20, Pl. II vertoont. Maar voor de verdere ontwikkeling is geen gelegenheid. Het kan dan ook niet bevreemden, dat van de nog in de moedercel besloten zygoten een aantal te loor gaan, en dat bij kunstmatige culturen de door HEINRICHER aanbevolen maatregel, om

vooraf de met reeksen zygoten gevulde cellen in kleine stukjes te snijden, gunstige gevolgen heeft, zooals mij bij eigen ervaring gebleken is.

Groei der jonge draden van Sphaeroplea.

Wanneer de zwermsporen vrij gekomen zijn, veranderen zij spoedig in de bovengenoemde spoelvormige lichaampjes, die van het midden naar de beide aan elkander gelijke uiteinden in dikte afnemen en ter wederzijden in lange dunne zweepvormige draden uitloopen, die betrekkelijk stijf zijn en geene beweging als ciliën vertoonen. Den overgang der zwermsporen tot dit stadium heb ik evenmin als mijne voorgangers kunnen waarnemen, en dus ook niet het eerste ontstaan van den cellulosewand kunnen zien, want in dit stadium hebben de jonge Sphaeroplea-plantjes reeds een duidelijken wand van cellulose, die vooral aan de uiteinden vrij dik is, zoodat het lumen in de zweepvormige uiteinden tot een nauw kanaal wordt, ja zelfs geheel verdwijnen kan, in welk geval de uiteinden uit eene solide cellulose-massa bestaan. Deze jeugdige Algen zijn aanvankelijk ongeveer vier à zes maal langer dan breed, de uiteinden medegerekend, maar terwijl de breedte of dikte slechts weinig toeneemt, worden zij door intercalairen groei alras zooveel langer, dat de lengte 20 à 30 malen de breedte overtreft. Ook dan nog zijn zij eeneellig. Eerst later ontstaan in den langen, dunnen draad dwarsschotten, doch hierover onder nader.

Belangrijk verandert ook *de inhoud*, nadat de zwermsporen in spoelvormige cellen zijn overgegaan. Bij sommigen dezer laatste ziet men nog de groene en roode korreltjes, die, hetzij onderling vermengd, hetzij tusschen het voor- en achtergedeelte verdeeld in de zwermspoor waren, eenigen tijd blijven, vooral in het eerste geval. Zij vullen dan het lumen der cel met uitzondering der uiteinden. In de meeste gevallen echter zijn de roode korreltjes geheel of nagenoeg verdwenen. In de plaats daarvan vindt men in den aequator van het spoelvormige plantje een smalle groene strook, uit zeer kleine chlorophyllkorrels en een groote chromatophoor nevens eenig kleurloos plasma bestaande, welke strook zich aansluit aan het dunne wandstandige protoplasma, en twee groote spherische vacuolen vaneen scheidt.

Op dit jeugdige stadium volgt alras een ander, waarin zich twee strooken of ringen van dezelfde samenstelling als de zoo even beschrevene in de cel vertoonen, die nu op gelijken breedten van den aequator zich bevinden en de afscheiding vormen van drie vacuolen.

De jonge Alge groeit nu sterk in alle richtingen. Het geheel is grooter ge-

worden, de beide strooken of ringen zijn nog aanwezig, maar breeder, en in elk thans twee chromatophoren. Onder aan begint de vorming van een derden ring, die binnen kort de anderen in grootte evenaren en weder door een vierden gevolgd worden zal. Zoo ontstaat allengs eene eencellige plant, 30 à 40 malen langer dan breed, ter wederzijden in een rechte of flauw gebogen punt uitloopende, en waarvan de inhoud gevormd wordt door eene lange rij van ongeveer even groote vacuolen, die van elkander gescheiden zijn door betrekkelijk dunne strooken of diaphragma's (zoogenaamde ringen) van protoplasma, met sterke plasmadraden, zich aansluitende aan het nagenoeg doorschijnende wandplasma, en behalve uit kleurloos plasma, chlorophyllkorreltjes en kernen (waarover aanstonds nader) uit één à drie chromatophoren bestaande, zooals boven bl. 5 beschreven is. Dit is de gewone typische vorm van Sphaeroplea annulina, zoo als die overal beschreven en afgebeeld is.

In overeenstemming met SCHMITZ (*Die Chromatophoren der Algen*, p. 90 *sqq.*) heb ik gevonden, dat de chromatophoren zich vermenigvuldigen door insnoering. Reeds in de versche planten ziet men eerst veelal één chromatophoor in elken ring, te midden van een aantal aan de peripherie verbonden plasmadraden, die tevens een grooter of kleiner getal chlorophyllkorreltjes bevatten. Daarna vindt men twee, dicht bijeen of tegen elkander aan liggende chromatophoren, die later zich van elkander verwijderen. Soms ook drie zulke chromatophoren in denzelfden ring. Wanneer men echter, naar het voorschrift van STRASBURGER, de levende planten ongeveer 4 uren gelegd heeft in zuiver chroomzuur van 1 % (of ook in eene verzadigde oplossing van kaliumbichromaat, wat hetzelfde resultaat geeft) en ze daarna herhaaldelijk heeft uitgespoeld in gedestilleerd water, totdat alle kleuring van het vocht verdwenen is, dan verkrijgt men praeparaten, waarin bij voldoende vergrooting, de bijzonderheden der chromatophoren goed kunnen waargenomen worden. Het blijkt dan, dat in gunstige gevallen bij sommigen het pyrenöide in de chromatophoor zich biscuitvormig voordoet, en de amylumring, evenals de buitenlaag van plasma dit in verschillende dikte omgeeft. Al heb ik dus in de levende planten het proces der deeling niet kunnen volgen (hetgeen ten gevolge van de ondoorschijnendheid der chromatophoren ook bezwaarlijk zou geweest zijn), zoo geloof ik daarom uit de beelden, welke de gefixeerde draden mij vertoonden, toch te mogen opmaken, dat de deeling der chromatophoren plaats heeft door insnoering, ongeveer op de wijze als de deeling der chlorophyllkorrels tot stand komt.

Dwarswanden.

Wanneer de eencellige draad van Sphaeroplea eene zekere lengte heeft bereikt, ontstaat daarin vroeger of later een dwarswand, loodrecht op de lengteas der plant, welke dwarswand daarna door meerderen gevolgd wordt. Deze eerste dwarswand ontstaat meestal in het midden der cel, doch hij kan ook op $^1/_3$ der lengte gevormd worden. De plaats is dus niet constant, en evenmin die van den eerstvolgenden dwarswand, welke meermalen het eerst verschijnt in de kleinste der beide dochtercellen.

Over het geheel ontstaan de dwarswanden later in welig groeiende dan in armoedige planten. In het eerste geval kan de plant eene lengte van 3,5 m.m. hebben vóór het verschijnen van het eerste tusschenschot, bij zwakke planten daarentegen vindt men spoedig een aantal dwarswanden. Heinricher heeft in zijne schematische fig. 15 op eenvoudige manier door lijnen en punten verschillende gevallen hiervan voorgesteld. Bij mijne culturen heb ik soortgelijke gevallen evenzoo gevonden.

Deze dwarswanden of tusschenschotten hebben een zeer bijzonderen vorm, welke Cohn in 1855 niet gekend schijnt te hebben en welke, gelijk boven gezegd, voor Heinricher de aanleiding geweest is, om de uit Gräz afkomstige planten tot eene bijzondere varieteit der species Sphaeroplea annulina Ag. te brengen. Over deze dwarswanden mogen hier nog eenige bijzonderheden medegedeeld worden.

Al aanstonds valt de groote dikte dezer dwarswanden in het oog, welke de dikte van de buitenwanden der cel aanzienlijk, soms wel 12 en meermalen overtreft. Daarbij is hunne oppervlakte niet vlak, zooals gewoonlijk, maar onregelmatig gegolfd, hetgeen veroorzaakt, dat de massa van den wand, die zelf sterk lichtbrekend is, zoowel van ter zijde als van boven op gezien een eigen sterken lichtglans afgewisseld met donkere slagschaduw vertoont. Bovendien ziet men, dan eens meer dan weder minder duidelijk, een aantal aan elkander evenwijdige lagen in de massa. De figuren, welke deze dwarswanden op de doorsnede vertoonen, kunnen hoogst verschillend zijn. Men zou ze in twee soorten, *regelmatige* en *onregelmatige*, kunnen verdeelen, welke door allerlei tusschenvormen in elkander overgaan. De eerste, heb ik in mijne voorloopige mededeeling in de Kon. Akad. v. Wetenschappen te Amsterdam *balken* genoemd. Zij gelijken in den eenvoudigsten vorm, zooals fig. 14*a* vertoont, op een dwarsbalk met eenigermate gegolfde oppervlakte. In dat geval is de gemeenschap tusschen den inhoud der aangrenzende cellen door den balk afgesloten. Zeer dikwijls echter blijft

die gemeenschap eenigen tijd bestaan en wordt zij eerst daarna opgeheven, omdat de tusschenwand gevormd wordt door een dikken, breeden ring met eene eenigszins onregelmatige opening in het midden, welke eerst later, hetzij aan één zijde, hetzij aan beide zijden door een stop of prop van cellulose gesloten wordt. Deze prop doet zich nu eens voor als eene verdikking van den balk in het midden, dan weder als eene min of meer kegelvormige massa, die met een breed grondvlak op den ring rust. Beide zijn later innig verbonden en uit dezelfde stoffen bestaande, althans, zoover ik heb kunnen nagaan, physisch en chemisch (zie volgende bladzijde) niet verschillend, en alleen van elkander te onderscheiden door het beloop der in beide voorkomende lagen. De figuren 14 *b* en 14 *c* kunnen beter dan eene uitvoerige beschrijving daarvan eene voorstelling geven.

Dat de ring, hoewel reeds tamelijk dik en uit een aantal lagen bestaande, in het midden nog open is, ziet men het best, wanneer de dwarswand door ombuiging of door drukking van den Sphaeroplea-draad niet van ter zijde, maar van boven op in het gezicht komt. Maar ook wanneer die ring zijdelings of en profil te zien was, heb ik meermalen in de levende plant de opening in het midden duidelijk waargenomen, en de plasmadraden met chlorophylkorreltjes onafgebroken daardoorheen zien doorloopen van de eene cel in de andere. Eindelijk wordt hetzelfde nog bevestigd door hetgeen het onderzoek der uit Gräz ontvangen zygoten mij leerde. Ik vond daarin namelijk behalve oösporen en stukken van Sphaeroplea-draden, een aantal ronde schijfjes, eenigszins onregelmatig van oppervlakte, sommigen soliede, maar anderen met eene onregelmatige opening in het midden, geheel overeenkomende met het beeld, dat de balken van levende planten van boven op gezien vertoonen (zie Pl. II fig. 16). Deze schijfjes nu zijn, zooals het chemisch onderzoek nog nader aantoonde, niet anders dan de na ontleding van den buitenwand der Sphaeroplea-draden overgebleven dwarswanden of balken, die nu geïsoleerd alle bijzonderheden duidelijk laten waarnemen en tevens een sprekend bewijs zijn van de groote mate van resistentie der dwarswanden, welke ongeschonden overblijven, ook wanneer de wand waaraan zij verbonden waren, geheel verdwenen is.

Behalve deze op grooter of kleiner afstand van elkander ontstaande dwarswanden, vindt men nog eene andere soort van afscheiding, welke ik boven de *onregelmatige* genoemd heb. Deze komen in de meest grillige vormen voor, en zijn niet anders dan woekeringen van cellulose, die op allerlei plaatsen aan de zij- en lengtewanden kunnen ontstaan, en nu eens het lumen der cel slechts plaatselijk vernauwen, dan weder volkomen afscheidingen vormen van kolossale dikte. Eene beschrijving van deze woekeringen laat zich niet wel geven, maar de figuren 17, 18, 19, 21 en 22 kunnen althans van enkelen daarvan een denkbeeld geven. Opmerking

verdient nog, dat deze woekeringen vaak in groote hoeveelheid voorkomen in de dunne uiteinden der draden, en soms deze uiteinden over eene zekere lengte tot eene geheel soliede massa maken (zie fig. 22).

De *scheikundige geaardheid* van al die dwarswanden en woekeringen is dezelfde. Zij bestaan allen, even als de buitenwanden van Sphaeroplea, uit cellulose; lagen van andere stoffen heb ik daarin niet kunnen ontdekken. Bij toevoeging van chloorzinkjodium worden allen blauw gekleurd, de dwarswanden nog sneller en van donkerder tint dan de buitenwanden. Na eenigen tijd, wanneer het jodium gedeeltelijk ontweken is, worden beiden violet; de dwarswanden en woekeringen bezitten, misschien van wege de grootere massa, die tint nog, wanneer de buitenwanden reeds ontkleurd zijn. Hierbij valt tevens, even als bij de echte cellulose, eene geringe opzwelling waar te nemen.

Hoewel op den eersten oogopslag van elkander verschillend, zoo komen toch, naar ik meen, in *wijze van ontstaan* en *van groei* de regelmatige dwarswanden of balken en de onregelmatige woekeringen overeen, en laten zich daaruit de overgangen, die men tusschen beiden vindt, verklaren.

Terwijl bij den groei der draden van Sphaeroplea de buitenwanden zich intercalair door intussusceptie vergrooten, ontstaan de dwarswanden, evenals die van Spirogyra en andere Algen, door appositie van celluloselagen tegen de binnenzijde van den buitenwand, en wel zoodanig, dat zich aanvankelijk een smalle ring vormt, loodrecht op de lengterichting van den draad. Deze ring doet zich op de optische doorsnede van den draad voor als twee kleine uitwassen, diametraal tegenover elkander geplaatst aan de binnenzijde van den celwand (zie fig. 15). Deze uitwassen vergrooten zich òf zoodanig dat zij, zonder dikker te worden, een steeds breederen ring vormen en eindelijk elkander raken, waarna het tusschenschot tusschen de twee nu gevormde cellen volkomen is geworden en vervolgens door appositie van nieuwe celluloselagen in dikte toeneemt, òf wel, er zetten zich nieuwe lagen op de geheele oppervlakte van de uitwassen af, welke daardoor een soms vrij dikken, maar in het midden open ring vormen. Dit heeft o. a. in fig. 14*b* plaats gehad. Op dezen ring ontstaan daarna, door appositie van lagen aan ééne of aan beide zijden, de dikke proppen van cellulose, welke de afsluiting volkomen maken (zie fig. 14*c*).

De gronden voor deze voorstelling vind ik deels in het beloop der lagen op de ringen en proppen voorkomende (zie figg. 14*c*, 17, 18, 22), welke de richting der afzettingen duidelijk aanwijzen, deels in de afwijkingen in den bouw van den inhoud der cel, nabij die afzettingen. Men ziet namelijk, soms tegen deze aan, soms op korten afstand daarvan, in plaats van de gewone plasmaringen van Sphaeroplea, eene dichte opeenhooping van kleurloos plasma, kleine chlo-

rophyllkorrels en chromatophoren (wel 5 à 6 in aantal), welke massa, zoo zij niet tegen de afzetting aanligt, door onderscheiden dunne kleurlooze plasmadraden met deze verbonden is (verg. fig. 19 en 25), en het heeft allen schijn, alsof de materie, voor de afzettingen noodig, in deze massa gevormd en door de dunne plasmastroompjes naar het bestemmingsoord gevoerd wordt.

Dit alles wordt nog meer in het oog vallend, wanneer men ook den blik vestigt op het ontstaan der onregelmatige woekeringen van cellulose. Deze beginnen gewoonlijk met eene plaatselijke afzetting op eenig punt aan de binnenzijde van den celwand, op dergelijke wijze als het eerste ontstaan der ringen, en zij gelijken in vorm aanvankelijk op de proppen, welke de ringen sluiten. Men zou zeggen, het zijn proppen, die niet op den rand van den ring, maar op eenig willekeurig punt van den binnenwand der cel aangehecht zijn. Fig. 19 geeft daarvan een voorbeeld. Meermalen treft men in de dunne uiteinden der plant een aantal zulke proppen dicht bij elkander aan, maar ook op het dikkere middengedeelte der plant komen zij soms vrij dicht bij elkander voor. Tegen deze initialen hebben, dan eens meer in deze, dan weder in gene richting, nieuwe afzettingen van cellulose plaats, terwijl op de boven beschreven wijze het protoplasma met zijne attributen zich in de nabijheid daarvan ophoopt. Zoo kan het gebeuren, dat, wanneer eenigen dier proppen dicht bijeen liggen, al zijn ze ook niet in een zelfde vlak loodrecht op de as der plant geplaatst, zij toch door aangroeiing langzamerhand elkander raken en aaneengroeien, zoodat er ten slotte een eenigszins onregelmatige dwarswand of balk gevormd wordt. Men ziet dit proces in wording afgebeeld in fig. 19 en in meer gevorderden staat in fig. 17; de uitwassen zijn hier gemakkelijk te herkennen aan hunne donkere omtrekken, een gevolg van het sterk lichtbrekend vermogen der cellulose-massa's.

Maar soms geschiedt het ook, wanneer eenmaal de neiging tot cellulose-woekering in den Sphaeroplea-draad aanwezig is, dat tusschen twee dicht bij elkander gelegen en reeds vrij dikke dwarswanden of balken de afzetting van cellulose op onregelmatige wijze voortgaat. In dat geval wordt eene zekere hoeveelheid protoplasma met chlorophyll tusschen de cellulose-massa's opgesloten en blijft daarin, zoolang de cel leeft. De chromatophoren kan men echter in deze ondoorschijnende ophooping van groen plasma niet duidelijk onderkennen, en de reactie met jodium leert dat hier, evenals in de puntige uiteinden der planten wier inhoud grootendeels door cellulose-afzetting gevuld is, geen zetmeel meer te ontdekken is. Het zetmeel is dus vermoedelijk tot vorming van cellulose verbruikt. Heinricher, die ook de cellulose-proppen kortelijk beschrijft, heeft dit evenzoo gevonden (ll. p. 435).

Uit het bovenstaande volgt, dat, gelijk ik reeds in mijne voorloopige mede-

deeling (Processverbaal der Zitting van 26 Mei 1883 der Kon. Akad. v. Wet. te Amsterdam, Afd. Natuurkunde, en *Botan. Centralblatt.* Bd. XV, N°. 12) heb opgemerkt, de vorming van cellulose als dwarsbalken en proppen bezwaarlijk volgens de voorstelling van NAEGELI door intussusceptie kan geschieden, maar dat voor deze gevallen veeleer gedacht moet worden aan den groei door appositie, gelijk DIPPEL en STRASBURGER die in hunne bekende werken beschreven hebben. Ja zelfs, even als de balken van Caulerpa aan deze laatste physiologen tot steun voor hunne voorstelling gediend hebben, zoo kunnen dit ook de boven beschreven cellulose-woekeringen van Sphaeroplea doen. In hoeverre de verschijnselen, welke Sphaeroplea vertoont, ook verklaard zouden kunnen worden uit de voorstelling, welke onlangs WIESNER in zijne belangrijke „*Untersuchungen über die Organisation der vegetabilischen Zellhaut*" (Sitzungsber. d. Wien. Akad. Jan. 1886) van den bouw en den groei van den celwand gegeven heeft, zou nader onderzocht moeten worden. Alleenlijk wil ik opmerken, dat die voorstelling van het karakter van den groeienden celwand als een levend, protoplasma-houdend weefsel, volgens welke de tot dusverre aangenomen scherpe grens tusschen protoplasma en celwand vervalt, de bovenbeschreven woekeringen van cellulose, waarbij vaak een zekere hoeveelheid protoplasma in de cellulose-massa wordt ingesloten, in een geheel ander licht plaatst en nog beter rekenschap geeft van het levend blijven van dit ingesloten protoplasma, dan wanneer men het, overeenkomstig de oude voorstelling, als min of meer geïncysteerd beschouwt. Men heeft toch bij Sphaeroplea niet te doen met rusttoestanden, zooals STAHL ze bij Vaucheria geminata (*Bot. Zeit.* 1879 N°. 9) heeft gevonden, maar met groeiende planten.

De vorming der bovenbeschreven dwarswanden of balken schijnt voor onze Alge een normaal verschijnsel te zijn. Althans zij komen in welig groeiende, oogenschijnlijk geheel gezonde planten regelmatig voor. HEINRICHER beschouwt ze als een der voornaamste kenmerken zijner variëteit *crassisepta* (zie boven bl. 5). Die balken zijn ook erfelijk. LEITGEB zag ze het eerst in 1882; de planten, uit de zygoten dezer generatie verkregen, vertoonden ze evenzoo, zoowel bij KNY in Berlijn en bij mij in Utrecht, als in Gräz; ik vond ze nogmaals terug in de derde generatie.

De groote woekeringen van cellulose schijnen echter bij voorkeur onder bijzondere, eenigszins abnormale omstandigheden te ontstaan. Ik vond ze voornamelijk bij armoedig ontwikkelde planten, vooral bij de zoodanige, die in een klein glas in betrekkelijk geringe hoeveelheid water moeten leven. Dit komt overeen met de ervaring van HEINRICHER, die de neiging tot vorming van cellulose-proppen zag toenemen, wanneer hij de planten uit de vrije natuur in een

aquarium overbracht. En in algemeenen zin sluit zich die vermeerderde vorming van cellulose, onder ongunstige levensvoorwaarden, aan bij het welbekende verschijnsel van buitengewone verdikking van de celwanden bij zoovele Phanerogamen op dorren, onvruchtbaren bodem, die slechts een traag en gebrekkig leven toelaat. Men denke o. a. aan de dikwandige celgroepen in kleine, slechte peren en appelen.

HEINRICHER, die Sphaeroplea in de vrije natuur en wel in het bassin eener fontein te Gräz heeft waargenomen, maakt de opmerking, dat de cellen veelvuldig afbraken bij de dwarswanden en daarna, door regeneratie van den celwand, zooals van Vaucheria bekend is, bleven voortleven, zoodat men daar ter plaatse slechts uiterst zelden aan de volwassen planten de zweepvormige einden aantrof, die zij in de jeugd bezaten. Hij meent, dat de stoot door het vallende water op verdikte wanden aangebracht, het afbreken daar ter plaatse en dus de vegetatieve vermenigvuldiging zeer bevorderde, zoodat, volgens hem, de vorming van dikke balken en proppen van cellulose een aanpassingsverschijnsel zou zijn aan de bijzondere omstandigheden, waarin Sphaeroplea verkeerde.

COHN, die de plant in 1855 op een vroeger overstroomd aardappelveld aantrof, maakt van dit afbreken geen gewag, en vermeldt integendeel uitdrukkelijk, dat hij ook aan de langste, veelcellige draden, de beide haarvormige uiteinden aanwezig vond. Ik heb steeds hetzelfde gezien, ook bij de grootste exemplaren, maar ik heb alleen planten, uit de zygoten van Gräz afkomstig en in glazen met water of in een aquarium gekweekt, kunnen bestudeeren. Ten einde nu na te gaan, of de stooten van vallend water ook van invloed konden zijn op de vorming der dwarsbalken en celstofmassa's, heb ik eene hoeveelheid van jonge, pas uit de zygoten ontwikkelde plantjes, waarin nog geen celdeeling had plaats gehad, verdeeld in twee even groote glazen, en die naast elkander geplaatst in eene gematigd warme plantenkas, zoodat zij beide licht en warmte in voldoende mate ontvingen voor eene krachtige ontwikkeling. Maar het water in het eene glas werd steeds in rust gelaten, dat in het andere glas werd voortdurend in beweging gehouden en verversch door een onafgebroken reeks van druppels, die uit een hooger geplaatst waterreservoir, ter hoogte van 60 cent. ongeveer, op de planten nedervielen, terwijl door middel van een onder in het glas uitmondende hevel eene gelijke hoeveelheid water werd afgevoerd, zoodat het niveau in het glas op gelijke hoogte bleef. In beide glazen ontwikkelden zich de plantjes voorspoedig en er ontstond in beide een aantal celdeelingen. Maar verschil in hoeveelheid of in dikte der dwarsbalken kon ik tusschen beide niet ontdekken. Indien het dus waar is, wat HEINRICHER beweert, dat de genoemde celstofophoogingen door adaptatie uit bepaalde levensomstandigheden

ontstaan zijn, dan moet dit vroeger in eene reeks van ons onbekende generatiën allengs geschied zijn, en kunnen zij onder veranderde toestanden ook eerst allengs na ettelijke generatiën verdwijnen, want gelijk gezegd, zij zijn erfelijk in de eerstvolgende afstammelingen. Ik voor mij zou de plant, die ons bezighoudt, liever als eene afzonderlijke variëteit (HEINRICHER) of species (KNY) beschouwen, en de beteekenis der stevige, dikke dwarswanden zoeken in het versterken en tegen inknikken of platdrukken beveiligen van den langen, dunwandigen draad, terwijl de woekering der cellulose-vorming aan abnormale productie onder min gunstige levensvoorwaarden, overeenkomstig met hetgeen bij hoogere planten voorkomt, zou toe te schrijven zijn.

SEXUEELE VOORTPLANTING.

Vroeger of later, naarmate de levensomstandigheden minder of meer gunstig zijn voor de plant, ziet men in de draden van Sphaeroplea zich de voortplantingsorganen ontwikkelen. De voorbereiding hiertoe bestaat in eene verandering van den inhoud van sommige cellen, welke zeer verschillend is, naar gelang zich òf spermatozoïden òf oöspheeren zullen vormen. Somtijds ondergaan bijna alle cellen van den volwassen draad met uitzondering van de draadvormige eindcellen achtereenvolgens deze verandering. Altijd wordt echter in één cel slechts één der beide geslachtsorganen gevormd; zij wordt òf antheridium òf oögonium. Het aantal der antheridia en oögonia, welke één plant voortbrengt, is even groot of verschilt niet veel. Meestal zag ik eenige (3 à 4) antheridia achter elkander en daarop een even groot aantal oögonia volgen, maar soms ook vond ik eene reeks van op elkaâr volgende cellen afwisselend in mannelijke en vrouwelijke geslachtsorganen veranderd. Dit heeft ook KNY (ll. p. 261) gezien. Sphaeroplea annulina is dus monoecisch en blijft dit zelfs, wanneer de plant slechts uit twee cellen bestaat, maar, gelijk boven is medegedeeld, heb ik in mijne kulturen ook zwakke, slechts uit één cel bestaande plantjes aangetroffen, die òf alleen spermatozoïden òf alleen oöspheeren vormden, zoodat in dit geval het nanisme ook tot dioecie kan leiden.

ANTHERIDIËN.

Wanneer eene cel zich tot antheridium zal ontwikkelen, ziet men eerst de groote chromatophoren allengs kleiner worden, de uitwendige omhulling en de

zetmeelring verdwijnen; de laatste wordt vermoedelijk opgelost en in andere stoffen omgezet. Vervolgens vindt men ook de pyrenoïden niet meer terug, hetzij dat deze evenzoo worden opgelost, hetzij dat zij in een aantal kleine pyrenoïden uiteen vallen; althans men ziet weldra een groot aantal uiterst kleine lichaampjes of microsomen in de plaats daarvan treden. Aanvankelijk blijft de vorm der ringen in de cel nog bewaard, maar zeer spoedig verandert ook de groene kleur dezer ringen, die eerst voor een geelachtig groen en kort daarop voor een licht bruin plaats maakt. Het chlorophyll van het protoplasma is dan ook gedesorganiseerd en het voorkomen der cel wordt, zooals COHN het reeds heeft afgebeeld in zijn fig. 10a op Pl. 13 en KNY nog nader in zijne fig. 2 van Taf. LXIII. Allengs verdwijnen nu de ringen door verplaatsing der plasmadraden en er ontstaat een wijdmazig net van dicht bijeen geplaatste, meest tot draden gegroepeerde microsomen, waaromheen andere microsomen meer los en verder uiteen geplaatst voorkomen; allen omgeven van een waterhelder en door eene huidlaag scherp begrensd protoplasma. Doch ook dit beeld vertoont de cel in deze hare periode van activiteit slechts kort. Weldra ziet men de microsomen zoowel als het kleurlooze plasma tot eene samenhangende massa vereenigd, die zich tegen den cilinderwand der cel aansluit en een zeker aantal groote ellipsoïdische vacuolen omsluit, in rijen achter elkander gelegen, zoodat in dit stadium de cel in de optische doorsnede zich voordoet als bevattende eene reeks van groote bolvormige of ellipsoïdische ruimten (de vacuolen) van weinig minder omvang dan de dikte der cel, en aan alle zijden omgeven door een met eene huidlaag scherp begrensd protoplasma, dat een overgroot aantal kleine korreltjes of microsomen bevat. Alleen tusschen de vacuolen heeft genoemd protoplasma eene aanzienlijke dikte en vertoont zich op de doorsnede als een dubbelen meniskus. De genoemde microsomen, vooral rondom de vacuolen tot eene dichte laag opeengehoopt, komen nu allengs in eene trillende beweging en agglomereeren zich tot kleine eironde lichaampjes, welke ook uit het omringende waterheldere plasma zich vergrooten. De beweging, aanvankelijk traag, wordt gaandeweg sneller, vooral bij de buitenste nabij de vacuolen gelegene gedeelten, waarbij deze laatsten niet alleen zelve in eene trillende beweging geraken, maar ook kleiner worden. De eironde lichaampjes verkrijgen scherpe omtrekken, en worden meer peervormig en weldra zijn de spermatozoïden ontstaan, die, nadat ook de twee ciliën gevormd zijn, zich nu eerst matig, daarna zeer snel bewegen, aanvankelijk rondom de vacuolen, maar spoedig ook door den meniskus van protoplasma, waarin zij gelegen zijn. Dit proces geschiedt niet gelijktijdig in alle deelen der cel, maar achtereenvolgens in de verschillende meniskusvormige massa's, zoodat men gelegenheid heeft in hetzelfde antheridium

onderscheiden ontwikkelingstrappen van spermatozoïden gelijktijdig waar te nemen. Langzamerhand wordt al het protoplasma der cel verbruikt bij deze vorming der spermatozoïden en blijven deze in levendige beweging, totdat zij door de inmiddels in den celwand ontstane kleine openingen één voor één uitwippen en in het omringende water rondzwermen, om weldra eene cel met oösporen op te zoeken, deze door eene soortgelijke opening binnen te treden en de bevruchting te bewerken. Ten laatste is het antheridium geheel ledig en bevat niet anders dan enkele, kleurlooze protoplasma-lichaampjes, gewoonlijk in de nabijheid der genoemde openingen liggende. In andere antheridiën zag ik echter geen spoor van inhoud meer. Wellicht zijn die enkele protoplasma-lichaampjes overblijfselen van niet tot ontwikkeling gekomen spermatozoïden.

De zoo even genoemde *openingen in den cilinderwand* der cellen, die tot antheridïen of oögoniën worden, zijn, gelijk Kny terecht opmerkt, van binnen naar buiten spits toeloopende, en om die reden eigenlijk alleen van ter zijde goed te zien. Aan den boven- of onderkant van den draad, die op de mikroskooptafel ligt, kan men ze zeer moeilijk waarnemen.

Om diezelfde reden heb ik ook de *vorming daarvan* niet kunnen nagaan en het is mij niet bekend, dat dit aan een der andere waarnemers van Sphaeroplea gelukt is; maar ik heb geen bezwaar, om mij met de onderstelling van Kny (ll. p. 262) te vereenigen, dat zij ontstaan moeten zijn, ten tijde dat het protoplasma nog tegen den celwand aanlag.

Gelijk te verwachten was, heb ik de openingen het duidelijkst kunnen waarnemen in de antheridiën, waaruit de spermatozoïden verdwenen waren en in de oögoniën met ontwikkelde oöspheeren of oösporen. In de ledige cellen waren zij ook na overwintering nog duidelijk zichtbaar. De *plaats dezer openingen*, waarvan een grooter of kleiner aantal (altijd meer dan ééne) in eene cel voorkomt, schijnt niet aan een bepaalde regelmaat gebonden te zijn. Nu eens vond ik er twee of drie vrij dicht bijeen, dan weder stonden zij op tamelijk grooten afstand van elkander.

Over den *vorm der spermatozoïden* heb ik niet veel nieuws mede te deelen. Het zijn kleine peervormige lichaampjes, die aan het versmalde einde twee lange cilïen dragen, welke men eerst na dooding duidelijk zien kan. Gedurende het leven ontsnappen deze door hunne snelle beweging aan de waarneming. Volgens Heinricher is het smalle einde nooit zoo lang en dun als Cohn dit afbeeldt, en hoewel in de afmetingen in lengte- en breedterichting tusschen de verschillende spermatozoïden eener zelfde cel nog al eenig verschil voorkomt, zoo komen mijne waarnemingen toch meer met die van Heinricher overeen. Eene spoelvormige gedaante, aan beide einden toegespitst, waarvan Kny gewag

maakt, heb ik niet gevonden. Ook zag ik de ondoorschijnende moleculen, die gemakkelijk kleurstoffen opnemen, vooral aan de beide uiteinden opgehoopt en in het midden eene enkele of dubbele kleurlooze strook (kraag volgens HEINRICHER li. p. 440). In dat ondoorschijnende gedeelte aan het achtereinde komen, volgens KNY (ll. p. 261), kleine geelachtige chromatophoren en eenige kleurlooze korreltjes voor, die ten deele uit zetmeel bestaan. HEINRICHER daarentegen beweert, dat de spermatozoïden van Sphaeroplea zonder twijfel geene chromatophoren bezitten (ll. p. 440 noot.)

De tegenspraak tusschen beide schrijvers berust waarschijnlijk op de verschillende beteekenis, die beide aan het woord „chromatophoren" hechten. Vat men het op in den zin door SCHMITZ gebruikt, en begrijpt men daaronder die grootere lichamen met pyrenoïden, zetmeelring en omgevend gekleurd plasma, welke in de vegetatieve cellen van Sphaeroplea voorkomen, dan heeft ongetwijfeld HEINRICHER gelijk. De geheele, boven gegeven beschrijving van de veranderingen, welke in de vegetatieve cel plaats hebben bij de vorming van het antheridium, bewijst dit voldoende. Maar dit kan ook KNY niet bedoeld hebben, die zelf eenige regels vroeger zegt, dat bij die vorming de groote pyrenoïden met hunne zetmeelringen verdwijnen. Ik geloof dus, dat hij met den naam van chromatophoren het fijnkorrelig, licht geel gekleurd plasma, dat in het ondoorschijnend gedeelte der spermatozoïden voorkomt, wil aanduiden. Twijfelachtig komt mij eindelijk de aanwezigheid van zetmeel in deze voor. In het bijna volwassen antheridium kon ik met jodium nergens zetmeel ontdekken, en met het oog op de levensfunctie der spermatozoïden schijnt mij de vorming van zetmeel in deze minder waarschijnlijk. Ook herinner ik mij niet, dat in de spermatozoïden van verwante planten met zekerheid de aanwezigheid van zetmeel is aangetoond.

OÖGONIËN.

De cellen, die zich tot oögoniën zullen ontwikkelen en waarvan de plaats in den Sphaeroplea-draad reeds boven aangewezen is, ondergaan reeds van den aanvang eene geheel andere wijziging van den inhoud dan die, welke tot antheridiën worden. Wanneer, (hetgeen in beide gevallen voorafgaat) de cel volwassen is en een zeker aantal ringen met chromatophoren, chlorophyllkorrels en kleurloos plasma bevat, ziet men, als eerste voorbereiding tot de vorming van het oögonium, voor zoover ik heb kunnen nagaan, eene uitbreiding van de netvormige plasmadraden, welke de ringen onderling verbinden. Daarbij schijnt eene

vermeerdering van het chlorophyll en ook eene vermeerdering en vergrooting van de chromatophoren te ontstaan, welke laatste zich niet meer bijna uitsluitend in de ringen maar ook daartusschen in het net van plasmadraden plaatsen, zoodat het algemeen voorkomen van den inhoud der cel, hoewel steeds levendig groen, een ander wordt dan te voren, en de ringen grootendeels door een wijdmazig net vervangen zijn, gelijk fig. 5 dit kan aantoonen.

Spoedig verandert echter dit beeld weder. De in elkanders nabijheid gelegen chromatophoren en chlorophyllkorrels vereenigen zich met het omringende plasma tot betrekkelijk groote, ondoorschijnende, groene massa's van onregelmatige, meest min of meer stervormige gedaante, welke door een aantal dunne plasmadraden met den cilinderwand der cel (of juister, met het wandstandige, kleurlooze plasma) verbonden zijn, en den indruk geven van stervormige plasmamassa's in het lumen der cel opgehangen. Cohn en Kny hebben dit goed afgebeeld, respectievelijk in hunne figg. 6*b* en 7*a*. Pl. 13 en fig. 1. Taf. LXIV. De aldus in eene rij gelegen stervormige massa's, waarvan de middellijn soms weinig kleiner is dan die van het lumen der cel, zijn aanvankelijk van elkander gescheiden door eene scherp begrensde, zeer dunne laag van plasma, loodrecht op den cilinderwand der cel geplaatst, welke geheel het voorkomen heeft van een dunnen dwarswand. Zoowel de reactie met jodium, als de toevoeging van water onttrekkende stoffen toont echter aanstonds aan, dat men hier niet met een dunnen cellulosewand maar met een plasmalaagje te doen heeft.

Bovendien ziet men, ook zonder aanwending van reagentiën, dien schijnbaren wand bij de verdere ontwikkeling van het oögonium alras verdwijnen. Weldra namelijk heeft er eene aanzienlijke contractie plaats door uitstooting van water uit het protoplasma; de stralen of pseudopodiën der stervormige figuren worden ingetrokken en de schijnbare dwarswand splijt zich in twee lamellen, die den celwand los laten, ieder één der plasma-massa's omgeven, en door verdere contractie zich tegen deze meer en meer ei- of bolvormig geworden massa's aanleggen. (Vergelijk Cohn, fig. 7. Pl. 13. Kny, fig. 2. Taf. LXIV).

Hierdoor wordt de inhoud van het jeugdige oögonium eene reeks van eivormige of sphérische lichamen, ondoorschijnend en groen gekleurd, vooral in het midden. Deze lichamen, die niet anders zijn dan de bijna volwassen eicellen of oöspheeren, contraheeren zich nog meer, en zijn dan geheel groen met uitzondering van een klein kleurloos gedeelte aan den omtrek, hetwelk door Cohn en Kny (ll. pag. 262) bij analogie met andere Algen. „Empfängnissfleck" genoemd is, omdat men vermoedt, dat daar de bevruchtende werking der spermatozoïden plaats heeft. Deze vlek heb ik somwijlen, doch niet altijd kunnen waarnemen. Tengevolge der genoemde contractie is nu de middellijn der oö-

spheeren veel kleiner dan die der eel geworden, en vaak ziet men ze dan ook naar elkander toerukken en zich in eene dubbele rij plaatsen, zoodat een gedeelte van het oögonium ledig wordt.

De beschreven veranderingen, die in zeer korten tijd verloopen, hebben plaats terzelfder tijd waarop in eene aangrenzende eel de spermatozoïden zich vormen. In het oögonium zijn nu ook de vroeger genoemde kleine openingen in den cilinderwand ontstaan, en er is alzoo gelegenheid tot bevruchting der eicellen.

Bevruchting.

Deze geschiedt, op de wijze zooals boven bl. 7 beschreven is, door indringing der spermatozoïden in het oögonium en door hunne vereeniging met de oöspheeren. Ik zal daaromtrent thans in geene nadere bijzonderheden treden, na al wat Cohn daarvan reeds gezegd heeft. Zoo dikwijls ik dit aantrekkelijk schouwspel heb gezien, heb ik de beschrijving van Cohn geheel bevestigd gevonden. Maar, evenmin als aan Cohn, Heinricher en Kny, is het mij gelukt, om de vereeniging van spermatozoïd en oöspheer onmiddellijk waar te nemen. Toch geloof ik die te mogen aannemen, want spoedig na de bevruchting, wanneer de oöspheer zich met een dunnen wand omgeeft en tot oöspoor wordt, is er van de spermatozoïden niets meer te zien en het öogonium bevat dan niets anders dan een zeker aantal oösporen, terwijl aan een weder uittreden der spermatozoïden uit het oögonium, door niemand waargenomen, wel niet te denken valt.

Het vermoeden, in mijne voorloopige mededeeling geuit, dat de oöspheeren, bij ontbreken van de bevruchting, zich ook parthenogenetisch zouden kunnen ontwikkelen, heeft zich bij nader onderzoek niet bevestigd.

Celkernen.

Er blijft mij over, de vraag te bespreken of bij Sphaeroplea kernen voorkomen. In het voorafgaande heb ik opzettelijk daarvan niet gesproken, omdat ik dit onderwerp liever in zijn geheel wilde behandelen, en ik thans beter de gelegenheid heb, onder verwijzing naar het vroeger medegedeelde, de verschillende phasen van ontwikkeling van Sphaeroplea daarbij in het oog te houden, zonder genoodzaakt te zijn, door vermelding van andere bijzonderheden het overzicht te storen. Ook knoopt zich aan dit onderwerp voor mij de persoon-

lijke plicht, om de juistheid eener waarneming van HEINRICHER te erkennen, die van de vroeger door mij gegeven voorstelling afwijkt.

COHN en zijne voorgangers FRESENIUS *) en CIENSKOWSKI †) spreken niet van kernen bij Sphaeroplea, en evenmin ALEX. BRAUN, waar hij in zijn klassiek werk: *die Verjüngung in der Natur* §), bij de behandeling der verschillende wijzen van celdeeling en celvermenigvuldiging, ook de vorming der sporen van Sphaeroplea in bijzonderheden vermeldt. In dien tijd was onze kennis van het voorkomen en de beteekenis der celkernen veel geringer dan thans, en men kon niet beschikken over de voortreffelijke optische hulpmiddelen van de tegenwoordige dagen; de methode van verharding en kleuring, welke tot zoo verrassende uitkomsten heeft geleid, was onbekend, zoodat het niet te verwonderen is, dat men geen kernen bij ons Algengeslacht heeft gevonden.

Doch ook ik was aanvankelijk niet gelukkiger. Hoewel bij mijn eerste onderzoek de eigenaardige dwarsbalken en de verschijnselen der fructificatie bij Sphaeroplea meer mijne aandacht getrokken hadden dan de vraag, of in de cellen ook kernen bevat waren, zoo verzuimde ik toch niet, ook hiernaar te zoeken. Naar het voorschrift van STRASBURGER in chroomzuur van 1% vier uren lang gelegde en daarna met gedestilleerd water herhaaldelijk uitgespoelde draden van Sphaeroplea, die geheel kleurloos waren geworden, en overigens uitmuntend materiaal opleverden voor onderzoek, werden met verschillende kleurmiddelen, z. o. karmijnoplossing, cochenille-aluin, haematoxyline, eosine, rosanilin-acetaat behandeld, maar zonder succes. Wel vertoonden zich de bekende verschillen tusschen de microsomen in het plasma en het hyaloplasma, waarvan de eerste de kleurstof in zich concentreerden en het laatste kleurloos bleef; wel zag ik ook de pyrenoïden der chromatophoren dan meer dan minder gekleurd, maar met zekerheid kon ik geen celkernen in de cellen ontdekken, zoodat ik in mijne voorloopige mededeeling in de zitting der Akademie van den 26 Mei 1883 meende te mogen zeggen, dat in Sphaeroplea geen kernen worden gevonden.

Niet beter ging het later KNY **), die verklaarde met pikrinzuur-nigrosine geene bevredigende uitkomsten verkregen te hebben en in de onzekerheid dienaangaande op zijne voortreffelijke „Wandtafeln" ook geene kernen heeft afgebeeld, niettegenstaande HEINRICHER reeds het tegendeel had beweerd en door figuren toegelicht.

---

*) *Bot. Zeit.* 1851. p. 241 sqq. Wat FRESENIUS pag. 209 in zijne fig. 31 als kernblaasje aanduidt, schijnt mij toe, geen celkern te zijn.

†) *Bot. Zeit.* 1855. p. 777. sqq.

§) pp. 176 en 289.

**) II. p. 261 Noot.

Deze, wiens onderzoek, gelijk boven gezegd (bl. 4) weinige maanden na mijne mededeeling het licht zag, beweert, dat bij Sphaeroplea de kernen bijzonder gemakkelijk zichtbaar te maken zijn. Zoowel met alcoholmateriaal als met in osmiumzuur van 1% of in pikrinzuur verharde voorwerpen kon hij door haematoxyline of pikrokarmijn goede kernkleuringen verkrijgen. In verschillende stadiën van ontwikkeling van Sphaeroplea beeldt hij, hoewel in eenigszins gebrekkige en onvolledige figuren, de plaats en het aantal der door hem gevonden kernen af. In eene noot, waarin hij mijne uitkomst bestrijdt *), wijst hij er bovendien op, dat zijne kernen geen pyrenoiden, d. i. niet de centra van amylumkogels zijn, maar dat hij, hoewel op deze laatsten niet bijzonder acht gevende, meende, dat zij bij Sphaeroplea toch ook voorkomen.

Ik behoef wel niet te zeggen, dat deze uitkomst nieuw onderzoek van mijne zijde noodig maakte. Al had mijne ervaring mij ook geleerd, dat HEINRICHER's uitspraak, dat bij Sphaeroplea de kernen bijzonder gemakkelijk zichtbaar te maken zijn, niet juist was, ik wist uit vroeger ondervinding, dat het brengen der kernen in een toestand, waarin zij en zij alleen de kleurstof opnemen of bij uitspoeling vasthouden, vaak van omstandigheden afhangt, die men niet altijd kan doorzien, zoodat STRASBURGER, eene autoriteit op dit gebied, terecht verklaart: „es kommt nur zu häufig vor, dass eine sonst bewährte Tinction aus unbekannten Gründen versagt, daher niemals auf einen vereinzelten Fall hin ein Schluss zu basiren ist". †)

Daarom werden met een deel van het eerst ontvangen materiaal, zoowel als met nieuwe zygoten, door de welwillendheid van Prof. LEITGEB later uit Gräz ontvangen, nieuwe kulturen aangelegd (cf. boven bl. 9) en werd dit meer dan eens, en zelfs, tot toetsing van enkele twijfelachtige punten, nog in het afgeloopen najaar herhaald, zoodat ik voldoende materiaal van verschillenden leeftijd bezat. Dit materiaal werd zoowel in verschen staat, als gehard onderzocht. In de levende draden kon ik nimmer, later zoo min als vroeger, kernen ontdekken. Verharding had plaats in alcohol, in chroomzuur van 1%, waarin de planten vier uren vertoefden en in geconcentreerd pikrinzuur, waarin zij meestal een etmaal, soms iets langer bleven. In de beide laatste gevallen werd herhaaldelijk met veel gedestilleerd water uitgespoeld, daarna werden de praeparaten enkele dagen in water uitgeweekt, zoodat elk spoor van vrij zuur verdwenen was, waarop de aldus geharde voorwerpen tot nader onderzoek bewaard bleven in het door STRASBURGER aanbevolen mengsel van 1 deel alcohol, 1 deel glycerine en 8

*) ll. pag. 438.

†) *Das botanische Practicum.* pag. 330.

deelen gedestilleerd water. Een enkele maal heb ik, om schimmelvorming te voorkomen, daarbij een enkelen droppel carbolzuur gevoegd, maar dit later nagelaten, toen mij bleek, dat dit voor de latere kleuring soms minder voordeelig was. Bij behandeling met chroomzuur werden de groene draden, even als na plaatsing in alcohol, volkomen ontkleurd; bij gebruik van pikrinzuur hadden zij soms nog een geelachtig groenen tint behouden, die eerst na langer verblijf in het zuur, of na latere plaatsing in chroomzuur verdween. De inhoud der aldus behandelde cellen was weinig of niet samengetrokken, en plasmadraden, zoowel als de binnen het plasma voorkomende (nu ontkleurde) chromatophoren met amylumring en pyrenoïd waren zeer scherp geteekend.

Dit materiaal werd met verschillende kleurmiddelen behandeld, waarvan ten slotte pikrokarmijn, waterige haematoxyline-oplossing en BEALE's karmijn de beste uitkomsten gaven; het tweede bepaaldelijk, wanneer het eenigen tijd aan de lucht gestaan had en ten deele in haematëin-ammoniak veranderd was. Met allen vond ik in de cellen van Sphaeroplea een groot aantal zeer kleine kernen, dikwijls veel meer dan HEINRICHER aangeeft.

In pikrokarmijn waren de kernen geelrood gekleurd (zie fig. 12) en het overige plasma kleurloos, in haematoxyline waren zij blauw. In het laatste geval kwam de kleuring dikwijls eerst 24 uren, nadat de praeparaten in het kleurmiddel eenigen tijd vertoefd hadden en daarna uitgewasschen waren, goed voor den dag. Na kleuring zoowel met pikrokarmijn als met haematoxyline werden de praeparaten in het bovengenoemde mengsel van alcohol, glycerine en water of wel in verdunde glycerine bewaard, waarin zij zich zeer goed hielden. Sommigen daarvan, thans reeds meer dan twee jaren oud, zijn nog in geenen deele verbleekt. De in pikrinzuur geharde voorwerpen bleken voor beide kleurmiddelen goed geschikt te zijn; die, welke in chroomzuur gehard waren, namen wel haematoxyline, maar pikrokarmijn niet altijd even goed op. Daarentegen vond ik het methylgroen, dat anders voor kleuring van kernen zulke goede diensten bewijst, voor Sphaeroplea ongeschikt. De kleurstof werd weinig of niet opgenomen.

In den laatsten tijd heb ik vooral met voordeel gebruik gemaakt van BEALE's karmijn, waarin de voorwerpen eenige dagen vertoefden, en dan in water werden uitgespoeld, om in het genoemde mengsel van glycerine, alcohol en water bewaard te blijven, hetgeen, aan de lucht liggende, langzamerhand in bij den gewonen toestand der lucht met water verzadigde glycerine veranderde, en waarbij geen contractie van den inhoud plaats had. In dit BEALE's karmijn werden de kernen karmijnrood met nog donkerder tint der nucleoli of der microsomen in de kern. Bij eenigszins intensieve kleuring werden ook de pyrenoïden

licht getint, maar anders dan de kernen, zoodat deze laatsten scherp te onderscheiden waren. Mijn assistent, de Heer WOLTERING, was mij hierbij met veel ijver behulpzaam. Bij dit onderzoek bleek toevallig, dat temperatuurverschillen niet zonder belangrijken invloed op de kleuring zijn. In pikrinzuur en in chroomzuur geharde draden van Sphaeroplea, welke, na in gedestilleerd water uitgespoeld te zijn, ettelijke dagen in BEALE's karmijn gelegen hadden, namen de kleurstof weinig of niet op. Dit geschiedde echter in den winter, toen de temperatuur van mijne werkkamer in het laboratorium des avonds en des nachts tot 2° à 3° C., soms nog lager daalde. Eene verwarming tot 25°, hoogstens 30° C., bracht nu binnen een half uur eene prachtige kleuring der kernen teweeg. Eene geringe verwarming kan dus vaak voordeelig zijn, wanneer de kleuring lang uitblijft of slechts zeer zwak is.

Gaven de genoemde kleurmiddelen mij de gelegenheid, om bij ontwikkelde draden van Sphaeroplea de kernen op te sporen en te onderzoeken, het was niet wel mogelijk deze behandeling toe te passen op de jonge plantjes, die pas uit den staat van zwermsporen in dien van spoelvormige lichaampjes overgegaan, slechts 0.005—0.008 mm. lang en nog niet 0.001 mm. breed waren. Bij de uitwassching van het zuur moesten zij met het waschwater weggespoeld worden, zonder dat het mogelijk was, ze weer terug te vinden en op te zamelen. Ik heb nog beproefd om eene kleine hoeveelheid jonge plantjes na harding op een filtrum te brengen, en na uitspoeling, totdat het waschwater geene zure reactie meer vertoonde, voorzichtig van het papier af te nemen; maar ook dit gaf geene goede resultaten, en de hoeveelheid voorwerpen, waarover ik beschikken kon, was daartoe ook te gering. Met belangstelling heb ik daarom kennis genomen van een opstel van PFITZER (*Deutsche botan. Berichte*, I, p. 44), die bij zijne onderzoekingen van Bacillariaceën op hetzelfde bezwaar gestuit was, en na velerlei proeven, in nigrosin-pikrinzuur een middel had gevonden, om tegelijk te verharden en te kleuren, zonder dat het kleurmiddel behoefde verwijderd te worden. Ik heb met goed gevolg dit pikro-nigrosine, zoowel in alcoholische als in waterige oplossing gebruikt. Het protoplasma wordt daarmede zwak vuilblauw, maar de kernen donkerbruinrood gekleurd bij de ontwikkelde draden, zooals fig. 13 doet zien. Voor de jonge boven genoemde toestanden, liet het zich aanwenden door toevoeging van een droppel van het reagens bij de in een hangenden droppel gekiemde zygoten. Later is het mij gelukt, bij deze ook goede kleuringen te verkrijgen met pikrokarmijn. Het geheele voorwerp werd dan wel lichtrood gekleurd, maar de kernen en ook de nucleoli waren daarin toch duidelijk en scherp te onderkennen. In de figg. 1, 2 en 3, waarvan de kernkleuringen op deze wijze verkregen zijn, is duidelijkheidshalve de lichte tint van het plasma weggelaten.

Eindelijk nog deze opmerking: wil men de kernen in de verschillende stadiën bij Sphaeroplea goed leeren kennen, dan moet men gebruik maken van zeer sterke vergrootingen, want zij zijn uiterst klein. Ik heb dan ook daarvoor in den laatsten tijd steeds bij voorkeur objectieven met homogeene inmersie, bepaaldelijk Zeiss $^1/_{18}$ gekozen, en met groot voordeel heb ik ook gebruik gemaakt van de nieuwe apochromatische objectieven uit die beroemde werkplaats afkomstig, waarvan de groote openingshoek en de zuiverheid der kleurbeelden bij deze onderzoekingen mij van groote waarde waren.

De langs genoemde wegen verkregen uitkomsten zijn de volgende:

In de zeer jonge plantjes, die pas den spoelvorm hadden aangenomen, vond ik ééne celkern in het midden gelegen, rond van vorm met een duidelijken nucleolus, ter wederzijde van de kern zag men een chromatophoor in de lengteas van het voorwerp (zie fig. 1); een iets grooter plantje vertoonde twee dergelijke kernen op gelijken afstand van het midden gelegen (fig. 2); een dergelijk voorwerp, ruim tweemaal zoo lang als het laatstgenoemde en ook iets dikker in het midden, had vier kernen, waarvan er twee iets kleiner dan de beide andere en dicht bij elkander gelegen, vermoedelijk eerst kort te voren door deeling eener moederkern waren ontstaan (fig. 3); in dit plantje vond ik, behalve oliedroppeltjes, die in alle jonge voorwerpen in grooter of kleiner aantal voorkwamen, vier chromatophoren met duidelijke amylumringen om de pyrenoïden. Hier zag men reeds, wat in de oudere planten veelvuldig wordt aangetroffen, de kernen in de onmiddellijke nabijheid der chromatophoren. Ik kan dus bevestigen, wat Heinricher ten opzichte van de aanwezigheid en het getal der kernen in zeer jeugdige voorwerpen heeft medegedeeld (ll. p. 448). Evenmin als hij, heb ik directe deeling der kernen kunnen waarnemen, maar wel zag ik vaak, ook in oudere voorwerpen, twee kernen van iets geringer grootte, zeer dicht bij elkander liggen, waar op dergelijke plaatsen er elders slechts één voorkwam, tevens beide min of meer aan de naar elkander toegekeerde zijde afgeplat. Verder vond ik herhaaldelijk kernen van eenigszins verlengden vorm met twee nucleoli (fig. 6 *a* en *c*), hetgeen als het begin van deeling te beschouwen is, zoodat ik er niet aan twijfel, of de kernen bij Sphaeroplea vermeerderen zich door deeling in den regel in twee dochterkernen.

Wanneer de draden van Sphaeroplea voortgaan met groeien en de ringen in aantal toenemen, waarbij ook de chromatophoren, op de wijze zooals Schmitz in zijn voortreffelijk werk: *Die Chromatophoren der Algen*, p. 90 sqq. heeft uiteengezet, zich deelen en vermenigvuldigen, ziet men ook het aantal celkernen toenemen. Gewoonlijk liggen er van deze twee à drie in elken ring, meestal in de onmiddellijke nabijheid der met amylumkogels omgeven pyrenoïden, en dik-

wijls, doch niet altijd, met deze in aantal in elken ring overeenkomende. Wanneer de celkernen relatief in rust, d. i. niet in toestand van deeling verkeeren is de vorm meest rond of ellipsoïdisch, en soms min of meer lensvormig afgeplat, met een duidelijken, door de kleurstof zeer donker getinten nucleolus in het midden. De substantie der kern is dan vrij gelijkmatig, hoewel ook dikwijls eenige donkere puntjes, als kleine chromatine-lichaampjes daarin voorkomen. Bepaalde kernfiguren of een net van draden heb ik daarin niet kunnen onderscheiden; en in geen geval althans is het mij gelukt daarin die reeks van veranderingen der chromatine-lichamen als opvolgende deelingsstadiën te onderkennen, welke bij de zoogenaamde indirecte kerndeeling door STRASBURGER en anderen beschreven zijn.

Het is mogelijk, dat de kleine afmeting dier kernen, welke bij de sterkste vergrootingen van meer dan 2000 maal slechts een beeld van enkele millimeters grootte vertoonen, ons belet dergelijke veranderingen waar te nemen, maar ik houd het voor waarschijnlijker, dat men bij deze veelkernige cellen te doen heeft met zoogenaamde „directe kerndeeling", waarbij niet al die phasen en verschillende vormen doorloopen worden, maar waarbij eene insnoering der kernen plaats heeft, voorafgegaan door eene insnoering of verdeeling der nucleoli.

Met de celdeeling — hier het ontstaan der dikke dwarswanden, met cellulose proppen van verschillenden vorm voorzien, — heeft de kerndeeling niets te maken. De vorming dier wanden heeft plaats door appositie tegen den buitenwand aan, zoo als boven bl. 18 is uiteengezet. En ook waar de zich vormende of zich vergrootende proppen tegen een ring met chromatophoren en pyrenoïden aanliggen of door plasmadraden met dezen verbonden zijn, vertoonen de celkernen in dien ring noch in aantal, noch in vorm en structuur verschil met de gewoonlijk in de ringen voorkomende kernen.

Daarentegen in sommige cellen van volwassen Sphaeroplea-draden vond ik, niettegenstaande het voorkomen der ringen weinig veranderd was, zoo vele kernen, en daarbij van zoo verschillende grootte, dat ik een geruimen tijd geaarzeld heb, of ik hier niet met iets anders te doen had. Konden wellicht de oliedroppels, die ook in het protoplasma voorkomen, de kleurstof tevens hebben opgenomen? Hiertegen was echter het bezwaar aantevoeren, dat die glanzige, sterk lichtbrekende droppels zich wel niet met dezelfde tinten zouden voordoen als de geharde celkernen; en tusschen de gekleurde lichaampjes was wel verschil in grootte, maar niet verschil in tint te herkennen. Toen ik PFEFFER's belangrijke verhandeling „*Ueber Aufnahme von Anilinfarben in lebenden Zellen* (Untersuchungen a. d. botan. Inst. in Tübingen, Bd. II) ontving en daaruit zag, hoe looistofblaasjes bij uitnemendheid het vermogen bezitten om kleurstoffen op te nemen, kwam het

denkbeeld bij mij op, of deze misschien deel aan de kleuring mijner praeparaten konden hebben. Ik heb daarop de cellen van Sphaeroplea opzettelijk in dit opzicht onderzocht, maar noch met ijzerzouten, noch met kaliumbichromaat, noch met het later door MOLL aanbevolen reagens (Maandblad v. Natuurwetenschappen Bd. XI. p. 27.) heb ik daarin looistoffen kunnen vinden.

Nader onderzoek evenwel bevestigde mij in de aanvankelijke meening, dat de bedoelde voorwerpen toch inderdaad kernen zijn. Ik vond ze terug bij gebruik van verschillende kleurstoffen. Met pikro-karmijn werden zij rood (zie fig. 12), met pikro-nigrosine bruinrood, terwijl het plasma vuilblauw werd (zie fig. 13); met haematoxyline werden zij blauw gekleurd (zie fig. 23). En toen ik ze onderzocht met de beste optische hulpmiddelen van den tegenwoordigen tijd, namelijk met het nieuwe apochromatische objectief voor homogeene immersie van ZEISS met 1.30 openingshoek en 2.0 focaal-afstand, vond ik in onderscheiden kernen ook de nucleoli, en in een enkele ook deelingstoestanden, zoo als fig. 23 doet zien. Het bleek mij, door vergelijking met andere praeparaten, dat ik in bovengenoemde gevallen te doen had met een eerste stadium van het proces der vorming van spermatozoïden. Op een tijdstip, waarop de ringen met chromatophoren nog geene andere noemenswaardige wijziging vertoonen, dan deze, dat de plasmadraden, die ze vereenigen, overvloediger schijnen te worden, deelen zich de kernen herhaaldelijk door insnoering en worden uit het cytoplasma, dat ze omringt, gevoed. De door insnoering ontstaande stukken behoeven daarbij niet even groot te zijn; evenmin is de voeding bij alle stukken even snel; van daar, dat in dit stadium de grootte der dochterkernen zeer onderscheiden kan zijn.

Bij de verdere ontwikkeling verdwijnt echter allengs dit verschil. Zoo vond ik in een later stadium, afgebeeld in fig. 7, waar de kernen door BEALE'S karmijn gekleurd zijn, de meesten van ongeveer gelijke grootte. Nucleoli waren toen niet daarin te herkennen, wel daarentegen een grooter of kleiner aantal chromatine-lichaampjes, uiterst klein, sommigen als puntjes, anderen als staafjes zich voordoende, zonder dat het mij echter mogelijk was, daarin bepaalde figuren te herkennen. Deze kernen waren nu, zoo als de figuur doet zien, vrij gelijkmatig verdeeld in de plasma-massa met groote vacuolen, die in de plaats der ringen was getreden. Het aantal der pyrenoïden met amylumringen was verminderd, maar onderscheiden groote chromatophoren met beide bestanddeelen, wier inhoud in de verharde massa zich scherp tegen de omgeving afteekende, waren nog in de plasma massa verspreid.

Weldra verdwijnen nu ook deze; het amylum wordt verbruikt en de pyrenoïden verdeelen zich vermoedelijk in de plasma-massa of worden in deze opgelost; althans zij zijn niet meer afzonderlijk herkenbaar. De kernen daarentegen

vermenigvuldigen zich nog meer. In de figg. 8 en 9 ziet men dit stadium afgebeeld. In beide vindt men een groot aantal kernen, scherp begrensd, soms verlengd, soms hoekig van vorm, met kleine, donkerder getinte microsomen in de kernmassa, liggende te midden van een fijnkorrelig plasma met groote vacuolen daartusschen. In fig. 9 ziet men tevens nog enkele kernen in deelingstoestand met den biscuitvorm, en onderscheiden anderen, wier ligging naast elkander en afplatting aan de naar elkander toegekeerde zijden bewijst, dat de deeling of afsnoering eerst kort te voren heeft plaats gehad. Nu eens meer, dan minder duidelijk ziet men de kernen tevens als middelpunten van afzonderlijke ellipsoïdische plasmalichamen, de toekomstige spermatozoïden. Dit laatste wordt gaandeweg duidelijker, en weldra zijn, gelijk fig. 10, evenals de beide vorige naar de natuur geteekend, aangeeft, de spermatozoïden duidelijk herkenbaar. Ieder spermatozoïd bevat ééne kern, die een groot gedeelte van het breeder achtergedeelte inneemt, scherp begrensd, en gewoonlijk ellipsoïdisch is. In het voorste gedeelte bevindt zich geene kernmassa. Tusschen de spermatozoïden wier ciliën in dit stadium nog niet goed herkenbaar zijn, bevinden zich geene kernen. De dochterkernen worden dus ieder een hoofddeel van een spermatozoïd, dat aanvankelijk nog tusschen de plasma-massa gelegen, in zijn laatste stadium van ontwikkeling dit in zich opneemt, zoodat, gelijk boven gezegd, er, na het uittreden der volwassen spermatozoïden, in de tot antheridium geworden cel geen of slechts een nauw merkbaar spoor van den protoplasmatischen inhoud overblijft.

Geheel anders is de levensloop der kernen in de vrouwelijke cellen van Sphaeroplea. Ook hier begint de aanleg tot sexueele voortplanting met eene wijziging van de dispositie van chromatophoren, kernen en plasma in ringen, waarvoor een meer of min wijdmazig net in de plaats treedt, maar het aantal der kernen vermeerdert daarbij niet merkbaar. Zij verplaatsen zich alleen en liggen meestal in de knooppunten van het net van plasma, zoo als fig. 5, doet zien. Zij blijven den ronden of ellipsoïdischen vorm en de duidelijke, donker getinte nucleoli behouden. Bij de verdere wijziging van den plasmainhoud tot onregelmatige klompen en stervormige massa's, met fijne draden aan het wandplasma verbonden en van elkander door dunne plasmadraden, die het voorkomen van uiterste dunne tusschenschotten hebben, gescheiden, blijven de pyrenoïden en de daarom liggende groote amylumkogels bewaard en plaatsen zich de kernen in het midden van den klomp. Het aantal der kernen schijnt daarbij te verminderen. Terwijl in elken klomp drie à vier chromatophoren met pyrenoïden en amylumringen voorkomen, vond ik daarin, zoo als fig. 11 aangeeft, slechts één of twee kernen. Waar twee kernen werden aangetroffen, lagen deze onmiddellijk tegen elkander, waar er slechts één werd gezien, was deze

groot en eenigszins verlengd. In beide gevallen waren de nucleoli verdwenen, en zag men de chromatine-lichaampjes als puntjes of staafjes in onregelmatige figuren in de kern-massa verspreid. Vermoedelijk voegen zich hier dus meer kernen samen tot één. Hoewel ik die samensmelting niet direct heb waargenomen, acht ik deze toch waarschijnlijker dan dat eenige kernen zouden verdwijnen en opgelost worden in de plasma-massa. Er is, dunkt mij, geen reden, waarom van de oorspronkelijke gelijkwaardige kernen, sommigen zouden verdwijnen en te niet gaan en anderen in leven blijven. Trouwens bij de bevruchting heeft toch ook samensmelting der kernen plaats, wanneer het spermatozoïd in het ei verdwijnt, en bij Phanerogamen is hetzelfde aangetoond in den kiemzak, zoodat het verschijnsel niet zonder analogie is. In elk geval is in het genoemde stadium van ontwikkeling het aantal der kernen kleiner dan te voren.

In de oöspheeren en bevruchte oösporen, die slechts met één dunnen wand bekleed zijn, heb ik altijd slechts één kern aangetroffen, terwijl daarin steeds 2, 3 en 4 groote chromatophoren met pyrenoïden en amylumbollen werden gevonden. Fig. 24 toont dit in een paar voorbeelden. In deze was de kern weder in rusttoestand met duidelijke nucleolen.

In de oösporen met verdikten wand, den staat waarin de zygoten overwinteren, gelukte het mij evenmin als aan mijn voorganger, de kern door kleuring aan te toonen. De wand was zoo resistent, dat zelfs na langdurige harding de kleurstof niet binnendrong. Ik vermoed echter met HEINRICHER, dat de zygote eenkernig blijft tot het begin der kieming. Dan heeft er in den inhoud eene belangrijke verandering plaats, waarmede waarschijnlijk een deeling der kernen gepaard gaat, want ieder der zwermsporen, of nauwkeurig gezegd, ieder der spoelvormige plantjes, waarin de zwermsporen veranderen, bezit aanvankelijk een kern, en volgens onze tegenwoordige voorstelling wordt een celkern niet spontaan gevormd, maar is hereditair.

Uit het bovenstaande blijkt alzoo, dat de cellen van Sphaeroplea veelkernig zijn. De rol dezer kernen, en hare veranderingen zijn aangetoond bij de vorming van spermatozoïden en eicellen, hetgeen, zoover mij bekend is, tot dus verre, hoewel vermoed, niet direct was bewezen. De kernen deelen zich door insnoering, zij nemen aan het proces der celdeeling geen aandeel. Mijne waarnemingen sluiten zich geheel aan die van SCHMITZ in zijn geschrift: *Die vielkernigen Zellen der Siphonocladiaceen*" en van STRASBURGER: *Ueber den Theilungsvorgang der Zellkerne*" en ik wensch het beschreven geval te brengen tot hetgeen FLEMMING genoemd heeft „directe kerndeeling", daar van fragmentatie van kernen, mijns inziens, alleen sprake kan zijn bij afstervende organen, waar de kernen geen rol meer te vervullen hebben.

VERKLARING DER FIGUREN.

PLAAT I.

Fig. 1. Jong plantje van Sphaeroplea annulina met ééne kern, behandeld met pikrokarmijn-ammoniak. De kern karmijnrood gekleurd. Vergrooting $\frac{900}{1}$.

» 2. Een iets ouder voorwerp met 2 kernen. $\frac{900}{1}$.

» 3. Onder voorwerp met 4 kernen. Hiervan is alleen het middengedeelte afgebeeld. $\frac{900}{1}$.

» 4. Gedeelte van eene volwassen cel van Sphaeroplea, na verharding in chroomzuur van 1%, gekleurd met Beale's karmijn. Het stuk bevat drie ringen, ieder met 1 à 2 celkernen k, en met 1 à 2 chromatophoren c, waarin zetmeelring z en pyrenoïd p duidelijk te zien zijn. $\frac{1500}{1}$.

» 5. Gedeelte van eene cel, evenzoo behandeld, waarin de eerste aanduiding van de vorming van oöspheeren plaats heeft, herkenbaar door de meer netvormige verdeeling van plasma, kernen en chromatophoren. De letters c, k, p en z hebben dezelfde beteekenis als in de vorige figuur. $\frac{1500}{1}$.

Fig. 6. a, b, c en d Gedeelten van cellen, met kernen met 1, 2 en 3 nucleoli. De kernen met karmijn gekleurd. $\frac{1000}{1}$.

» 7—10. Gedeelten van cellen, waarin verschillende ontwikkelingstrappen der vorming van spermatozoïden te zien zijn, alleen gehard in chroomzuur, daarna met Beale's karmijn gekleurd. In fig. 7 zijn de ringen van plasma verdwenen, de chromatophoren met pyrenoïd en amylumring gedeeltelijk nog aanwezig, het aantal der kernen is vermeerderd, en bij onderscheiden daarvan zijn de chromatine-lichaampjes op bijzondere wijze gegroepeerd. Hier en daar, b. v. bij d, d, zijn sporen van plaats hebbende kerndeeling zichtbaar. $\frac{1200}{1}$. In fig. 8 zijn de chromatophoren verdwenen, de kernen nog weder in aantal vermeerderd. Fig. 9 als voren. Verschillende kernen vertoonen zich paarsgewijze gegroepeerd en dan de naar elkander toegekeerde zijden afgeplat, als gevolg der voorafgegane deeling. $\frac{1500}{1}$ Fig. 10. Bijna volwassen spermatozoïden, te midden van kleurloos, fijnkorrelig plasma. $\frac{1500}{1}$. De kernen in de figuren 7—10 overal karmijnrood gekleurd.

» 11. Gedeelten eener cel, na verharding in chroomzuur met Beale's karmijn gekleurd, met eenige onregelmatige, min of meer stervormige plasma-massa's, welke zich tot oöspheeren zullen vormen. Later stadium van het in fig. 5 afgebeelde. De chromatophoren zijn bewaard gebleven, en in elk der door draden nog samenhangende massa's ziet men 1 à 2 groote kernen k. Deze zijn in de fig. karmijnrood gekleurd. $\frac{1500}{1}$.

PLAAT II.

Fig. 12. Gedeelte van eene cel, waarin de eerste aanduiding van vorming van spermatozoïden, herkenbaar door veelvuldige en herhaalde deeling der kernen. De kernen geelachtig rood gekleurd na harding in pikrinzuur en behandeling met pikro-karmijn. $\frac{540}{1}$.

» 13. Een soortgelijke cel, in ongeveer even oud stadium, na harding in pikrinzuur gekleurd met waterige nigrosine-oplossing. De kernen zijn hier roodachtig, het plasma blauw geworden. $\frac{540}{1}$.

Fig. 14. *a*, *b* en *c*. Voorbeelden van regelmatige dwarswanden der cellen; *a*. gewone gesloten dwarswand; *b*. ringvormige dwarswand, in het midden open, in doorsnede gezien; *c*. een zoodanige, boven en onder door een cellulose-prop gesloten. $\frac{800}{1}$.

» 15. Eerste begin van een dwarswand, door twee diametraal tegenovergestelde verdikkingen van den buitenwand door appositie ontstaan. $\frac{800}{1}$.

» 16. Twee losse, doode dwarswanden van boven op gezien. Een daarvan gekleurd met Schultz' reagens om de opening in het midden te doen zien. $\frac{800}{1}$.

» 17 en 18. Voorbeelden van onregelmatige dwarswanden en celstofwoekering, met de lagen in die wanden. $\frac{800}{1}$.

» 19. Gedeelte van eene levende cel. Bij *x* plaatselijke woekering van cellulose, ter wederzijde omgeven van eene ophooping van chlorophyllhoudend plasma. De gemeenschap tusschen de twee deelen der cel wordt hierdoor niet afgesloten, doch slechts vernauwd. $\frac{800}{1}$.

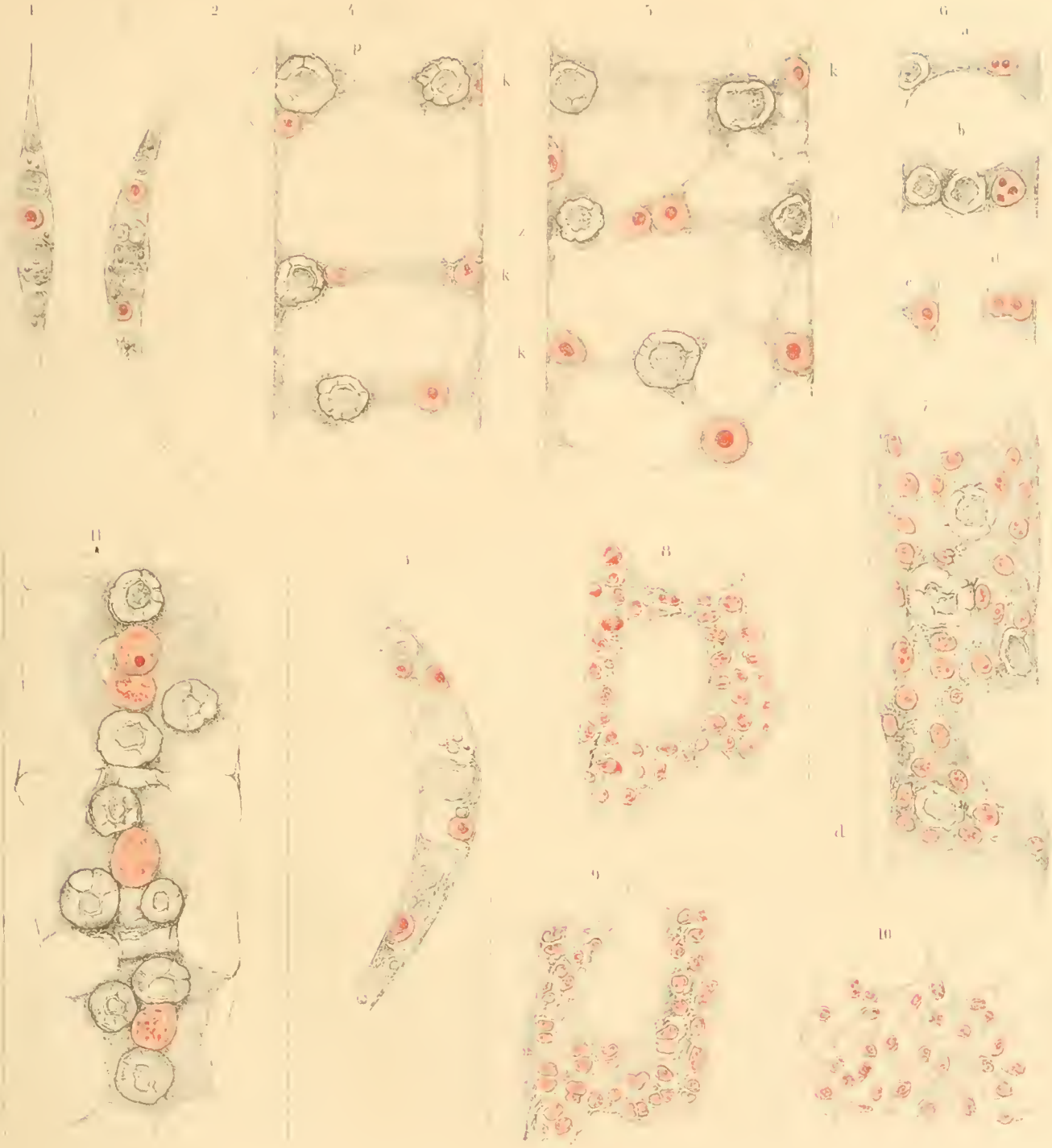
» 20. Gedeelte eener cel met kiemende zygoten *z*, en daartusschen eenige zwermsporen, met de roode en groene puntjes bedeeld. Naar het leven geteekend. $\frac{600}{1}$.

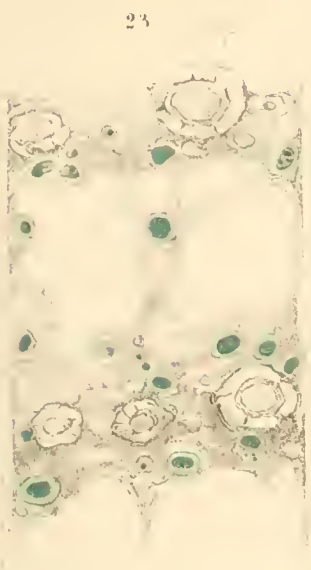
» 21 en 22. Woekeringen van cellulose. Fig. 21 nabij het einde van den draad. Fig. 22. Spits en geheel solide geworden, door vorming van cellulose, met Schultz' reagens blauw gekleurd. $\frac{800}{1}$.

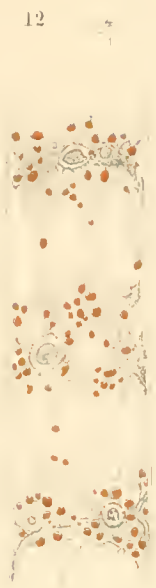
» 23. Gedeelte eener cel, na verharding in geconcentreerd pikrinezuur behandeld met waterige haematoxyline-oplossing, waardoor de kernen blauw gekleurd zijn. Eerste stadium van de vorming van spermatozoïden van ongeveer gelijken ouderdom als in figg. 12 en 13. $\frac{1500}{1}$.

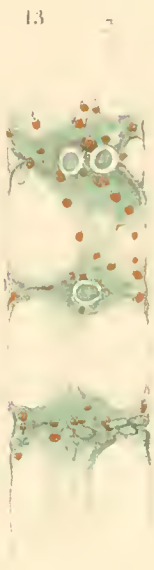
» 24. Twee bevruchte oösporen of zygoten, van een eersten wand voorzien; beide behandeld met chroomzuur en daarna met Beale's karmijn. In iedere oöspoor ééne kern (rood gekleurd in de figuur) en 1 à 3 chromatophoren met pyrenoïd en amylumring. $\frac{1500}{1}$.

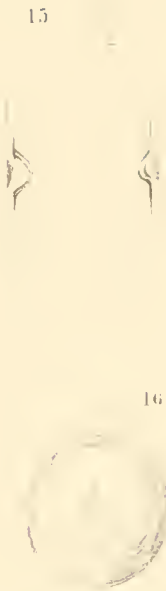
» 25 Ligging van plasmadraden en kernen nabij den groeienden cellulose-prop. De kernen met karmijn gekleurd. $\frac{800}{1}$.


1
2
4
5
6
7
8
9
10
11
p
k
z
a
b
c
d


23


12


13


15

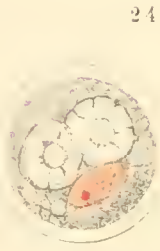
17

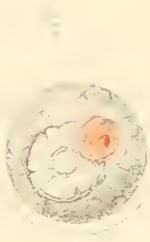
16

a

14
b

c


24



19.
x
x

20
z
s
s
z

21
18

22

25

DE EMBRYONALE ONTWIKKELING

VAN DE

ANSJOVIS

(EUGRAULIS ENCRASICHOLUS).

DOOR

K. F. WENCKEBACH.

Med. Cand.

In den zomer van het jaar 1886 werden in het Zoölogisch Station der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging, in genoemd jaar te Nieuwediep gevestigd, onderzoekingen ingesteld naar het trekken, de voortplanting en de ontwikkeling van de Ansjovis. Het onderzoek naar de embryonale ontwikkeling van dezen voor de Zuiderzeevisscherij zoo belangrijken visch viel grootendeels aan schrijver dezes ten deel. De resultaten daarvan zijn in de volgende regelen neêrgelegd.

Van de voortplanting der Ansjovis was tot nog toe door onderzoekingen, ingesteld door Prof. C. K. HOFFMANN, slechts bekend, dat ze in de maanden Juni en Juli geslachtsrijp wordt, dat de talrijke eieren, uit de rijpe kuiter gedrukt, een ovalen vorm hebben, ongeveer 1 mM. lang en daarbij volkomen doorzichtig zijn; het soortelijk gewicht dezer eieren is iets grooter dan dat van zeewater, zoodat ze daarin zinken. Kunstmatige bevruchting was niet gelukt en de broedplaatsen of enkele bevruchte eieren waren nog niet gevonden.

Juist dit laatste, het ontbreken van bepaalde broedplaatsen, terwijl ook aan

de Zuiderzeevisschers niets van ansjoviskuit bekend was, deed het vermoeden in mij oprijzen, dat de ansjovis-eieren misschien *pelagisch* zouden zijn, d. i. aan de oppervlakte van het water zouden drijven. In overeenstemming hiermede scheen mij dadelijk de volkomen doorzichtigheid van het ei, de geringe afmetingen en niet het minst het algeheel ontbreken van een gelatineuse massa, haren, of anderzins, die bij talrijke soorten van beenige vischen dienen om de eieren onderling of aan waterplanten, steenen enz. te bevestigen.

Het eenige, wat er schijnbaar tegen pleitte, was het zinken der onbevruchte eieren, doch het was mij vroeger reeds herhaaldelijk gebleken, dat de onbevruchte eieren van tal van andere vischen (Julis, Scorpaena, Pleuronectiden enz.) in zeewater zinken, terwijl ze in bevruchten staat aan de oppervlakte van het water drijven en daar ook blijven gedurende de geheele embryonale ontwikkeling of ten minste gedurende de eerste dagen daarvan.

Het lag dus voor de hand te beproeven door met pelagische netten de oppervlakte der Zuiderzee, waar de Ansjovis rijp wordt, af te vischen, de eieren machtig te worden. Dit onderzoek werd aangevangen in het begin van Juli 1886 en werkelijk gelukte het mij reeds zeer spoedig pelagische eieren te vinden, die bij vergelijking met de rijpe ansjovis-eieren bleken daarmede volkomen identisch te zijn.

Talrijke tochten werden nu ondernomen om de verspreiding dezer eieren in de Zuiderzee na te sporen. Een uitvoerige opgave dezer tochten en de daarbij verkregen resultaten zullen in het verslag aan het Collegie voor de Zeevisscherijen opgenomen worden. Slechts zij het mij vergund hier aan te stippen, dat het meer dan waarschijnlijk is geworden, dat de ansjoviskuit schiet in de eigenlijke kom der Zuiderzee, met name het gedeelte dat binnen de Friesche kust en den Gelderschen Hoek is besloten. Bepaalde plaatsen, waar de Ansjovis bij voorkeur kuit schiet, zijn niet aan te geven. Met ebbe worden de aan de oppervlakte drijvende eieren mede gevoerd tot in het Noordelijk deel der Zuiderzee en de zeegaten. Herhaaldelijk bij voorbeeld werd bij achterebbe op de reede van Nieuwediep een geringe hoeveelheid eieren aangetroffen.

In de eerste helft van Juli waren de eieren het talrijkst. Na 19 Juli werden geen Ansjovis-eieren meer aangetroffen.

Slaan wij thans nauwkeuriger een blik op den bouw van het Ansjovis-ei en de ontwikkeling van het embryo.

Het onderzoek naar de ontwikkeling der Beenige vischen gaat in het algemeen met vele moeilijkheden gepaard. Voor de meeste pelagische eieren wegen deze dubbel zwaar. Hier toch hebben wij te doen met eieren van zeer geringe dimensies, die omsloten worden door een eivlies, dat zoo taai en resistent is, dat het geheel onmogelijk is de vroegste ontwikkelingsstadien uit de versche eieren uit te prepareeren. Laat men het eivlies in zijn geheel, dan laat dit slechts zeer gebrekkig kleurstoffen door en een behoorlijke preparatie wordt belet doordat noch terpentijn, noch Canadabalsem, noch parafine door het eivlies vermogen in te dringen. Dit wordt zoodoende onregelmatig ineengedrukt en als resultaat verkrijgt men onder het microscoop slechts een donker, vormloos klompje, waaraan niets te bestudeeren valt.

Het eenige middel dus om de blastodermen en jonge embryonen voor microscopische preparatie geschikt te maken, is, dat men ze na een doelmatige conservatie van het eivlies tracht te ontdoen. Dit gelukt werkelijk dikwijls na aanwending van het door AGASSIZ en WHITMAN aangegevene mengsel van chroomzuur en platinachloride, nadat de eieren door een kortstondig verblijf in osmiumzuur gedood zijn. In het Zoologisch Station te Napels heb ik door deze methode te volgen werkelijk eenige goede resultaten verkregen *. Dikwijls toch wordt het eivlies zoo broos, dat het gemakkelijk te verwijderen is zonder de daarbinnen besloten deelen te beschadigen; doch zeer dikwijls behoudt ook hierbij nog het eivlies zijn taaiheid, zoodat het toch nog onmogelijk wordt, het embryo behoorlijk uit te prepareeren. Dit is helaas ook het geval bij de eieren van Engraulis, die ook daardoor in ongunstige conditien verkeeren, dat het eivlies den dojer zeer eng omsluit. Daarbij komt, dat ook van deze eieren de dojer in andere conservatie middelen (KLEINENBERG's pierin zwavelzuur, alcohol, enz.) zeer hard en brokkelig wordt, zoodat er niet aan valt te denken, bruikbare doorsneden van dergelijke objecten te vervaardigen.

Zoodoende heb ik mij bij het onderzoek der Ansjovis-eieren moeten bepalen tot het bestudeeren der *levende* eieren

Zooals boven reeds vermeld werd heeft het Ansjovis-ei een ovalen vorm. Gemiddeld was de langste as ongeveer 1,10 mM., de korste 0,70 mM. lang, doch de afmetingen waren, zoowel absoluut als relatief, niet altijd volkomen dezelfde.

Het eivlies of chorion is uiterst dun en vrij resistent, daarbij volkomen door-

---

* K. F. WENCKEBACH Beiträge zur Entwicklungs-geschichte der Knochenfische. *Archiv. für microsc. Anatomie* 1886 Bd. 28.

zichtig en homogeen; aan de buitenzijde vertoont het geenerlei structuur of middelen tot aanhechting aan planten of steenen Het omsluit den dojer tamelijk nauw, doch in dier voege, dat aan de beide polen van het ei steeds een kleine ruimte tusschen chorion en dojer blijft bestaan; de dojer nadert dus meer tot den bolvorm.

De dojer zelve is, evenals het chorion, volkomen doorzichtig, glashelder, doch schijnbaar in groote polygonale cellen gekliefd: een beeld, dat ontstaat door de nauwe aaneensluiting van groote doorzichtige dojerbollen.

Een dergelijke gesegmenteerde dojer is zeldzaam onder de pelagische eieren der Teleostei. Vroeger * heb ik er eenige beschreven, waar dit ook voorkomt, en heb daarbij tevens er op gewezen, dat hier geen sprake, kan zijn van een werkelijke klieving in cellen, zooals die bijvoorbeeld bij de Amphibia beschreven is. Agassiz en Whitman opperden werkelijk deze meening in hunne „Preleminary notice † on the young stages of pelagic osseous Fishes", voor zoover betreft het ei van Osmerus. Thans § herroepen ze deze meening echter en erkennen, dat hier geen ware klieving kan aangenomen worden, daar 'tgeen ze voor kernen aanzagen, bleek slechts donkergekleurde protoplasma-ophoopingen te zijn. Deze beide onderzoekers hebben een dergelijke segmentatie van den dojer verder ook geconstateerd bij het ei van Temnodon saltator. Volgens hen kan het ontstaan en de aard der dojersegmenten alleen worden vastgesteld door een onderzoek van zeer jonge, ja ovariale eieren. Het volgende weten ze reeds als zeker mede te deelen: de dojersegmenten breiden zich over den dojer uit, terwijl deze door het blastoderm meer en meer omsloten wordt. De segmenten zijn na de expansie over den dojer kleiner dan bij den aanvang van dit proces, niet alleen doordat ze een grooter oppervlak innemen, maar ook door vermindering van omvang. Ze zijn het best zichtbaar in den tijd van het uitkomen der jonge vischjes en nog iets vroeger; de geheele dojer is hier niet gesegmenteerd doch slechts de buitenste laag daarvan. Ik herinner mij in Napels eveneens pelagische eieren gezien te hebben, waar slechts één laag van segmenten den dojer omgaf. Bij de eieren van Engraulis is het echter anders. De dojer is in zijn geheele dikte gesegmenteerd en ik heb kunnen constateeren, dat ook de onbevruchte eieren in het ovarium deze segmentatie in even sterke mate vertoonen als de bevruchte eieren.

---

* K. F. Wenckebach. l. c.

† Agassiz and Whitman. *Proceedings of the Amer. Academy of Arts and Sciences.* Vol. XX. 1884.

§ Agassiz and Whitman. The development of osseous Fishes. I. The pelagic Stages of young Fishes. In *Memoirs of the Museum of Comp. Zoology at Harvard college.* Vol. XIX. N°. I. (1885).

De jongste stadien van ontwikkeling werden uitsluitend vroeg in den ochtend aangetroffen: waarschijnlijk grijpt dus het kuitschieten der ansjovis, zooals bij zoovele visschen, in den nacht of in den vroegen morgen plaats.

Daar het Nieuwediep vrij ver van de vindplaatsen der ansjovis-eieren verwijderd ligt en het onstuimige weder van den Julimaand van 1886 niet toeliet aan boord te microscopiseeren, was ik niet in de gelegenheid de eieren in deze jonge stadien microscopisch te onderzoeken. Met behulp van een sterke loupe kon ik echter aan deze eieren ontdekken, dat zich aan één der polen van het ei eene kleine kiemschijf had ontwikkeld. Hier had zich dus blijkbaar de kiem aan een der eipolen geconcentreerd en het indringen der spermatozoïde plaats gevonden. Later kon ik, ook bij sterke vergrooting, van een micropyle daar ter plaatse niet meer waarnemen.

Het ei drijft reeds nu in verticale positie, doordat zooals bij alle eieren van Teleostei de kiemschijf het laagste punt inneemt.

Eerst aan den avond van den eersten ontwikkelingsdag heb ik eenige malen de eieren microscopisch kunnen bestudeeren. De klieving is dan afgeloopen en het blastoderm is bezig zich over den dojer uit te breiden (Figuur 1). Een klievingsholte (*k. h.*) is aanwezig. Tevens heeft zich reeds een laag hypoblast ontwikkeld, die aan ééne zijde een grootere uitbreiding vertoont. Dit is de aanleg van het embryo (*e. a.*).

In den ochtend van den tweeden ontwikkelingsdag is de ontwikkeling belangrijk gevorderd. (Figuur 2). De dojer is bijna geheel door het blastoderm omgroeid en de zoogenaamde dojerblastoporus is op het punt zich achter het staarteinde van het embryo te sluiten. Opmerking verdient het dat, zooals uit de vergelijking van de figuren 1 en 2 blijkt, de rand van het blastoderm zich bijna geheel evenwijdig aan zich zelf over den dojer heeft voortgeschoven. Slecht op het allerlaatst is dat gedeelte van den blastodermrand, dat het achtereinde van het embryo in zich opneemt, een weinig achtergebleven, zoodat nu de rand aan de tegenoverliggende zijde reeds iets lager om den dojer ligt.

In het embryo hebben zich het centrale zenuwstelsel, de chorda, het mesoblast enz. reeds gevormd; het laatste vertoont reeds 12 à 14 somieten. Oog en oor zijn aangelegd. KUPFFER's blaas is aanwezig. Aan beide zijden van het kopeinde van het embryo is bij sterke vergrooting een smalle embryonaalzoom waarneembaar (Figuur 2. b. *e. z.*), uit welke eenige weinige cellen treden, die zich als amoeboïde cellen op de oppervlakte van den dojer verplaatsen.

Op het midden van den tweeden dag vertoont zich het embryo, van terzijde als in Figuur 3. De dojer-blastopore is nu geheel gesloten en terstond is de verlenging aangevangen van het achtereinde van het embryo, dat tot staart wordt.

De lengte-as van het embryo is, evenals in figuur 2, evenwijdig aan de lengte-as van het geheele ei. KUPFFER's blaas is nog aanwezig en blijft nog waarneembaar tot op den derden dag. (Zie fig. 5). Herhaaldelijk, doch niet constant, nam ik waar, dat er een klein, rond, kristallijn concrement in het lumen van KUPFFER's blaas gelegen was (Fig. 3 *a*.), iets wat ik vroeger een enkele maal bij Belone embryonen waarnam: soms maakt het langzaam rotecrende bewegingen, als werd het door een vloeistofstroom medegevoerd. Het aantal mesoblastische somieten is in dit stadium geklommen tot 20 en meer. Slechts zeer weinig amoeboïde cellen zijn op den dojer waarneembaar.

Op den avond van den tweeden dag bemerkt men reeds den aanleg van het hart (Figuur 4. *h*.). Oog en oor zijn meer gedifferentieerd: lens en otolithen zijn opgetreden. De staart is in lengte toegenomen. Het getal der mesoblastische somieten, thans reeds als myotomen te beschouwen, is sterk vermeerderd.

Bij het begin van den derden dag na de bevruchting vindt men het embryo nog meer in lengte en omvang toegenomen. De staart slaat zich reeds een belangrijk einde om den dojer heen (Fig. 5 *a*.).

Vergelijken wij het ansjovisembryo in dit stadium met daaraan beantwoordende embryonen van andere pelagische eieren, dan treft het ons, dat er nog geen spoor van pigment is waar te nemen, terwijl men meestal bij andere vischen in dit stadium reeds talrijke pigment-cellen zoowel in het embryo als op den dojer aantreft.

Het hart (Fig. 5 *a.h.*) functioneert reeds als zoodanig. Het bestaat hier, evenals het hart van alle door mij onderzochte pelagische embryonen, uit een gekromde buis, waarvan slechts het arterieele (achterste) einde direct met het embryo samenhangt, de wijde veneuse opening mondt aan de linkerzijde onder den kop van het embryo uit in de holte, die openblijft tusschen den dojer en de daarom heen gegroeide kiembladen: deze holte is te beschouwen als een derivaat der klievingsholte. De wand van het hart bestaat uit een buitenste, uit polygonale celletjes opgebouwde laag, welke door fijne protoplasmadraden samenhangt met de veel dunnere binnenste laag. Het hart contraheert zich reeds regelmatig in dier voege, dat de contractie van het voorste (veneuse) naar het achterste (arterieele) einde van de hartbuis verloopt.

Ook de bloedvaten komen overeen met hetgeen bij andere beenvisschen wordt waargenomen.* Men vindt namelijk in dit stadium twee bloedvaatstakken, die bij het arteriecle einde van het hart ontspringen, zich gedeeltelijk om de chorda

---

* Vergelijk K. F. WENCKEBACH. l.c. Figuur 11, 19 enz.

heenslaan om daarna naar achteren ombuigend, zich weder mediaan onder de chorda te vereenigen. Zij zijn de aanleg der eerste aortabogen en der aorta zelve.

Uit figuur 5. *b.* blijkt dat in dit stadium de hersenlobben zich belangrijk gedifferentreerd hebben en twee kleine instulpingen als aanleg van het reukorgaan aanwezig zijn. De anus heeft zich gevormd en communiceert met een kleine peervormige blaas, die dorsaalwaarts van het achtereinde van den darm is gelegen en waarin de beide oerniergangen uitmonden.

Aan beide zijden van het embryo treden kleine verdikkingen op, die de eerste zintuigorganen der zijdestreep representeeren. Ze zijn in dit stadium van ontwikkeling ten getale van 5—7 aan weerszijden voorhanden en bestaan uit een kleine ophooping van radiair geplaatste cellen, te midden van welke zich een kleine instulping bevindt (Fig. 5 *c. z. o.*). Naarmate het embryo groeit, neemt ook het aantal dezer organen toe; daarbij komen ze langzamerhand meer onder het niveau der huid te liggen.

Bij de ansjovis-embryonen heb ik geen fijne cilien of „cupula terminalis" (Solger) aan deze organen der zijdestreep kunnen ontdekken. Agassiz en Whitman* hebben het ontstaan en het voorkomen dezer zijde-organen nauwkeurig bij vele pelagische embryonen bestudeerd.

Nadat het embryo nog in lengte is toegenomen, ontwijkt het tegen het einde van den derden ontwikkelingsdag uit het ei. *Het ontwikkelings-proces in het ei is dus bij de ansjovis binnen driemaal vier-en-twintig uur afgeloopen.*

Het embryo, dat nu vrij rondzwemt heeft een lengte van bijna 4 mM. (Figuur 6.). Alle organen zijn in ontwikkeling vooruit gegaan. De darm vertoont reeds zwakke peristaltische bewegingen; de lever is als een klein, lensvormig lichaam te zien, de anus is even achter de helft van de lengte van het embryo gelegen.

Langs rug- en buikzijde van het embryo bevindt zich een breede, uiterst dunne huidplooi, waarin zich — 't eerst aan het staarteinde — fijne hoornstralen beginnen te vormen. Uit deze plooi, die nu nog aan het embryo den vertikalen stand mogelijk maakt, zullen zich later de onparige vinnen differentieeren. De aanleg der borstvinnen is reeds aanwezig.

Het hart heeft zich reeds eenigermate in twee afdeelingen gescheiden door eene insnoering, die aan de beide afdeelingen meer en meer het karakter van afzonderlijke hartkamers geeft. Het pulseert snel; bloedlichaampjes zijn echter nog niet aanwezig. Pigment-cellen zijn nog zeer schaarsch. Slechts liggen er

* Agassiz and Whitman. l.c. pag. 28—32.

eenige op gelijke afstanden langs de plaats, waar de huidplooi aan de ventrale zijde op het embryo overgaat (Fig. 6 *p*).

De dojer, die tot het laatst toe zijn segmentatie blijft vertoonen, bezit een eigenaardige vorm. Hij loopt naar achteren met een zeer spitse punt uit. (Zie Figuur *b*).

De chorda is relatief zeer breed; ze vormt bijna over de geheele lengte van het embryo verreweg de grootste massa van het lichaam. Bij de snelle bewegingen van het embryo blijkt ten duidelijkste van hoeveel gewicht de chorda als steunweefsel in deze jonge stadiën is.

De vrijzwemmende embryonen blijven voortdurend volkomen doorzichtig en leveren daardoor prachtige objecten ter microscopische onderzoeking. Daardoor is het mogelijk de verhouding der organen in het embryo nauwkeurig in vivo gade te slaan. Daarbij trof mij eene bijzonderheid, die gedurende eenige dagen zichtbaar is. In den loop van den tweeden en derden dag na het uitkomen der jonge vischjes is namelijk het voorste punt der chorda dorsalis loodrecht naar beneden omgebogen. Figuur 8 geeft daarvan een afbeelding, waaruit tevens blijkt, dat direct tegen het voorste omgebogen uiteinde der chorda de hypophysis is gelegen (*hyp.*). Ook blijkt uit deze figuur de verhouding van mondholte en spijsverteeringskanaal. De mondholte, (*m. h.*) die door een wijde opening met den buitenwereld communiceert is een wijde, van rechts naar links echter vrij smalle holte, die zich in het nauwe lumen van het darmkanaal (*d.*) voortzet. Het hart communiceert nog steeds met de holte waarin de dojer ligt, de veneuse opening is door een dunne, gespannen membraan aan hare omgeving vastgehecht.

Het is mij gelukt de jonge vischjes tot ruim vier dagen na het uitkomen levend te houden; dan is de dojer geheel geresorbeerd en dit is, zooals bekend is, het critieke tijdstip voor alle jonge vischjes, die in gevangen staat opgroeien, doordat nu de behoefte aan voedsel onstaat, 't geen ze veelal niet dan in de natuur kunnen vinden. 't Is namelijk de ervaring zoowel van vischkweekers, als van allen die zich met dergelijke ontwikkelingsproeven bezighielden, dat na de resorbtie van den dojer bijna altijd de jonge vischjes trots alle daaraan besteede zorg, te gronde gaan.

Een embryo van den vijfden dag na het uitkomen (figuur 7) is duidelijk in omvang toegenomen, in lengte echter slechts zeer weinig, zoodat het nog geen 5 mM. lang is. Alle organen zijn sterk in ontwikkeling vooruitgegaan en de vorm van den beenvisch is reeds veel meer te herkennen. Het hart heeft zijn definitieve ligging (het arteriecle einde vóór, het veneuse achter) aangenomen, de kieuwen, het darmkanaal met zijn aanhangsels, het centrale zenuwstelsel,

de zintuigen: alles heeft een hoogeren trap van ontwikkeling bereikt. De kromming aan het vooreinde der chorda dorsalis is echter weder verdwenen. *Bloedlichaampjes zijn nog steeds niet aanwezig*, en van hunne oorsprongsplaats, eventueel van eene intermediaire eelmassa, is nog niets te bemerken. Ook pigment is nog zeer schaarsch. Merkwaardig echter is het dat, terwijl in het overige lichaam van het embryo nog slechts hier en daar pigment cellen zijn opgetreden, het oog nu een zeer sterke pigment afzetting vertoont, (figuur 7. *o.*).

Slaan wij ten slotte een terugblik op de embryonale ontwikkeling der ansjovis, dan treffen ons vele bijzonderheden, waaraan de eieren en zeer jonge vrijzwemmende embryonen te herkennen zijn.

Allereerst is *het ei* gekenmerkt:

Door den ovalen vorm, die zeer zeldzaam is onder de pelagische eieren. Ik zelf heb er slechts één waargenomen onder de talrijke pelagische eieren van den golf van Napels en AGASSIZ en WHITMAN kennen alleen het ei van Osmerus, dat trouwens veel meer tot den bolvorm nadert.

Door de segmentatie van den dojer. Terwijl de meeste pelagische eieren een volkomen doorzichtigen dojer bezitten, vertoonen slechts zeer weinige species de segmentatie. Ik heb te Napels niet meer dan *vier*, AGASSIZ en WHITMAN hebben slechts *twee* species aangetroffen, die deze bijzonderheid vertoonen.

Door het ontbreken van één of meer oliedroppels die in verreweg het grootste aantal der pelagische eieren in den dojer gesuspendeerd zijn.

Door het ontbreken van pigmentcellen op den dojer en in het embryo.

De vrijzwemmende embryonen der eerste vier dagen zijn te herkennen:

Door den vorm van den dojer. Nooit zag ik een vischembryo, waar de dojer zoo eigenaardigen vorm had als bij Engraulis. Ook in den atlas van AGASSIZ en WHITMAN vind ik geen embryo dat een dojer bezit die op een dergelijke wijze naar achteren spits toeloopt. Dit is dus een zeer belangrijk kenmerk.

Door de relatieve breedte der chorda ten opzichte der overige deelen van het embryo.

Door het pigment, dat eerst zeer laat en schaarsch optreedt en alleen zich sterk ontwikkelt in de oogen van het embryo van vier dagen.

Door het ontbreken der bloedlichaampjes. Ook dit heb ik slechts zeer zelden waargenomen, dat embryonen, vier dagen na het verlaten van het ei en na totale resorbtie van den dojer, nog geen bloedlichaampjes hadden.

Door de loodrechte ombuiging van het vooreinde der chorda dorsalis, die echter alleen aan embryonen te zien is, die zich tusschen den tweeden en vierden dag na het uitkomen bevinden.

Door het combineeren der boven vermelde kenmerken zal het, mijns inziens,

in het vervolg geen moeite kosten, de ansjovis-eieren en embryonen als zoodanig te herkennen. Zooals wij gezien hebben zijn ook de jongste vrijzwemmende embryonen van ansjovis vrij wel gekarakteriseerd als zoodanig, al vertoonen ze ook nog niet de eigenaardigheid der volwassen ansjovis, met name het ver vooruitsteken der bovenkaak boven de onderkaak.

Het zij mij vergund hieraan toe te voegen, dat door Professor MAX WEBER en den schrijver dezes gelijk met de ansjovis-eieren nog andere soorten van pelagische eieren werden opgevischt.

Dit waren twee verschillende species van bolronde eieren.

De eerste soort had een diameter van ruim 1 mM. In de ontwikkelingsstadien, die ik daarvan te zien kreeg, was het embryo veel zwaarder gebouwd, dan dat van de ansjovis, welk laatste trouwens ongewoon kleine dimensies bezit. In den dojer waren talrijke kleine oliedroppels gesuspendeerd, die zich op gelijke afstanden direct onder de oppervlakte van den dojer bevonden. Daarnevens waren vele groote boomvormig vertakte pigmentcellen zoowel in het embryo als op den dojer verspreid. Het geheel deed mij sterk denken aan de eieren van sommige Pleuronectiden, die ik in Napels had aangetroffen in den „Auftrieb."

Het tweede bolronde ei was in alle dimensies veel kleiner dan het eerste. De diameter bedroeg niet meer dan 0,75 mM. Hier waren niet talrijke oliedruppels in den dojer gesuspendeerd, doch slechts één groote oliedroppel, waarom reeds vroeg talrijke pigmentcellen groepeeren. Deze oliedroppel komt in het pas uitgekomen embryo vóór in den dojer, onder den kop van het embryo, te liggen. Deze ligging van de oliedroppel is een goed kenmerk voor vele jonge vischjes; meestal ligt ze achter in den dojer, soms echter, zooals hier, bij Perca, en andere embryonen, ligt ze vóór in den dojer.*

Deze tweede soort van eieren stemde in allen deele volkomen overeen met de kuit, die ik in dienzelfde tijd uit een rijpen tarbot (Rhombus maximus) kon drukken, zoodat het mij zeer waarschijnlijk voorkomt, dat de eieren van deze vischsoort afkomstig waren.

Utrecht, Jan. 1887.

---

* Dit kenmerk wordt niet genoemd onder die, welke AGASSIZ en WHITMAN (l.c.) aangeven

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

chor. = chorion.
e. a. = embryonaal-aanleg.
k. h. = klievingsholte.
d. m. = dojermassa.
d. bl. = dojerblastopore.
o. = oog.
ot. = oor.
hyp. = hypophysis,
k. b. = KUPFFER's blaas.
e. z. = embryonaal-zoom.
ch. = chorda
med. = medulla.
h. = hart.
l. = lever.
d. = darm.
m. h. = mondholte.
ext. = extremiteiten.
z. o. = zijde-organen.
p. = pigmentcellen.

Figuur 1. *Ansjovisei* aan 't einde van den eersten ontwikkelingsdag
» 2. Idem bij 't begin van den tweeden dag, *a.* van terzijde, *b.* van boven gezien.
3. Idem van het midden van den tweeden dag (van terzijde). *a.* KUPFFER's blaas sterker vergroot.
» 4. Idem. van het einde van den tweeden dag. Van terzijde.
5. Idem. van het begin van den derden dag, *a.* van boven, *b.* van voren, *c.* een zijdeorgaan, sterker vergroot.
» 6. Pas uitgekomen ansjovis-embryo. Van terzijde.
» 7. Ansjovis-embryo. 4 Dagen na het uitkomen. Van terzijde.
» 8. Fragment uit den kop van een embryo. 2 Dagen na het uitkomen. Van terzijde.

Fig 1

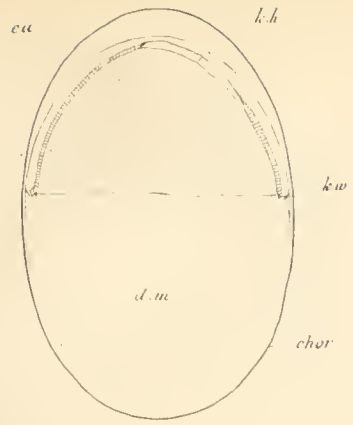


Fig. 2a

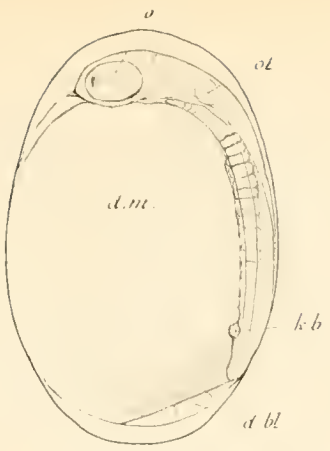


Fig 2b

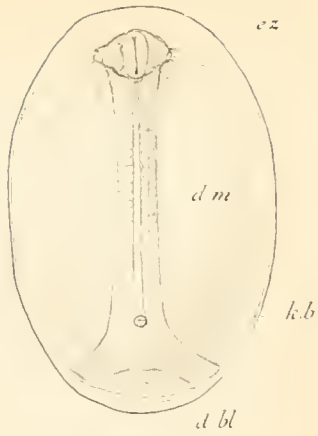


Fig 3

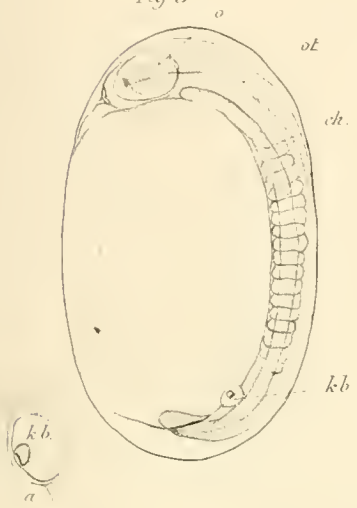


Fig. 4

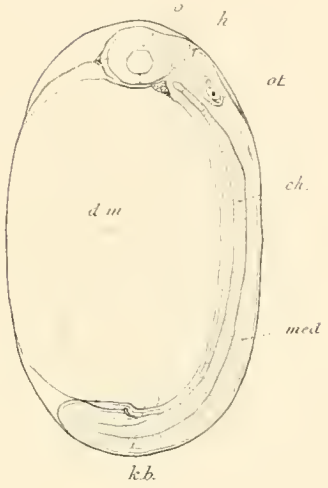
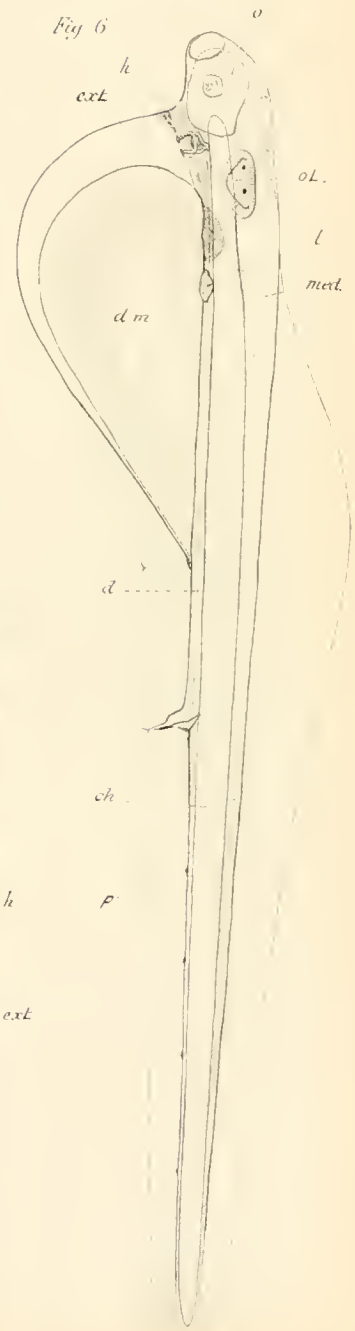


Fig 6



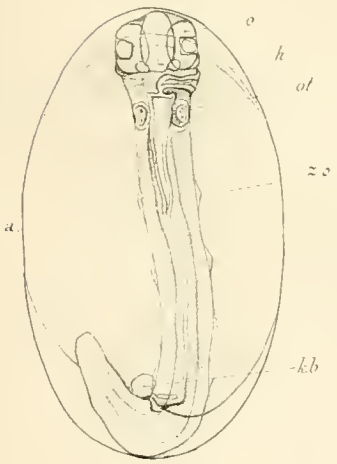


Fig. 5

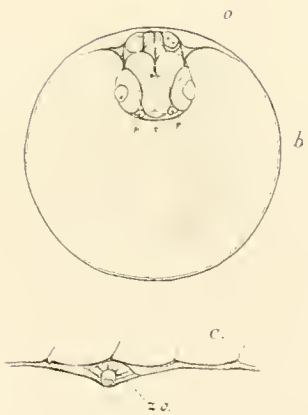


Fig. 7

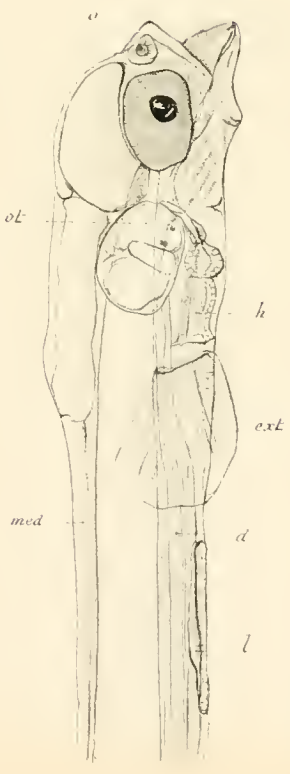
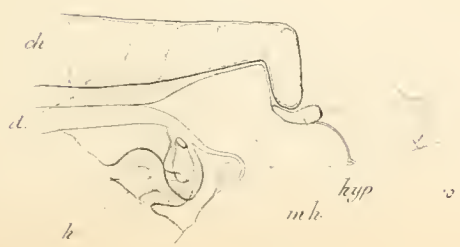


Fig 8.



VERSLAG

VAN DE COMMISSIE TOT ONDERZOEK

NAAR DE MATE, WAARIN WATER ONDER VERSCHILLENDE DRUKHOOGTE
DOOR ZANDMASSA'S VAN VERSCHILLENDE SAMENSTELLING
EN BREEDTE STROOMT.

Het gevaar van mislukking van de ontworpen droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee, dat door wijlen ons medelid HARTING gevreesd werd, tengevolge van de door hem verwachte sterke doorkwelling door het zeezand en het diluviale zand, waarop de afsluitdijk zou moeten worden opgeworpen, gaf aan wijlen ons medelid STIELTJES aanleiding tot het voorstel, de zaak der doorkwelling te maken tot een onderwerp van onderzoek in den boezem van de Natuurkundige Afdeeling der Akademie. Na door eene Commissie te zijn voorgelicht, omtrent het al of niet raadzame van het volgen van dezen weg, droeg de Afdeeling in hare Vergadering van 26 April 1878 aan zes leden uit haar midden het onderzoek op naar de mate, waarin water onder verschillende drukhoogte door zandmassa's van verschillende samenstelling en breedte stroomt; inzonderheid door verzameling van waarnemingen bij kanalen, rivieren, polders, droogmakerijen en andere werken. Daar de Heeren HARTING en ORTT verzochten verschoond te blijven van het aanvaarden van de opdracht, en het lid STIELTJES, spoedig daarop, door den dood aan de Akademie ontviel, bleef de volvoering van de taak rusten op de drie ondergeteekenden, overschietende leden der benoemde Commissie.

De verzamelde „Aanteekeningen", die thans worden aangeboden kunnen in drie hoofdafdeelingen worden verdeeld, te weten:

1. beschouwingen over de hoeveelheid water, die in een gegeven volumen zand kan worden opgenomen;
2. proefnemingen over doorstrooming in het klein;
3. waarnemingen over doorkwelling in het groot.

Ad 1m. Bij de berekening van de kwel in den Haarlemmermeerpolder (zie *Versl. en Meded.*, Afd. Natuurk., 3de Reeks, Deel I) is gebleken welk een belangrijken factor de hoeveelheid water vormt, die in den grond kan worden opgenomen. Het scheen daarom wenschelijk gegevens te bezitten, waardoor deze watermassa, althans ten naastebij, bepaald werd.

Het behoeft nauwelijks betoog dat eene meetkunstige berekening van de hoeveelheid water, die in zand kan worden opgenomen, slechts kan uitgevoerd worden onder zekere beperkende voorwaarden. De vrije ruimte, die tusschen gestapelde korrels overblijft, is berekend in de onderstelling, dat de korrels bolvormig waren en van gelijke grootte; dat zij op verschillende wijzen op elkander rustten, en ook voor het geval dat kleinere tusschen de groote waren geplaatst.

Bij korrels van gelijke grootte waren de tusschenruimten, al naar gelang van de plaatsing:

47.6 pCt.; 41.78 pCt. en 29.78 pCt.

van het totale volumen.

Eene plaatsing van kleine korrels tusschen de grootere gaf, volgens de berekening, geene verkleining van de tusschenruimte, wanneer de groote daardoor werden verhinderd dicht tegen elkander aan te sluiten. Alleen korrels van zoo geringe afmeting, dat zij in de tusschenruimten kunnen geborgen worden, zonder de groote van elkander verwijderd te houden, kunnen eene belangrijke verkleining der tusschenruimten teweeg brengen.

Voor praktische toepassing meer vertrouwbare gegevens leveren de proeven van tien verschillende waarnemers. Sluit men een der waarnemingen uit, waarbij door afwisselende bevochtiging en drooging eene kunstmatige inklinking werd verkregen, en de uiterste waarden 14 pCt. en 25 pCt. bedroegen, alsmede de proeven van een waarnemer, die de sterk uiteenloopende waarden van 45 pCt. en 4 pCt. verkreeg, dan leveren de 8 overige voor de tusschenruimten waarden, waarvan de kleinste 23 pCt., de grootste 44 pCt. bedraagt; grenzen, die niet ver verwijderd zijn van die der op verschillende wijzen gestapelde bollen van gelijke grootte. Op grond van deze uitkomsten is bij de berekeningen, voor de hoeveelheid water, die in zandgronden wordt opgenomen, $^1/_3$ van het zandvolumen als gemiddeld bedrag gesteld.

Ad 2m. De proefnemingen over het doorstroomen van water door zand, in het klein door Harting verricht, laten eene eenigzins scherpere berekening toe dan door hem werd toegepast, en leveren daarmede ook meer bevredigende uitkomsten. Wat reeds door Darcy uit zijne proeven werd afgeleid, werd door

die van HARTING en anderen nader bevestigd, namelijk, dat de hoeveelheid water, die door zand stroomt, zoolang de stroom standvastig is, evenredig is met de drukhoogte en met den inhoud der dwarsdoorsnede en omgekeerd evenredig met de lengte van den weg, dien het water door het zand moet afleggen.

Zij wordt dus uitgedrukt door de betrekking

$$M = a \frac{H D}{L}$$

waarin M de hoeveelheid water beteekent, die in de tijdseenheid door eene zandlaag van de doorsnede D en de lengte L wordt doorgelaten, wanneer het verschil in waterdrukhoogte, aan de beide uiteinden van de zandkolom, H is. Wordt als tijdseenheid het etmaal, als lengte-eenheid de meter en als volumeneenheid de kubiek meter aangenomen, dan is alzoo a het aantal kubieke meters water, dat in 24 uren door eene zandlaag van een vierkanten meter doorsnede en een meter lengte wordt doorgelaten, wanneer het drukkingsverschil aan de eindvlakken 1 meter water bedraagt. Deze coëfficiënt wordt bepaald door den aard van het doorlatende zand, de grofheid der korrels en de mate van samenpakking; hij kan uit proeven berekend worden, wanneer opgegeven is hoeveel water in gegeven tijd bij bekende drukhoogte door eene zandlaag van bepaalde afmetingen is doorgelaten, doch alleen in de onderstelling, dat in het tijdperk der proef de doorstrooming standvastig bleef. In de volgende tabel is zijn bedrag berekend voor acht reeksen van waarnemingen, voor welke genoemde onderstelling als geldig werd aangenomen.

Naam van den waarnemer.	Soort van zand.	Stand der buis.	Gemiddelde waarde van a.	Wijdte der buis.	Gemiddelde tijd voorafgegaan aan het tijdstip van waarneming.	Gemiddelde duur der waarneming van de doorsypeling.
DARCY	Grof zand	Vertikaal	19.52	0.35		19′
HARTING 1ste Serie. .	Fijn zand	Horizontaal	4.12	0 0195	6u 18′	30′
„ 2de „ . .	id. id.	id.	0.04	0.019	28.5 etmaal	9etm 5u 20′
SEELHEIM	id. id.	id.	12.32	0.015		
DE BRUIJN	id. id.	Vertikaal	9.72	0.135		
ENKLAAR.	Gemengd zand	id.	2.52	0.026	geruime tijd	1u 30′
HÜBBE	Fijn zand	id.	23.58	0.022		4′ 9″
HAVREZ	id. id.	id.	5.23	0.073		5′ 46″

De cijfers van deze tabel, die, zelfs bij aanduiding van dezelfde zandsoort, voor a waarden opleveren, afwisselende tusschen 23.58 en 0.04, bewijzen dat deze proeven in het klein genomen geenerlei maat kunnen opleveren van de hoeveelheid water, die onder gegeven omstandigheden op den duur door zandlagen stroomde. Vooral de proeven van HARTING, die voor dezelfde soort van zand, na gemiddeld een vierde etmaal en na $28^1/_2$ etmaal, getallen leveren, waarvan het eerste bijna honderd maal grooter is dan het tweede, toonen aan hoe weinig de onderstelling van een standvastige doorstrooming met de werkelijkheid heeft overeengekomen.

Alleen blijkt daaruit zeer in het oog loopend dat de hoeveelheid vermindert na eenigen tijd van doorstrooming; hetgeen aan samenpakking der korrels en verstopping der tusschenruimte is toe te schrijven.

Deze uitkomst werd bevestigd door eenige proeven genomen in het natuurkundig laboratorium van de Polytechnische School. Het bleek dat zelfs in tamelijk wijde gasbuizen de hoeveelheid water, die bij dezelfde zandvulling onder standvastigen druk doorstroomde, op den duur zoo groote vermindering onderging, dat er niet aan te denken viel ook maar eene benaderde waarde van a uit de proeven af te leiden. Zelfs het doorstroomende regenwater, afkomstig van een op den zolder van het gebouw geplaatsten bak, was in staat door medegevoerde, op en in het zand afgezette vaste bestanddeelen de doordringbaarheid van het zand allengs aanmerkelijk te verminderen en ten laatste bijna geheel te doen ophouden.

Doch — afgezien van het feit dat dergelijke proeven slechts onzekere waarden opleveren van de hoeveelheid water, die onder bepaalde omstandigheden door zand stroomt, — staat het vast dat de toestand van het zand in de buizen in geenen deele beantwoordt aan die van de zandlagen in de natuur.

In de natuurlijke lagen zijn de zandkorrels meer of minder aan elkander gekleefd, en hunne holten meer of minder gevuld door bestanddeelen, die zich daarin hebben afgezet.

Het meest bekend is in dit opzicht het ijzeroxyd, dat zich uit eene oplossing van ferro carbonaat of ijzerhumaat na oxydatie tot hydratisch ijzeroxyde op en tusschen de korrels heeft afgezet. Als deze werking in sterke mate heeft plaats gehad, kan eene zandlaag waterdicht worden, zoo als de bekende oerbanken leeren. Nog onlangs werd in een deel van het droog gelegde Naardermeer zulk een dichte oer-zandlaag (diluviaal) waargenomen. Doch niet alleen ijzeroxyde ook humusachtige stoffen, koolzure kalk, kieselzuur en silicaten kunnen tusschen de korrels afgezet worden, en verminderen dan belangrijk het waterdoorlatend vermogen.

Een met fijne slibdeeltjes bezwangerd water kan eene zandlaag, waarin het

doordringt, allengs dichter maken. Zelfs het waterkeerend vermogen van klei kan belangrijk verschillen, naarmate de physische toestand der kleideeltjes gewijzigd wordt. Eene zoutoplossing van eene zekere sterkte doet de kleideeltjes tot vlokken stollen, en door zulke klei kan de zoutoplossing gefiltreerd worden. Wordt de zoutoplossing door water verdrongen, dan verslibt de klei weder allengs, en het water blijft op de klei staan.

Aan het verschillend bedrag van die afzettingen en chemische werkingen is het ongetwijfeld voor een deel toe te schrijven, dat de zandlagen in het Nederlandsch diluvium en alluvium in water doorlatend vermogen onderling verschillen. Het zoogenaamde loopzand bestaat uit losse, witte of althans weinig gekleurde korreltjes. In het bruine zand bezitten de korrels veel meer samenhang; dit laat het water minder gemakkelijk door.

Grof zand en grint zijn gemakkelijk doorlatend. Het fijne grijze sterk samengeperste zeezand is over het algemeen minder doorlatend. De Heer Havelaar, die in 1875 een groot aantal boringen in de zuidelijke kom der Zuiderzee heeft verricht, meldt van zeezandlagen tusschen Urk en Enkhuizen, dat dit zand fijn en samengeperst is. Uit de waarnemingen in Zeeland meende de Heer Stieltjes te mogen besluiten, dat het fijne grijsachtige zeezand weinig doorlatend was voor water.

Daar tegenover staat dat in drooggemalen polders, wier bodem uit diluviaal zand of veen boven diluviaal zand bestaat soms groot waterbezwaar ondervonden is, zooals in den Maarsseveen-, Tienhovenschen of Bethunepolder en in de Ronde veenen van Mijdrecht.

Het feit dat gedurende de eerste jaren na de droogmaling de waterstand in de omringende polders verlaagd werd, en even zoo de groote hoeveelheden water, die moesten opgemalen worden om de polders droog te houden, bewijzen hoe het water door den bodem van meer of min aanzienlijken afstand buiten de bedijking werd aangevoerd. Het blijft echter de vraag hoeveel van dat water door of onmiddelijk onder de dijken, hoeveel door de zandlaag onder het veen zijnen weg nam en of ook water uit nog verder dan in de omliggende polders gelegen diluvium afkomstig was.

Dat de zandlaag onder het overgebleven veen niet overal in den Bethunepolder water aanvoerde bleek uit de volgende waarneming van 1878. In eene tijdelijk afgedamde sloot, welke, door het veen henen, tot in de bruine zandlaag was geschoten, stond het water geruimen tijd lager dan in de nabijzijnde molentocht. Op andere plaatsen kon men hier en daar duidelijk het water uit witte zandplekken zien opwellen.

In de Hollandsche droogmakerijen, waar het veen op eene kleilaag ligt, is

het waterbezwaar veel minder. In de nieuwe droogmakerij Groot Mijdrecht heeft men daarentegen veel met waterbezwaar te kampen gehad. Slechts voor een deel was dat toe te schrijven aan de omstandigheid, dat de ringdijken zich niet genoegzaam gezet hadden. Veeleer moet worden in aanmerking genomen dat juist dwars door dezen polder de scheidingslijn loopt tusschen het diluviale zand en de alluviale klei (de zoogenaamde blauwe zeeklei), in den ondergrond beneden het veen.

Aan het doorkwellen van het grondwater door de diluviale zandlaag in het oostelijk gedeelte der polders is ongetwijfeld voor het grootste gedeelte toe te schrijven, dat in dezen polder zooveel meer waterbezwaar is ondervonden dan in de westelijk daarvan gelegen droogmakerijen.

Een merkwaardig geval van doorlating had in 1872 plaats bij den Haarlemmermeerpolder.

Toen men in de ringvaart bij Heemstede een kuip van ongeveer 6 M. in het vierkant, waar binnen de pijler der draaibrug moest worden gemetseld, had afgedamd en des avonds alles voor de ledigmaling van den put had gereed gemaakt, vond men dezen des morgens droog. Het water was naar den polder weggezakt.

Het is van ouds bekend dat samengepakte veenlagen waterdicht kunnen zijn. De Heer Havelaar heeft zulks waargenomen bij de veenlaag, die in een gedeelte der zuidelijke Zuiderzeekom nog onder de nieuwe zandlaag aanwezig is (het overblijfsel van de veenlaag, die daar vroeger gelegen heeft). Dit veen kon naar zijn uiterlijk droog genoemd worden, en was sterk samengeperst.

Men weet dat de dijk van den Haarlemmermeerpolder voor een groot gedeelte uit veen is opgeworpen.

Doch niet alleen tusschenliggende zandlagen maar, zoo als reeds gezegd werd, de physische toestand en de samenstelling van het zand zelf hebben een grooten invloed op het doorlatend vermogen, zoodat proeven met zand in buizen geene uitkomsten kunnen geven, die met de werkingen in de natuur overeenstemmen.

Bij de proefnemingen met zand in buizen worden veelal de korrels eerst grootendeels van elkander losgemaakt en uit hun verband gebracht. Sommige waarnemers hebben het zand vóór de proefneming zelfs uitgewasschen of gegloeid.

Uit de gezamenlijke hier vermelde proeven kan dus worden besloten, dat de cijfers voor het doorstroomen van water door zand, verkregen uit waarnemingen met buizen, met los materiaal gevuld en zelfs aangestampt, noodzakelijk sterk overdreven moeten zijn en dat gevolgtrekkingen, ten aanzien van doorkwelling bij inpolderingen en droogmakerijen, daaruit afgeleid, schrikbeelden kunnen doen ontstaan, zeer verschillend van de werkelijkheid.

Ad 3m. Naar het oordeel uwer Commissie is de eenige weg, die kan leiden tot de beantwoording der vraag in hoe verre eene voorgenomen inpoldering tot overlast van kwelwater in de drooggelegde gronden kan leiden, die welke reeds door wijlen ons medelid STIELTJES werd aanbevolen; te weten het verzamelen van gegevens omtrent doorkwelling in bestaande polders, en eene vergelijking van de voor doorkwelling meer of minder gunstige omstandigheden in de gevallen, voor welke de kwel bekend is, met die, welke door de voorgenomen inpoldering zullen worden verwezenlijkt.

Is van een door dijken afgesloten terrein, kanaalpand, havenkom, polder of droogmaking bekend hoeveel water in zeker groot tijdperk door lozing en verdamping werd weggevoerd, hoeveel als regen werd opgevangen en kent men de hoeveelheid water, die bij het begin en bij het eind van het tijdperk binnen de omdijking aanwezig is, dan heeft men de gegevens voor de berekening hoeveel water langs onderaardschen weg in dat tijdperk naar binnen is gestroomd.

Heeft dezelfde toestand van omdijking reeds eenigen tijd geduurd dan mag aangenomen worden dat de ondergrond van dijk- en polderbodem tot standvastigen graad van inklinking en verstopping der poriën is gekomen en in elk deel daarvan de doorstroomingscoëfficiënt met den tijd niet of weinig meer verandert. Blijft de waterdrukhoogte, die de doorstrooming veroorzaakt, in het genoemde tijdperk onveranderd dan weet men hoeveel per meter drukhoogte in een etmaal doorkwelde. Neemt men aan dat het water, dat langs onderaardschen weg in het ingedijkte terrein vloeide, alleen door en onmiddelijk onder den dijk een toegang vond, dan kan, in de onderstelling dat de dijk overal dezelfde samenstelling en denzelfden ondergrond had en rondom het ingedijkte terrein de drukhoogte overal even groot was, men ook de hoeveelheid berekenen, die per strekkenden meter dijk en per meter hoogteverschil van binnen- en buiten water in het etmaal door den grond drong.

Noemt men den kwelcoëfficiënt k, de lengte van den dijk b, dan is de hoeveelheid water:

$$M = k\, b\, H\, t$$

als t den duur van het tijdperk in etmalen en H het verschil in waterhoogte in meters beteekent. De uitdrukking onderstelt dezelfde wet van doorstrooming als de vorige; zij verschilt daarvan alleen doordien, wegens de onbekendheid van de gemiddelde lengte en de diepteafmeting van den weg, die grootheden met den doorstroomingscoëfficiënt tot eenen factor zijn vereenigd.

Uit waterstaatkundige gegevens heeft men getracht den kwelcoëfficiënt te berekenen voor de navolgende door dijken afgesloten terreinen:

1. het kanaal van Sluis naar Brugge;

2. een afgesloten kom aan het kanaal van Walcheren te Vlissingen;
3. den Haarlemmermeerpolder;
4. 's Hertogenbosch, gedurende een tijdperk van keering van winterwater;
5. de Betuwe.

Zij leverden de volgende uitkomsten.

Plaats, waar in het groot de doorsypeling werd waargenomen.	Hoeveelheid doorgesypeld per etmaal. M.	Lengte van den dijk. b.	Aangenomen drukhoogte. H.	Hoeveelheid doorgesypeld per etmaal en per strekkenden meter van den dijk. In het geheel.	Berekend voor eene drukhoogte van één meter. $k = \frac{M}{b\,h}$
	M³	M.	M.	M³	M³
Kanaal van Sluis naar Brugge	4311	22608	1.06	0.19	0.18
Afgesloten kom te Vlissingen	gemid. 261	719	1.10	0.36	0.32
	maxim. 377	719	1.14	0.52	0.46
Haarlemmermeerpolder	136800	60000	2.14	2.28	1.065
	200330		4 282	3.34	0.78
	207544		4.436	3.46	0.78
	211871		4.53	3.53	0.78
's Hertogenbosch	53927	4236	0.97	12.73	13.13
	of 53380		0 97	12.60	12.95
	43751	4236	0.44	10.32	23.47
	of 40192		0.50	9.48	18.96
Betuwe	1167545	179000	2.40	6.52	2.72
Vianensche bosch	20909	1550	4.00	13.49	3.37
„Kolfbaan"	7760	565	4.00	13.76	3.44
Aelthoven	38040	4150	3.76	9.16	2.41
Betuwe boven de Ochtensche brug. . .	576000	77600	2.98	7.42	2.49

Het uiteenloopen der cijfers van k mag voor een deel worden toegeschreven aan het verschil van de grondlagen, door welke het water zijn weg moest nemen.

De gronden van de twee eerste punten van waarneming, het kanaal van *Sluis* naar *Brugge* en de afgesloten kom te *Vlissingen*, bestonden niet uit zuiver zand.

Bij den *Haarlemmermeerpolder* mag ondersteld worden de aanwezigheid van eene doorlatende zandlaag, die op den bodem der ringvaart, aan de westzijde van den polder door weinig waterkeerende stoffen wordt bedekt, en die in den polder zelf over de geheele uitgestrektheid meer of minder diep en in het noordwestelijk gedeelte van den polder zelfs aan de oppervlakte is weder te vinden.

De boringen voor den spoorweg bij *'s Hertogenbosch* hebben zoowel ten noorden als ten westen van de stad op eene diepte van ongeveer A.P. onvermengd zand doen vinden en tot zoo diep als de boring reikte, zijnde bij bastion Deuteren tot — 7.73 M.

Met veen of klei vermengd bevond zich zand hooger dan A.P.; bij de doorlaatbruggen N°. 2 en 3 zand met klei op + 1.30; bij bastion Deuteren veen met zand op + 1.37 M.

Dat *'s Hertogenbosch* zich onderscheidt door den grooten toevoer van kwelwater mag dus voor het grootste gedeelte worden toegeschreven aan de ligging op eenen doorloopenden zandbodem, die, tijdens hoogen stand van het water, dat rondom de kleine kom omgeeft, geheel doorweekt is. Ook moet gewezen worden op de onzekerheid omtrent de juiste hoeveelheid water, die werd opgemalen in de tijdperken, waarvan uitkomsten werden medegedeeld. De bemaling vond toen nog met een drijvend stoomgemaal en bij aanbesteding plaats en bovendien tot verschillende en meestal geringe hoogten.

Overigens zou de toestand van *'s Hertogenbosch* tijdens bemaling eenigzins beantwoorden aan de proefneming, met een door een zanddijk omringde kom, die door STIELTJES werd aanbevolen.

De diepte, waarop, onder de *Betuwe*, het bonte diluviale zand zich bevindt, wordt in het verslag van Dr. SEELHEIM aangewezen.

Plaat II van dat verslag bevat de grafische voorstelling van de ligging bij den Noorder- en bij den Zuiderdijk, en doet zien, dat zoo het diluviale zand nabij die dijken al schaars de oppervlakte bereikt, zooals tegenover Arnhem, dit toch veelmalen het geval is met de daarop rustende zandlaag van het alluvium. Dit heeft o. a. plaats tusschen Vianen en Lexmond.

Tegenover de groote verschillen in de waarden van k is de overeenstemming der waarden, verkregen in verschillende deelen van de Betuwe, derhalve onder nagenoeg dezelfde omstandigheden, opmerkelijk.

Bij de vergelijking en de toepassing dezer cijfers is intusschen wel in aanmerking te nemen, dat zij berusten op aangenomen onderstellingen, die van de werkelijkheid kunnen afwijken. Het is een welbekend feit dat in een bedijking of droogmakerij niet altijd al het kwelwater kan geacht worden onmiddellijk onder den dijk te zijn doorgestroomd. Daar, waar het ingedijkte terrein uit zand bestaat of waar door slooten, tochten of kanalen de onder klei of leem liggende zandbodem is blootgelegd, kwelt uit den grond water op, dat zoowel van den omringenden boezem als van verder afgelegenen kan afkomstig zijn. Alleen dan zou de op die wijs plaats vindende wateraanvoer kunnen beschouwd worden als begrepen in den kwelcoëfficient k, indien, bij de bedijkingen, die men vergelijkt, de verhouding tusschen de water doorlatende bodemoppervlakte en de dijklengte, alsmede de verhouding tusschen den waterdruk, die de opkwelling uit den grond veroorzaakt en het verschil in waterdruk, onmiddelijk binnen en buiten de omringing, konden ondersteld worden dezelfde te zijn.

In het algemeen zal dit geenzins kunnen geschieden met voldoende zekerheid en hierop dient gelet te worden bij gevolgtrekkingen, die men uit de verkregen cijfers zou willen maken ten aanzien van gelijksoortige gevallen. Voor een polder bijv., waarvan de kwel bekend ware, zou de gevonden of aangenomen coëfficient k, ook bij onveranderden toestand van den dijk, moeten verhoogd worden, indien door slootgraving of bebouwing eene bedekkende kleilaag werd verwijderd of verbroken. Ook kan de geologische gesteldheid van dien aard zijn, dat de evenredigheid van de kwel met het hoogteverschil van binnen- en buitenwater bij de polders, die men vergelijkt, niet meer kan worden ondersteld.

Immers bij zeer uitgestrekte polders zou het kunnen voorkomen, dat in zeker binnenwaarts gelegen gedeelte de druk van het grondwater niet bepaald werd door de waterhoogte, onmiddellijk buiten den ringdijk, maar door die van verder afgelegen terreinen. In werkelijkheid zou men, om meer nauwkeurige schatting te verkrijgen, van de kwel in een gegeven polder, moeten kunnen afscheiden de hoeveelheid water, die onmiddellijk onder den dijk doorsypelt, van die, welke op grooter diepte door den bodem wordt aangevoerd. Doch hiertoe ontbreken alle gegevens. Men kan alleen beweren dat het tweede gedeelte des te grooter zal zijn, naarmate binnen den polder het water-doorlatend vermogen grooter is.

Het is waarschijnlijk dat voor een deel ook hieraan het zeer groote verschil moet toegeschreven worden van de beide uitersten waarden van den kwelcoëfficient k. In het kanaal tusschen Sluis en Brugge was niet alleen de bodem van klei maar bovendien de verhouding van de dijkslengte tot het ingesloten terrein buitengewoon groot. In 's Hertogenbosch is de bodem zandgrond en de verhouding van dijklengte tot oppervlakte veel geringer.

Men dient in elk geval wel in het oog te houden van hoe groot gewicht eene doorkwelling in den polder onafhankelijk van de lengte en hoedanigheid van den dijk soms zijn kan.

In het geval bijv. van de indijking der Zuiderzee zal door het verleggen van den dijk, die, over het zand, in 1866 door BEYERINCK ontworpen was, naar de richting over de klei, volgens het plan van het wetsontwerp van 1877, het waterbezwaar in aanmerkelijke mate verminderd worden, niettegenstaande de dijk langer wordt. Evenzoo mag verminderde aanvoer van water in den polder verwacht worden van het voorstel bij dat wetsontwerp gedaan, tot opneming van de zandgronden, in de nabijheid o. a. van Harderwijk, in het boezemkanaal.

De sterk uiteenloopende cijfers der tabel wijzen reeds aan welke wijde grenzen de schatting toelaat van het waterbezwaar van een toekomstigen Zuiderzeepolder.

In de volgende proeve heeft men de ongunstigste cijfers, die men redelijkerwijs daarvoor kan aannemen, trachten te berekenen. Plaat V.

De buitendijk, die uit de specie, die de bodem in de nabijheid oplevert, en dus grootendeels uit zand zou worden samengesteld, zou volgens het ontwerp van 1866 van den Inspecteur van den Waterstaat J. A. BEIJERINCK aan de binnenzijde worden gesteund door het water van een boezemkanaal, breed op den waterspiegel 150 M., welke waterspiegel op — 0.50 M. hoogte zou worden opgehouden door den binnendijk.

Deze inrichting levert het voordeel dat de buitendijk, zelfs in het ongunstigste geval bijv. onder een stormvloed van 3.00 M. + A.P., geen grooter waterdruk dan 3.50 M. en dan slechts kortstondig te keeren heeft. De dijk zou echter worden aangelegd voor het grootste gedeelte zijner lengte op een zandbodem.

Ook door dien bodem, onder den dijk henen, mag dus doorsijpeling worden verwacht, zoolang hij niet door slib of kleineerzetting dicht is geworden. De waarde van 2.72, die voor k bij de Betuwe gemiddeld in haar ganschen omvang is gevonden, is voor den toestand, waarin de afsluitdijk, volgens het ontwerp van BEIJERINCK, zou verkeeren, zeker te gunstig. Het schijnt daarom veiliger bij waarnemingen, die grooter waarde voor k gaven, b. v. bij den toestand te 's Hertogenbosch te rade te gaan. Neemt men voor alle zekerheid $k = 15$, dus meer dan de meest vertrouwbare waarde, te 's Hertogenbosch gevonden, dan verkrijgt men voor de hoeveelheid, die op het boezemkanaal zal worden gebracht, het aanzienlijke bedrag van $M = 15 \times 3.50 \times 41000 = 2.152.000$ M³; zijnde 41000 M. ruim de lengte van den buitendijk volgens het ontwerp van BEIJERINCK. Het is niet te verwachten dat het aanzienlijke cijfer van 2.152.000 M³, zelfs gedurende den ongewonen stormvloed, zal worden bereikt in een etmaal,

*

omdat de reeds ruim genomen vloedhoogte van + 3.00 M. niet gedurende een vol etmaal zal aanhouden, en omdat gedurende de aanzienlijke doorsijpeling het boezemkanaal zal zwellen en dus de drukhoogte en daarmede de doorsijpeling door den buitendijk zal verminderen. In het plan van BEIJERINCK beslaan de boezem- en scheepvaartkanalen eene oppervlakte groot te zamen 6.848.000 M² of ruim 684 H A.

De rijzing van het water, veroorzaakt door de doorsijpeling, zal dus bedragen hoogstens:

$$\frac{2.152.000}{6.848.000} = 0.31 \text{ M. in het etmaal.}$$

en dus den waterspiegel een stand doen bereiken van — 0.50 + 0.31 = — 0.19 M.

Ten gevolge van deze rijzing zal een groot deel bij de eerstvolgende lage waterstanden zich weder op de Zuiderzee ontlasten. Het laag water, thans te Enkhuizen op ongeveer — 0.30 te stellen, zal namelijk na de afsluiting vermoedelijk eene geringe verlaging ondervinden. Het gedeelte dat niet door natuurlijke lozing wordt afgevoerd, zal onder de boezemkade of binnendijk naar den polder afzakken en moeten worden opgemalen.

De binnendijk, die het water van het boezemkanaal uit den polder moet keeren, zal, wat de samenstelling betreft, in gunstiger omstandigheid zich bevinden dan de buitendijk, omdat hij uit betere specie zal kunnen worden opgeworpen en omdat hij, vooral zoover hij binnenwaarts zal gericht zijn, op een bodem zal komen te rusten, die minder water doorlaat dan de bodem, waarop de buitendijk wordt gelegd. Daarentegen zal hij doorgaande aan grooter waterdruk blootstaan. Met een zomerpeil van 4.50 beneden A.P., zoo als door BEIJERINCK werd aangenomen, zal op een waterdruk tegen den binnendijk van 4.00 M. zijn te rekenen gedurende een groot deel van het jaar.

Eene andere zaak, die de doorsijpeling door den binnendijk bevordert, is de groote lengte, die hij moet verkrijgen, in verband met de leiding van het boezemkanaal met vertakkingen door den polder, ten dienste van de scheepvaart.

Bij het ontwerp van BEIJERINCK is op eene waterkeerende lengte van 216000 M. te rekenen, waarvan op klei rust eene lengte van 163000 en op zand, even als dat van den buitendijk, eene lengte van 53000 M. Voor het eerste gedeelte, dat met den toestand van den ringdijk van den Haarlemmermeerpolder overeenkomt, behoeft dus voor k niet meer dan 1 te worden genomen; voor het andere gedeelte zal de coëfficient 15, die bij den buitendijk is gebezigd, wederom kunnen dienen. Men verkrijgt dan voor de doorkwelling in gewone omstandigheden per etmaal:

$$M = 4 \times (15 \times 53000 + 163000) = 3.832.000 \text{ M}^3$$

en tijdens een stormvloed zooals de onderstelde:

$$M = 4.31 \ (15 \times 53000 + 163000) = 4.128.980 \text{ M}^3.$$

Deze berekening onderstelt, dat het boezemkanaal alle rechtstreeksche doorsijpeling van het Zuiderzeewater onder het kanaal door tegenhoudt; alleen in dit geval zijn 4.00 en 4.31 het gemiddelde hoogte verschil, dat water naar den polder doet doordringen. Wat aldus door te gering hoogte verschil te weinig mocht berekend zijn, wordt zeker in ruime mate opgewogen door de overdreven waarde van 15 aan den kwelcoëfficiënt toegekend.

Bij het wetsontwerp van 1877 werd van het plan van BEIJERINCK afgeweken door het voorstel den afsluitdijk ongeveer 2 uur bezuiden Urk te leggen, waardoor eene oppervlakte van niet minder dan 23400 hektaren zeezand buiten de droogmaking werd gelaten en de afsluitdijk op een bodem werd aangelegd, waarbij het zand door een kleilaag van meer of minder dan 1 M. dikte bedekt was. De buitendijk zou echter 8 kilometers langer of 49000 M. worden. De binnendijk of zoogenaamde boezemkade verkreeg door verdeeling van de oppervlakte in twee groote omringingen eveneens grootere lengte, namelijk eene van ongeveer 333000 M. Het boezemkanaal verkreeg dientengevolge en ook door het daarin opnemen van de zoogenaamde boezemmeeren grootere oppervlakte. Voor die boezemmeeren werden ook gekozen de oppervlakten zandgrond, die nog binnen de bedijking overbleven o. a. die bij Harderwijk.

Dewijl door de wijziging van de richting der afsluiting de buitendijk geheel op kleigrond zou komen te rusten, en bovendien een breede strook van den zeebodem vóór den buitendijk een kleibekleeding zou bezitten, is voor de waarde van k eene waarde van 4 stellig ruimschoots voldoende.

Bij eene lengte van 49000 M. en dezelfde drukhoogte tijdens een stormvloed als boven werd aangenomen, namelijk 3.50, verkrijgt men voor de doorkwelling door den buitendijk

$$4 \times 3.50 \times 49000 = 686000 \text{ M}^3.$$

In het plan volgens het wetsontwerp beslaan voorts de boezem-meeren en scheepvaartkanalen eene oppervlakte te zamen groot

$$107.350.000 \text{ M}^2 \text{ of } 10735 \text{ H A}$$

en bedraagt de zwelling van den waterspiegel, tengevolge van de doorsypeling door den buitendijk, slechts

$$\frac{686000}{107350000} = 0.006 \text{ M.}$$

Van den binnendijk of de boezemkade ligt een gedeelte van ongeveer 49000 M. p dezelfde soort van grond als de buitendijk. Ofschoon beter samengesteld dan deze kan toch door ontblooting van den zandbodem van het boezemkanaal de binnendijk onderloops worden; althans voor genoemde lengte, en is dus voor dit gedeelte het aannemen van een coëfficiënt $k = 4$ raadzaam. Voor de overige lengte van 284000 M. bestaat dat gevaar minder, omdat de kleilaag, waarop zij rust, dikker is, en behoeft dus voor k niet meer dan 1, zijnde iets meer nog dan bij Haarlemmermeerpolder, genomen te worden.

In gewone omstandigheden een drukhoogte van 4 M. aannemende, zoo als boven, verkrijgt men voor de doorsypeling

$$M = 4\ (4 \times 49000 + 284000) = 1.920.000$$

Bij stormvloed is de zwelling van het boezemwater te onbeduidend om op de doorsypeling onder den binnendijk van eenigen invloed te zijn.

Ook hier geldt de boven reeds gemaakte opmerking, dat de grootte van de gekozen waarde voor den kwelcoëfficient mag geacht worden te gemoet te komen aan het buiten rekening laten van de mogelijke toestrooming van water uit de Zuiderzee onder het boezemkanaal door.

Volgens het bovenstaande zou dus moeten gerekend worden op een waterbezwaar, veroorzaakt door kwel

bij het ontwerp Beyerinck, tijdens een stormvloed, van

4.128.980 M^3 in het etmaal;

bij idem in gewone omstandigheden, van

3.832.000 M^3 in het etmaal,

en bij het plan van het wetsontwerp, in gewone omstandigheden, van

1.920.000 M^3 in het etmaal.

Hierbij moet nog gevoegd worden de regenval na aftrek der verdamping.

Nemende daarvoor die, welke in de ongunstigste periode in Haarlemmermeerpolder werd waargenomen, zijnde van 1867—1873 $\frac{34655}{18100} = 1.91$ M^3 per hectare en per etmaal

dan verkrijgt men voor de 195000 H A. van BEIJERINCK $195000 \times 1.91 = 373300$ M³ en voor de $195000 - 23000 = 172000$ van het wetsontwerp $172300 \times 1.91 = 329300$ M³ en dus een totaal waterbezwaar groot bij ontwerp

BEIJERINCK tijdens een stormvloed	4.502.280 M³;
in gewone omstandigheden.	4.205.300 „
Wetsontwerp	2.249.300 „

Bij beide ontwerpen kan naar de regelen van de praktijk gerekend worden op een stoomvermogen van 12 PK. voor 1 M. opmaling per 1000 H A.

Volgens deze berekening en een opmaling aannemende van 4 M. vordert het ontwerp van BEIJERINCK 9360 PK. en dat hetwelk tot grondslag lag aan het wetsontwerp een vermogen van $172 \times 12 \times 4 = 8256$ PK.

De paardekracht rekenende op 4.5 M³ 1 M. hoog per minuut en dus de 12 PK. per etmaal op 19440 M³ 4 M. hoog, dan zouden voor de oppervlakte van BEIJERINCK de 9360 PK. uitmalen per etmaal 3.790.800 M³; terwijl volgens bovenstaande berekening bij een stormvloed op eene van 4.492.700 M³ zou moeten gerekend worden; weshalve in plaats van 9360 PK. noodig zouden zijn

$$\frac{4.502.280}{3.790.800} \times 9360 = 11110 \text{ PK.}$$

en in gewone omstandigheden

$$\frac{4.205.300}{3.790.000} \times 9360 = 10380$$

De oppervlakte van 172000 H A. van het wetsontwerp zou in gewone omstandigheden vorderen eene opmaling van

$$172 \times 19440 = 3.343.680 \text{ M}^3 \text{ per etmaal.}$$

Dus behoeft voor bovenstaande hoeveelheid van 2.249.000 M³ niet meer te worden gesteld dan een vermogen van

$$\frac{2.249.300}{3.343.680} \times 8256 = 5555 \text{ PK.};$$

derhalve minder dan de praktijk bij droogmakerijen aan de hand doet.

Voor zoo ver de verzamelde gegevens dit kunnen uitmaken zou derhalve het bezwaar der doorkwelling de uitvoering van het plan van het wetsontwerp van 1877 niet behoeven in den weg te staan.

Maart 1887.

De Commissie voornoemd:
G. VAN DIESEN.
J. BOSSCHA.
J. M. VAN BEMMELEN.

AANTEEKENINGEN

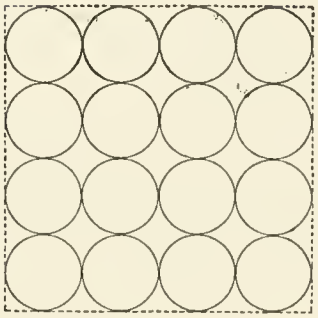
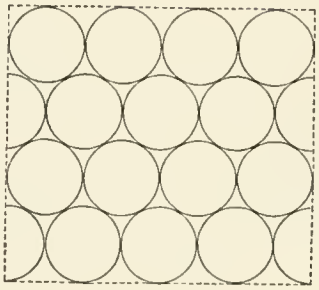
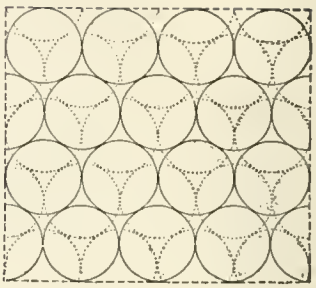
BETREFFENDE DE MATE, WAARIN WATER, ONDER VERSCHILLENDE DRUKHOOGTEN, DOOR ZANDMASSA'S VAN VERSCHILLENDE SAMENSTELLING EN BREEDTE STROOMT.

I. Ruimte tusschen de zandkorrels.

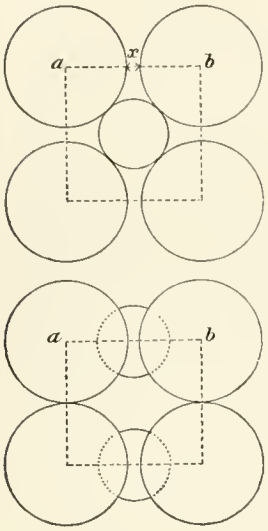
In de mededeeling van den Heer Stieltjes, bl. 212 van de *Verslagen en Mededeelingen*, Tweede Reeks, XIII^{de} Deel, tweede stuk, werd reeds met een woord gewezen op de omstandigheid, dat bij bolvormige korrels, zeer regelmatig gerangschikt, de tusschenruimte eene grootte heeft, die in constante verhouding staat tot de middellijn van de korrels, die alle even groot worden ondersteld.

Daaruit volgt dus dat bij toeneming der grootte van de bolvormige korrels ook de ruimte toeneemt, en dat derhalve waarschijnlijk zand meer water doorlaat naarmate het grover is, gelijk ook bij proefnemingen is gebleken. Daar in de werkelijkheid de zandkorrels niet zoo ruim gerangschikt op elkander liggen als volgens de zoo even genoemde onderstelling, zelfs indien zij bolletjes van gelijke grootte zijn, kan het, ook in verband met het onderzoek door waarneming, van nut zijn de grootte der tusschenruimte zoo veel mogelijk door berekening te verkrijgen.

Bij het reeds genoemde zeer eenvoudige geval, waarbij de middelpunten der bollen vier aan vier een kubus vormen en dus de tusschenruimten recht doorloopende openingen aanbieden, kan blijkbaar meer water tusschen de bollen worden geborgen dan bij de andere mede hieronder staande rangschikkingen.

	A.	*B.*	*C.*
			
	De bollen staan op elkander, en hunne middelpunten liggen in platte vlakken, waarvan de horizontale zoowel als al de vertikale op den afstand van de middellijn van een bol van elkander zijn verwijderd. In de drie richtingen loopen de openingen recht door.	De bollen rusten in de holten tusschen twee andere bollen; hunne middellijnen liggen in platte vlakken, waarvan de vertikale in één zin op den afstand d (middellijn van den bol) van elkander staan; de andere vertikale op een afstand $\frac{d}{2}$ en de horizontale op een afstand $\frac{1}{2} d\sqrt{3}$. In twee richtingen loopen de openingen recht door.	De bollen rusten in de holte tusschen drie andere bollen; de platte vlakken door hunne middelpunten gebracht liggen op den afstand $\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\sqrt{3}$ en $\frac{1}{3} d\sqrt{6}$ van elkander. In geene richting loopen de openingen recht door.
Inhoud van den kubus of van het parallelopipedum, dat de bollen of segmenten van bollen omvat	$(4d)^3 = 64\,d^3$	$4d \times 4d \times (d + \frac{3}{2} d\sqrt{3}) = 57.57\,d^3$	$4d \times (d + \frac{3}{2} d\sqrt{3}) \times (d + d\sqrt{6}) =$ $= 49.650\,d^3$
Inhoud der bollen	$64 \times \frac{1}{6} d^3 \pi = 33.51\,d^3$	$64 \times \frac{1}{6} d^3 \pi = 33.51\,d^3$	$48 \times \frac{1}{6} d^3 \pi = 25.128\,d^3$ $16 \times 0.4168 d^3 = 6.6688\,d^3$ $16 \times 0.2015 d^3 = 3\,2240\,d^3$ $35.0208\,d^3$
Tusschenruimte	$30.49\,d^3$	$24.06\,d^3$	$14.6292\,d^3$
Inhoud (percentswijze uitgedrukt) van de bollen	52.3 pCt.	58.20 pCt.	70.53 pCt.
Inhoud (percentswijze uitgedrukt) van de tusschenruimte	47.6 pCt.	41.78 pCt.	29.46 pCt.
Voor den inhoud der minimum-doorsnede van de recht doorloopende opening heeft men het volgende:			
Inhoud van kwadraat of rechthoek omvattende 16 cirkels	$(4d)^2 = 16\,d^2$	$4d \times (d + \frac{3}{2} d\sqrt{3}) = 14.392\,d^2$	
Inhoud van de 16 cirkels	$16 \times \frac{d^2}{4} \pi = 12.56\,d^2$	$16 \times \frac{d^2}{4} \pi = 12.56\,d^2$	
Tusschenruimte of minimum-doorsnede	$3.44\,d^2$	$1.831\,d^2$	
Inhoud (percentswijze uitgedrukt) van de cirkels	78 pCt.	87.27 pCt.	
Inhoud (percentswijze uitgedrukt) van de tusschenruimte	21 pCt.	12.72 pCt.	

Ongelijkheid der grootte van de korrels, door elkander vermengd, bevordert niet altijd de dichtheid. Er kan namelijk uit voortvloeien dat een tusschengeplaatste kleine korrel belet dat de groote korrels dicht aan elkander sluiten.



Dit is b.v. het geval bij eene schikking als de nevenstaande, waarbij D en d de middellijnen der twee grootten van bollen zijn en x de afstand is, waarop de groote bollen uit elkander moeten blijven door de toevoeging van den kleinen bol.

Men heeft dan:

$$a\,b = \tfrac{1}{2}(D+d)\sqrt{2} \qquad x = 0.707\,d - 0.293\,D.$$

$\overline{a\,b}^3 =$ inhoud kubus $= \tfrac{1}{4}(D+d)^3\sqrt{2} = 0.353\,(D+d)^3$

inhoud van de 8 gedeelten der bollen:

$$D = 8 \times \tfrac{1}{8} \times \frac{\pi}{6} D^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

inhoud van bol $d = \ldots\ldots\ldots \dfrac{\pi}{6} d^3$

$$\frac{\pi}{6}(D^3 + d^3) = 0.523\,(D^3 + d^3)$$

Tusschenruimte $= 0.353\,(D+d)^3 - 0.523\,(D^3 + d^3)$.

Naarmate D grooter wordt in verhouding tot d wordt de tusschenruimte kleiner.

Voor $D = d$ is tusschenruimte $1.778\,d^3$ of percentswijze:

inhoud der bollen	37 pCt.
tusschenruimte	63 „

Voor $D = 2\,d$ tusschenruimte $4.83\,d^3$ of:

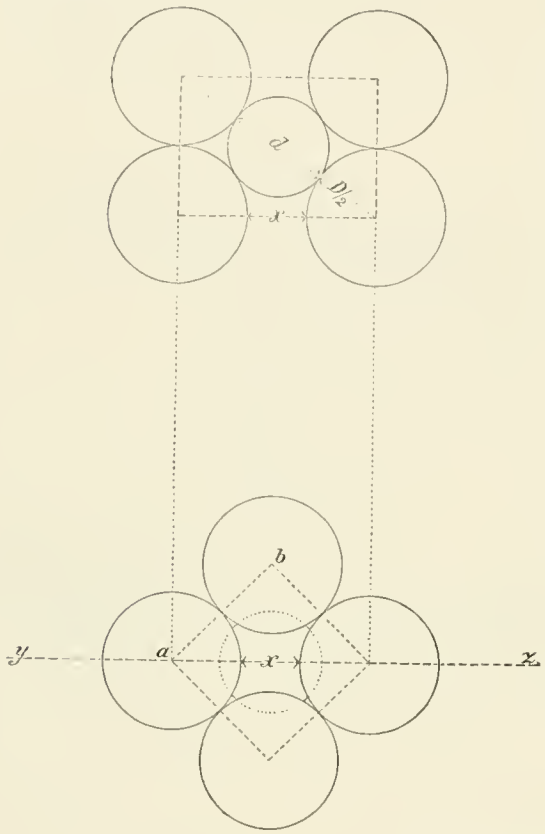
inhoud der bollen	50 pCt.
tusschenruimte.	50 „

Voor $D = \dfrac{0.707}{0.293} d$ of $x = 0$ als wanneer de groote bollen elkander raken: tusschenruimte $6.16\,d^3$ of:

inhoud der bollen	56 pCt.
tusschenruimte	44 „

Voor $D > \dfrac{0.707}{0.293} d$ wordt x negatief en vallen de bollen in elkander.

Bij eene schikking als deze van bollen van gelijke grootte was de tusschenruimte gevonden 47 pCt. van den geheelen inhoud; tusschenvoeging van een kleiner bol met het middelpunt in het vlak der middelpunten van de groote bollen, bij deze schikking, vermindert dus de grootte der tusschenruimte slechts met 47—44 of met 3 pCt.



Is de kleine bol geplaatst buiten het vlak der middelpunten van de groote bollen, t. w. in de holte in het midden tusschen acht volgens de schikking A gestelde bollen dan kan de middellijn van de kleine bol grooter zijn dan $0.414\ D$ namelijk $0.732\ D$. De tusschenruimte wordt dan terstond belangrijk verkleind en bedraagt slechts 27 pCt. van den geheelen inhoud.

Men heeft namelijk:

$$(D + x)^2 = 2\,D^2.$$

Eene doorsnede over $y\,z$, naar boven omgeslagen, geeft te zien:

$$(d + D)^2 = D^2 + (D + x)^2 = 3\,D^2$$

$$d + D = D\sqrt{3}$$

of:

$$d = D(\sqrt{3} - 1) = 0.732\,D.$$

Voorts inhoud kubus $(a\,b)^3$ . . . D^3

$$8 \times \tfrac{1}{8} \text{ bol } D = \frac{\pi}{6} D^3$$

bol d . . . . . $\frac{\pi}{6}(0.732\,D)^3$

$0.523\ (1 + 0.392)\,D^3 =$ . . . . . $0.728\,D^3$

tusschenruimte . . . . . $0.272\,D^3$

Dus inhoud bollen ongeveer . . . . . 73 pCt.
en inhoud tusschenruimte . . . . . 27 „

Berekening van de verkleining der tusschenruimte bij de rangschikkingen B

en *C* door tusschenplaatsing van kleinere bollen gaf geen kleiner cijfer dan het zooeven genoemde; hetgeen zich laat verklaren door de dichtheid waartoe, bij die schikkingen, de groote bollen reeds bij elkander gedrongen waren.

Tegenover de uitkomst der berekening kan tot vergelijking gesteld worden die, welke van genomen proeven bekend zijn.

In de, door het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, in 1877 uitgegeven Verhandeling van Dr. J. E. ENKLAAR over de *verdamping van water van onderscheidene gronden onder verschillende omstandigheden* wordt op bl. 30 een opgaaf gedaan van het gewicht aan water, dat door verschillende grondsoorten, waarmede proeven werden genomen, kon worden opgenomen.

De gronden werden gebracht in glazen cylinders, hoog 0.20 M. en van een inwendige middellijn van 0.028 M. De weging geschiedde voor en na de verzadiging met water.

Onderstaande tabel geeft de uitkomst der weging en van de daaruit berekende verhouding der volumina tot de tusschenruimten.

	Fijne grijze leem.	Veenachtige zandgrond.	Zandgrond Oranje woud.	Wit uitgegloeid zand.	Grove donkere leem.	Bruine knipklei.	Zwarte humusrijke klei.	Zwarte tuinaarde.	Wit uitgegloeid zand.
Gewicht van den lucht-drooge grond in grammen.	126.77	110.77	119.32	153.29[5]	125.50	83.30	115.75	123.90	153.59
	109.77	100.38	103.07	131.50	112.41	73.97	105.14	118.17	131.50[5]
	127.86	110.14	116.89	152.17	136.75	83.41	116.15	132.14	152.17
	148.47	125.57	117.31	164.71	137.10	93.21	115.41	139.65	164.71
Gemiddeld....	128.21	111.71	114.14	150.41	127.94	83.47	113.11	155.71	150.41
Aannemende het volumen, d. i den inhoud van den cylinder, op 125 eM³ dan is het gewicht per M³.....	K.G. 1024	K.G. 893	K.G. 913	K.G. 1200	K.G. 1023	K.G. 667	K.G. 904	K.G. 1245	K.G. 913
Gewicht van het door den grond opgenomen water in grammen.	41.04	45.59	37.58	30.14[5]	36.68	52.28	47.94	36.60	27.00
	36.53	41.28	33.74	25.90[5]	59.09	47.09	43.23	33.77	24.77[5]
	43.26	45.81	38.42	31.96	42.10	56.55	47.09	33.98	30.19
	48.58	47.98	38.51	34.15	39.93	63.72	46.87	35.85	34.19
Gemiddeld in gr. of eM³.	42.35	45.16	37.06	30.54	38.45	54.91	46.28	35.05	29.03
Ruimte door den grond ingenomen in eM³.....	82.65	79.84	87.94	94.46	86.55	70.09	78.72	89.95	95.97
Percentswijze van het geheel ingenomen ruimte door den grond	66 pCt.	64 pCt.	70 pCt.	76 pCt.	69 pCt.	56 pCt.	63 pCt.	72 pCt.	77 pCt.
Percentswijze van het geheel ingenomen ruimte door het water	34 "	36 "	30 "	24 "	31 "	44 "	37 "	28 "	23 "

Bij den bouw der brug over de Waal bij Bommel werden door den ingenieur Dr. E. F. VAN DISSEL proeven genomen, ten einde het bedrag der inklinking van zand te leeren kennen.

Daaruit kan ook iets van de tusschenruimte worden afgeleid.

Den 20sten Januari 1866 werd een bak, lang 1.58 M., breed 0.75 M. en hoog 0.60 M., inhoudende derhalve 0.711 M^3. gelijk gevuld met goed vochtig zand, uit het terrein genomen, niet vastgestampt.

Hierop water gegoten wordende stond de bak blank na toevoeging van 210 liter.

Onmiddellijk na het opgieten was de zakking 0.08 M., en dus de inklinking 0.0948 M^3. of ruim $^1/_8$ in hoogte.

Uit de opgaaf blijkt niet of het water in den bak deelde in de beweging en beneden den bovenkant van den bak daalde of op de aanvankelijke hoogte bleef staan. In het eerste geval zou de totale hoeveelheid de verkleinde tusschenruimten hebben gevuld en zou de verhouding tusschen het massieve in de tusschenruimten percentsgewijze uitgedrukt zijn geweest als 75 tot 25 pCt. In het andere geval is die verhouding als 84 pCt. tot 16 pCt.

Zonder verdere bewerking bleef de inklinking doorgaan en bereikte zij eene hoogte van 0.10 M.; zijnde juist $^1/_6$ van de hoogte of 0.1185 M^3.

Daalde, wat niet waarschijnlijk is, het water mede dan zou de verhouding van zand tot de tusschenruimte zijn geweest 74 pCt. tot 26 pCt. Bleef het water de oorspronkelijke hoogte, bovenkant van den bak, behouden dan was de verhouding als van 86 tot 14 pCt.

Hetzelfde zand klonk na drooging opnieuw in, zoodat 10 liter in volumen afnamen tot 9.6 liter en in gewicht verminderden van 18.4 KG. tot 15 KG.

De 3.4 KG. aannemende als zoovele liter water, die uit de tusschenruimten verdampten, is de verhouding tusschen het volumen zand en de tusschenruimte als 75 tot 25 pCt.

Den 24sten Januari 1866 wogen 5 liter zand uit het terrein genomen 7.5 KG. Na drooging klonk de massa in tot 4.5 liter wegende 7.3 KG. De verloren gewichtshoeveelheid aannemende als 0.2 liter water, die in de tusschenruimte begrepen was, zou de verhouding van zand tot tusschenruimte bedragen 96 pCt. tot 4 pCt. Vermoedelijk was dus de ruimte tusschen de zandkorrels niet geheel gevuld en het zand uit het terrein vrij droog.

Zand uit het water genomen, gaf een gewicht van 9.2 KG. voor 5 liters; woog na drooging 7.5 KG., en was toen tot 4.8 liter ingeklonken. De hieruit berekende verhouding is als van 75 tot 25 pCt.

Bij beide proeven was het zand gewoon grof rivierzand.

Uit de proeven te Bommel mag worden afgeleid een *minimum* van tusschenruimte ten bedrage van 14 pCt., omdat allicht eenige daling in den bak zal zijn ondervonden door het water, en een *maximum* van 25 pCt. omdat, bij laatstgenoemde proef, het zand bij de eerste meting waarschijnlijk niet volledig in elkander gezet zal zijn.

Voorts blijkt ook uit die proeven dat bevochtiging de zandkorrels gemakkelijker langs elkander doet glijden en dichter te zamen pakken; waaruit zich het verminderen van de doorsypeling na eenigen tijd, bij sommige proefnemingen waargenomen, laat verklaren.

In de verhandeling van Dr. F. Seelheim getiteld: Les lois de la perméabilité du sol, voorkomend in de *Archives Neerlandaises* T. XIV komen twee bepalingen voor van de grootte der tusschenruimte bij zand.

De buis, die daartoe met zand en met water, afzonderlijk en vermengd, werd gevuld en gewogen, had eene middellijn van 0.011 M.

Bij zand, bestaande uit korrels van ongeveer gelijke grootte, was in proef IX de verhouding der volumina 39.23 tot 22.72 of percentswijze als 63 pCt. tot 37 pCt.

Op gelijke wijze kan men uit de cijfers, die bij proef X met zand, waarvan de korrels ongelijke grootte hebben, zijn medegedeeld, de verhouding der volumina vinden, bedragende 44.03 en 17.93 of percentswijze 71 pCt. en 29 pCt.

Bij de proeven van H. Darcy en Ch. Ritter, den 29 en 30 Oct. en 2 Nov. 1855 te Dijon genomen, waarop wij later zullen terugkomen, beschreven in het werk getiteld: *Les Fontaines publiques de la ville de Dyon* par Henry Darcy, Inspecteur Général des ponts et chaussées, werd grof zand van verschillende korrelgrootte en vermengd met stukjes grint, schelpgruis enz. gebezigd. Op bl. 590, waar de mededeeling der proeven voorkomt, geeft hij op voor het bedrag der ruimte 38 pCt.; die der vaste deelen is dus 62 pCt. geweest.

Tegenover het grove zand, bij de zooeven genoemde proeven gebezigd, stelt de Inspecteur Generaal J. Dupuit in zijn werk: *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*, 1863, uitkomsten met fijner zand, waarvan hij de ruimte op 30 pCt. en dus den inhoud der zandkorrels op 70 pCt. aanneemt.

In het in 1861 te Berlijn uitgekomen deel XI van het *Zeitschrift für Bauwesen* door G. Erbkam komt eene belangrijke verhandeling voor van Hübbe, von der Beschaffenheit und dem Verhalten des Sandes.

Daarin worden medegedeeld de volgende cijfers door WOLTMAN gevonden voor de tusschenruimte.

Bij	veldsteenen	van 1 à 3	KG.	. . . . .	37.6 pCt.
„	kiezel	„ 0.25	„	. . . . .	41.7 „
„	„	„ 0.10	„	. . . . .	39.3 „
„	loopzand			. . . . .	41.2 „
„	terreinzand			. . . . .	41.9 „

alles in verhouding van den geheelen omvang, zoodat de vaste deelen, in dezelfde verhouding, innamen resp. 62.4, 58.3, 60.6, 58.8 en 58.1 pCt.

De proeven door HÜBBE zelf genomen leverden de grensverhoudingen van zand tot de tusschenruimte

60.4 pCt. tot 39.6 pCt.
72.1 „ „ 27.9 „

Onder den titel: *Untersuchungen über die Wasserkapacität der Bodenarten* deelt Dr. E. WOLLNY op bl. 177 van de Forschungen auf dem Gebiete der Agriculturphysik van 1885 o. a. de volgende uitkomst mede van verscheidene waarnemingen van de ruimte tusschen zandkorrels.

Bij proeven van A. MAYER met korrels kwarts van gelijke grootte van 0.3 tot 0.9 mM. bedroeg de *grootste* watercapaciteit in percenten van het volumen 48.97

A. VON LIEBENBERG vond bij korrels van tertiair zand van verschillende grootte dooreengemengd de ruimte in pCt. 34.90

A. VON LIEBENBERG vond bij korrels van diluviaal zand van verschillende grootte dooreengemengd de ruimte in pCt. 25.50

WOLLNY's proeven gaven bij korrels van kwarts zand van 0.01 tot 2.00 mM. dooreengemengd eene grootste van . . . . . 28.52 tot 44.90
en een kleinste „ . . . . . 3.66 „ 35.56

Het bovenstaande bijeentrekkende verkrijgt men het volgende overzicht.

Naam van den proefnemer.	Omschrijving.	Inhoud in percenten van de stof.	Inhoud in percenten van de tussehenruimte.
Theoretische berekening.	Bolvormige korrels van gelijke groote.	52.3	47.6
		58.2	41.8
		70.5	29.5
	Bolvormige korrels van ongelijke grootc.	56	44
		73	27
J. E. Enklaar.	Fijne grijze leem.	66	34
	Veenachtige zandgrond	64	36
	Zandgrond Oranjewoud	70	30
	Wit uitgegloeid zand.	76	24
	" " "	77	23
	Grove donkere leem	69	31
	Brnine knipklei	56	44
	Zwarte humusrijke klei	63	37
	Zwarte tuinaarde.	72	28
Dr. E. F. van Dissel.	Gewoon grof rivierzand. Grensverhoudingen . . .	75	25
		86	14
Dr. F. Seelheim.	Zandkorrels van gelijke grootte	63	37
	" " ongelijke grootte	71	29
H. Darcy.	Zeer grof zand met stukjes grint enz.	62	38
J. Dupuit.	Fijner zand dan het voorgaande	70	30
Woltman.	Veldsteenen	62	38
	Kiezel.	58	42
	"	61	39
	Loopzand	59	41
	Terreinzand	58	42
Hübbe.	Grensverhoudingen bij zand	60	40
		72	28
A. Maijer.	Kwartszand van gelijke grootte	51	49
A. von Liebenberg.	Tertiair zand van verschillende grootte door een gemengd.	65	35
	Diluviaal " " " "	74	26
E. Wollny.	Kwartszand " " " " maxm.	55	45
	" " " " " minm.	96	4

II. Proeven tot bepaling van de hoeveelheid doorgesypeld water.

Groot is de verscheidenheid der uitkomsten van de in het klein genomen proeven. Zelfs bij beziging van denzelfden toestel door één proefnemer verkreeg deze soms uiteenloopende eindcijfers.

Vooral loopen de uitkomsten uiteen, waar het de bepaling geldt van de absolute hoeveelheid, die onder eene eenheid van drukhoogte, van lengte en van dwarsdoorsnede van den door het zand af te leggen weg in een eenheid van tijd doorsypelt.

Meer stellige gegevens zijn de betrekkelijke. Er is blijkens de uitkomsten namelijk groote waarschijnlijkheid, dat bij overigens gelijke omstandigheden de doorgesypelde hoeveelheden, ongeveer in rechte reden tot elkander staan als de drukhoogten en als de inhouden der dwarsdoorsneden van de doorloopen zandlagen en in omgekeerde reden ongeveer van de lengten dier lagen. Ook blijkt met groote mate van zekerheid, dat de grootte der zandkorrels, de meerdere of mindere grofheid van het zand, merkbaren invloed heeft.

Enkele waarnemers hebben getracht de wetten van doorsypeling in eene formule te brengen, en daarbij een empirischen coëfficiënt ingevoerd, ten einde omstandigheden in rekening te brengen, die voornamelijk in den aard van het gebezigde zand zijn gelegen en invloed uitoefenen. Dr. Seelheim brengt ook de temperatuur in rekening.

Bij de volgende beknopte mededeeling van de voornaamste uitkomsten door verschillende geleerden verkregen is tot gemakkelijker vergelijking de hoeveelheid water berekend, die, volgens hunne eindcijfers, zou doorgesypeld zijn gedurende 24 uren, ingeval de drukhoogte 1 M., de lengte van den weg door het zand 1 M. en de inhoud der dwarsdoorsnede van de zandlaag 1 M² had bedragen.

In het reeds genoemde werk: *Les Fontaines publiques* de la ville de Dyon worden op bl. 590 de uitkomsten medegedeeld van de in 1855 door H. Darcy en Ch. Ritter genomen proeven met kiezelzand van de Saône, samengesteld uit

0.58	zand gaande door een zeef van	0.77 millim.
0.13	„ „ „ „ „ „	1.10 „
0.12	„ „ „ „ „ „	2.00 „
0.17	stukjes grint, schelpgruis	4.
1.00		

De tusschenruimte van het zand was 38 pCt.; de vertikaal gestelde buis, waarin het zand gebracht werd, was hoog 2.50 M.; de inw. middellijn 0.35 M. Het water werd er opgebracht door de waterleiding, zooveel noodig zijdelings

afgetapt om de drukking te regelen. Door middel van een kwik-manometer werd de grootte der drukking bepaald.

Nummer der Serie.	Dikte van de zandlaag.	Volgnummer der proeven.	Duur in minuten.	Gemiddeld doorgestroomd volumen per minuut.	Gemiddelde drukking.	Verhouding tusschen de drukking en het volumen.	Hoeveelheid in 24 uren berekend voor 1 M. drukhoogte door 1 M. lengte per M².	Opmerkingen.
				Lit.	M.		M³.	
1	M. 0.58 (Het zand was niet gewasschen).	1	25′	3.60	1.11	3.25	28.15	
		2	20′	7.65	2.36	3.24	27.34	
		3	15′	12.00	4.00	3.00	20.83	De manometer vertoonde slechts weinig schommelingen.
		4	18′	14.28	4.90	2.91	25.30	
		5	17′	15.20	5 02	3.03	26.28	
		6	17′	21.80	7.63	2.86	24.80	
		7	11′	23.41	8.13	2.88	24.99	Sterke schommelingen.
		8	15′	24.50	8.58	2.85	24.79	
		9	13′	27.80	9.86	2.82	24.50	Zeer sterke schommelingen.
		10	10′	29 40	10.89	2.70	23.44	
2	1.14 (Het zand was niet gewasschen).	1	30′	2.66	2.60	1.01	17.45	
		2	21′	4.28	4 70	0.91	15 53	
		3	26′	6.26	7.71	0.81	13.85	
		4	18′	8.60	10.34	0.83	14.19	Zeer sterke schommelingen.
		5	10′	8.90	10.75	0.83	14.12	
		6	24′	10.40	12.34	0.84	14.38	
3	1.71 (gewassehen zand).	1	31′	2.13	2.57	0.83	21.21	
		2	20′	3.90	5.09	0.77	19.61	
		3	17′	7.25	9.46	0.76	19.61	Zeer sterke schommelingen.
		4	20′	8.55	12.35	0.69	17.72	
4	1.70 (Gewasschen zand; iets grover dan het vorige.	1	20′	5.25	6.98	0.75	19 11	
		2	20′	7.00	9.95	0.70	17.90	
		3	20′	10.30	13.93	0.74	18 81	Zwakke schommelingen door gedeeltelijke verstopping van de opening des manometers.

*

De cijfers van kolom 8 zijn er na berekening door ons bijgevoegd. Zij leveren de volgende gemiddelden.

Serie	1	25.04	M^3.
	2	14.92	„
	3	19.53	„
	4	18.60	„

Hun groot bedrag, in vergelijking van later mede te deelen uitkomsten, is waarschijnlijk toe te schrijven aan de grofheid van het zand en wellicht ook aan den korten duur der proeven. Bij langen duur is, althans bij proeven van anderen, vermindering in de doorsypeling waargenomen. Ook bij bovenstaande proeven is in iedere serie reeds eenige afneming der hoeveelheid blijkbaar.

Darcy leidt uit de bovengenoemde proeven af dat de doorsypeling plaats heeft in rechte reden van de drukhoogte en in omgekeerde reden van de dikte der zandlaag en komt daardoor tot de formule

$$Q = k \frac{H}{e}$$

waarin voorstellen

Q de hoeveelheid doorgeloopen water.
H de drukhoogte.
e de dikte van de zandlaag.
k een coëfficiënt, afhankelijk van den aard van het zand en van andere bijkomende omstandigheden, die invloed uitoefenen.

Wil men door Q laten uitdrukken de hoeveelheid in M^3, die in 24 uren per M^2 doorsnede van het zand wordt doorgelaten, dan moet voor k worden gesteld een der vier bovenstaande cijfers of wel een daaruit berekend gemiddelde.

Dupuit in zijne meergenoemde *Etudes théoriques* houdt voor den coëfficiënt, die bij Darcy's proeven moet worden gebezigd, het grootste cijfer aan; zoodat volgens hem, bij het grove zand, dat voor die proeven diende, de formule zou zijn

$$Q = 25 \frac{H}{e}$$

Het fijnste zand, zooals bij filters gebruikt wordt, en waarbij de tusschenruimte 30 pCt. van het geheele volumen bedraagt, geeft volgens hem slechts $^1/_5$ van die hoeveelheid en dus eene formule

$$Q = 5\,\frac{H}{e}$$

De waarde voor Q verkregen uit laatstgenoemde formule komt nabij de uitkomst der proeven van den Heer HARTING, medegedeeld in de Verslagen en Mededeelingen, Tweede reeks, Deel XI, stuk 3.

De uitkomst van de in dit stuk gemelde proeven loopt namelijk niet zoo uiteen en vertoont niet de onregelmatigheid, die door den schrijver, op bl. 317 van zijne mededeeling, daarin gezien wordt.

Dit blijkt wanneer men berekent de hoeveelheid water, die volgens de verkregen uitkomst zou zijn doorgesypeld, in 24 uren, onder een drukhoogte van 1 M., door een zandlaag van 1 M. per M^2 dwarsdoorsnede van die laag, en dus acht slaat op de drukhoogte, zijnde het verschil in hoogte tusschen den waterspiegel in de drukkolom en die in de stijgbuis; aannemende dat de hoeveelheid in rechte reden staat tot die drukhoogte.

Bij de proeven is namelijk de drukhoogte aanhoudend verminderd, zooals op bl. 314 wordt opgemerkt, waar van de vermindering der snelheid van het opkomende water in de stijgkolom melding wordt gemaakt.

Nu is wellicht het aannemen van de bovengenoemde verhouding tusschen drukhoogte en hoeveelheid niet volkomen juist; veel zal men echter daarmede niet afwijken van de waarheid, zooals o. a. uit de proeven van Dr. SEELHEIM is gebleken, en ook de onderstaande bewerking van de proeven van Dr. HARTING doet zien.

Over de grootte der tusschenruimte, die in het zand aanwezig was, wordt niets gemeld; maar, wat van meer belang is, op bl. 312 wordt medegedeeld de grootte der korrels. Deze bedroeg, uit een twintigtal metingen afgeleid, 0.000167 M.

De zandbuizen lagen horizontaal.

Lengte der zandcylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de drukkolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waargenomen doorsypeling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte per M^2.	Gemiddelde duur van doorsypeling, vooraïgegaan aan het tijdstip van waarneming.
					den zandcylinder.	de stijgbuis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M^3.	
1.52	0.09	4.80	0.09	4.71	0.0195	0.020	15	2.933	
	0.095		0.185	4.615		0.020		3.159	
	0.095		0.28	4.52		0.020		3.226	
	0.10		0.38	4.42		0.020		3.464	

Lengte der zand-cylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de druk-kolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waarge-uomen doorsype-ling,	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M lengte, per M^2.	Gemiddelde duur van doorsypeling, voorafgegaan aan het tijd-stip van waarneming.
					den zand-cylin-der.	de stijg-buis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M^3.	
1.52	0.18	4.80	0.56	4.24	0.0195	0.020	30	3.265	
	0.16		0.72	4.08		0.020		3.016	
	0.16		0.88	3.92		0.020		3.132	
	0.16		1.04	3.76		0.020		3.273	
	0.14		1.18	3.62		0.020		2.968	
	0.12		1.30	3 50		0.020		2.631	
	0.05		1.44	3.36		0.018		0.924	
	0.15		1.59	3.21		0.018		2.902	
	0.10		1.69	3.11		0.018		1 997	
	0.065		1.755	3.045		0.018		1.325	
			Gemidd.	3.865			25	2.729	3u
3.03	0.07	4.80	0.07	4.73	0.0195	0.020	15	3 616	
	0.055		0.125	4.675				3 599	
	0.06		0.185	4.615				3.978	
	0.045		0.23	4.57				3.012	
	0.09		0.34	4.46			30	3.087	
	0.11		0.45	4.35				3.868	
	0.10		0.55	4.25				3.599	
	0.10		0.65	4.15				3.686	
	0.11		0.76	4.04				4.165	
	0.095		0 855	3.945				3.684	
	0.09		0.945	3.855				3.571	
	0.09		1.035	3.765				3.657	
	0.075		1.11	3 69				3 109	
	0.08		1 19	3.61				3.390	
	0.06		1.25	3.55				2.585	
	0.065		1.315	3.485				2.853	
	0.065		0 54	3.26		0.018		2.467	
	0.10		1.64	3.16				3.917	
	0.09		1.73	3 07				3.628	
	0.08		1.81	2.99				3.311	
	0.08		1.89	2 91				3.402	
	0.08		1.97	2 83				3 507	
	0.07		2.04	2.76				3.136	

Lengte der zand-cylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de druk-kolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waarge-nomen doorsype-ling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M^2.	Gemiddelde duur van doorsypeling, vooraf gegaan aan het tijd-stip van waarneming.
					den zand-cylin-der.	de stijg-buis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M^3.	
3.03	0.075	4.80	2.115	2.685	0.0195	0.018	30	3.466	
	0.065		2.18	2.62				3 072	
	0.06		2.24	2 56			30	2.901	
	0.07		2.31	2.49				3.479	
	0.07		2 38	2.42				3.580	
	0.06		2.44	2.36				3.146	
	0.05		2.49	2.31				2.679	
	0.06		2.55	2.25				3.300	
			Gemidd.	3 432			28	3 369	7u15'
4.55	0.05	4.80	0.05	4.75	0.0195	0.020	15	4.836	
	0.05		0.10	4 70				4.888	
	0.05		0.15	4.65				4.940	
	0.05		0.20	4.60				4.994	
	0.10		0.30	4.50			30	5.105	
	0 10		0.40	4.40				5.221	
	0.08		0.48	4.32				4.254	
	0.075		0.555	4.245				4.058	
	0 115		0 67	4.13				6.397	
	0.085		0.755	4.045				4.827	
	0.085		0.84	3 96				4.931	
	0.08		0.92	3 88				4.736	
	0.065		0.985	3.815				3.914	
	0.07		1.055	3.745				4.294	
	0.055		1.11	3.69				3.424	
	0.075		1.195	3.605				4.779	
	0 055		1 25	3.55				3.559	
	0.06		1.31	3.49				3.949	
	0.06		1.37	3 43		0.19			
	0.07		1.44	3.36		0.18		4.875	
	0.08		1.52	3.28				5.707	
	0.05		1.57	3 23				3.622	
	0.095		1.665	3.135				7 090	
	0.07		1.735	3.065				5.344	
	0.065		1.80	3 00				5.070	

Lengte der zand-cylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de druk-kolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waarge-nomen doorsype-ling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M^2.	Gemiddelde duur van doorsypeling, vooraïgegaan aan het tijd-stip van waarneming.
					den zand-cylin-der.	de stijg-buis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M^3.	
4.55	0 07	4.80	1.87	2.93	0.0195			5.590	
	0.06		1.93	2.87				3.627	
	0.065		1.995	2 805				5.422	
	0.06		2.055	2.740				5.124	
	0.06		2.11	2.69				5.219	
	0.055		2.165	2.635				4.884	
	0.045		2.21	2 59				4.066	
	0.05		2.26	2.54				4.606	
	0.06		2.31	2 49				5.638	
			Gemidd.	3.554			28	4.676	7u45'
6.08	0.04	4 80	0.04	4.76	0.0195	0.020	15	5.159	
	0.04		0.08	4.72				5.203	
	0.0375		0 1175	4.6825				4.917	
	0.0325		0.1500	4.6500				4 291	
	0.075		0.255	4.575			30	5.032	
	0.07		0.295	4.505				4.770	
	0.08		0.37	4.43				5.556	
	0.07		0.44	4.36				4.928	
	0.07		0.51	4.27				5.032	
	0 07		0 58	4.22				5.092	
	0.07		0.65	4.15				5.178	
	0.07		0.72	4.08				5.267	
	0.06		0.78	4.02				4.581	
	0.065		0.845	3.955				5.045	
	0.055		0.905	3.895				4.334	
	0.06		0.965	3.835				4 802	
	0.05		1 015	3 785				4.055	
	0.055		1.07	3.73				4.526	
	0.05		1.12	3.68				4.171	
	0.05		1.17	3.63				4.228	
	0.05		1.22	3.58				4.287	
	0.05		1.27	3.53				4.348	
	0.04		1.31	3.49				3.518	
			Gemidd.	4.110			27	4.709	5u15'

Lengte der zandcylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de drukkolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waargenomen doorsypeling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M².	Gemiddelde duur van doorsypeling, vooraigegaan aan het tijdstip van waarneming.
					den zandcylinder.	de stijgbuis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M³.	
7.595	0.035	4.80	0.035	4.765	0.0195	0.020	15	5.645	
	0.03		0.065	4.735				4.859	
	0.03		0.095	4.705				4.890	
	0.03		0.125	4.675				4.921	
	0.0575		0.1825	4.6175			30	4.775	
	0.0375		0.24	4.58				3.139	
	0.06		0.30	4.50			30	5.113	
	0.06		0.36	4.44				5.179	
	0.06		0.42	4.38				5.253	
	0.055		0.475	4.325				4.876	
	0.06		0.535	4.265				5.394	
	0.055		0.59	4.21				5.009	
	0.06		0.65	4.15				5.544	
	0.055		0.705	4.095				5.150	
	0.05		0.755	4.045				4.740	
	0.05		0.805	3.995				4.799	
	0.05		0.855	3.945				4.860	
	0.05		0.905	3.895				4.922	
	0.04		0.945	3.855				3.979	
	0.055		1.000	3.80				5 556	
	0.05		1.05	3.75				5.113	
	0.045		1.095	3.705				4.657	
			Gemidd.	4.246			27	4.926	5u
9.095	0.0225	4.80	0.0225	4.7875	0.0195	0.020	15	4.316	
	0.0225		0.045	4.755				4.346	
	0.02		0.065	4.735				3.879	
	0.02		0.085	4.715				3.904	
	0.045		0.13	4.67			30	4.425	
	0.04		0 17	4.63				3.967	
	0.045		0.215	4.585				4.507	
	0.045		0.26	4.54				4.551	
	0.04		0.30	4.50				4.082	
	0.04		0.34	4.46				4.382	
	0.0425		0.3825	4.4175				4.418	

Lengte der zand-cylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de druk-kolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waarge-nomen doorsype-ling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M².	Gemiddelde duur van doorsypeling, vooraf gegaan aan het tijd-stip van waarneming.
					den zand-cylin-der.	de stijg-buis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M³.	
9.095	0.0225	4.80	0.415	4.385	0.0195	0.020	30	2.356	
	0.055		0.47	4.33				5.833	
	0.04		0.51	4.29				4.281	
	0.045		0.555	4.245				4.868	
	0.04		0.595	4.205				4.268	
	0.04		0.63	4.17				4.404	
	0 04		0.67	4.13				4.447	
	0.0425		0.7125	4.0875				4.774	
	0.0425		0.755	4.045				4.824	
	0.035		0.79	4.01				4.008	
	0.04		0.83	3.97				4.626	
	0.0375		0.8675	3.9325				4.379	
	0.0375		0.905	3.895				4.421	
	0.035		0.94	3.86				4.163	
	0 03		0.97	3.83				3.597	
	0.035		1 005	3.795				4.235	
	0.0325		1.0375	3.7625				3.966	
	0.03		1.0675	3.7325				3 691	
	0.03		1.0975	3.7025				4.684	
	0.0150		1.1125	3.6875				1.868	
			Gemidd.	4.221			28	4.208	7u15'
10.605	0.02	4.80	0.02	4.78	0.0195	0.020	15	4.481	
	0.02		0.04	4.76				4.498	
	0 02		0.06	4.74				4.518	
	0.0175		0.0775	4.7225				3 968	
	0.0425		0.12	4.68			30	4.861	
	0.0375		0.1575	4.6425				4.325	
	0.0325		0.19	4.61				3.774	
	0.085		0.275	4.525			60	5.029	
	0.075		0 35	4.45				4.512	
	0.075		0.425	4.375				4.589	
	0.065		0.59	4.21			120	2.066	
	0.065		0.665	4.135			60	4.208	
	0.075		0.74	4.06				4.945	

Lengte der zand-cylinders bij een.	Stijging.	Hoogte van de druk-kolom.	Hoogte van den tegendruk.	Hoogte van den druk na aftrek van den tegendruk.	Aangenomen wijdte van		Duur van de waarge-nomen doorsype-ling.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M^2.	Gemiddelde duur van doorsypeling, voorafgegaan aan het tijd-stip van waarneming.
					den zand-cylin-der.	de stijg-buis.			
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	Minuten.	M^3.	
10.605	0.06	4.80	0.80	4.00	0.0195	0.020		3.924	
	0.06		0.86	3 94				4.086	
	0.065		0.925	3 875				4.220	
	0.0575		0.9825	3.8175				4.032	
	0.0625		1.045	3.755				4.456	
	0.0275		1.0725	3.7275			30	3.950	
			Gemidd.	4.305			47	4.234	7u30'

In de *Verslagen en Mededeelingen* XIII^{de} Deel, 2de stuk, bl. 233, komt eene tweede reeks proeven voor, die door den Heer HARTING zijn genomen met denzelfden toestel, hetzelfde zand en op dezelfde wijze als bij de voorgaande. Het voorname verschil bestond in den duur, daar iedere proef zoolang werd doorgezet, dat de grond het maximum van dichtheid had bereikt onder de onafgebroken doorstrooming van water. Zooals uit het hiernavolgend overzicht te zien is, werden daartoe soms vele weken gevorderd. Aanvankelijk was de doorstrooming bij de meeste proeven aanzienlijker dan na eenigen tijd van werking. Vrij spoedig, soms na weinige dagen, werd een normale gang bereikt. In de onderstaande tabel is de uitkomst berekend van de laatste dagen, zoover deze eene weinig uiteenloopende hoeveelheid van doorgesypeld water opleverden. Alleen bij de proeven n^0. 5, 6 en 8 was de doorsypeling in den aanvang niet grooter maar zelfs geringer dan gedurende den volgenden tijd. Doch ook bij de overige proeven, met uitzondering van de 2de, werd zelfs in den aanvang het bedrag van de bovenstaande hoeveelheden van de eerste serie niet bereikt. Bij de 2de proef werd het overtroffen.

	Soort van grond.	Stelling van den cylinder.	Lengte van de grondkolom op het laatst.	Drukhoogte. (Verschil der niveau's).	Stijging in		In rekening gebrachte tegendruk.	Aangenomen gemiddelde middellijn van		Gemiddelde hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M².	Geheele periode.		Gedeelte der periode, waarop de berekening is toegepast.		Richting der doorstrooming.
					1 Minuut.	24 Uren.		den grondcilinder.	de stijgbuis.		Begin en einde.	Aantal dagen.	Begin en einde.	Aantal dagen.	
			M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M³.					
1	Klei	Vertikaal	1.064	3.80		0.012	1.20	0.020	0.020	0.0033	Van 6 Juni tot 29 Augustus	85	Van 20 Augustus tot 29 Augustus	10	Van boven naar beneden.
2	Zand	Vertikaal	1.450	2.886	0.00099		2.114	0.0184	0.0165	0.577	Van 2 September tot 21 September	20	21 September	1	Van boven naar beneden.
3	Zand	Horizontaal	1.447	4.660		0.160	0.16	0.0184	0.0184	0.050	Van 25 September tot 13 November	50	Van 9 November tot 13 November	4	
4	Zand	Horizontaal	2.954	4.767		0.053	0.053	0.0188	0.0184	0.031	Van 13 November tot 23 November	11	Van 17 November tot 23 November	6	
5	Zand	Horizontaal	4 405	4.767		0.053	0.053	0.0194	0 0184	0.044	Van 23 November tot 30 November	8	Van 23 November tot 30 November	7	
6	Zand Klei	Horizontaal Vertikaal	4.405 1.064	3.743		0.0055	0.057	0.0195	0.020	0 008	Van 30 November tot 11 December	12	Van 1 December tot 11 December	11	Van beneden naar boven.
7	Zand	Horizontaal	5.916	4.797		0.023	0.023	0.0192	0.0184	0.026	Van 11 December tot 19 Januari	40	Van 3 Januari tot 19 Januari	17	
8	Zand Klei	Horizontaal Vertikaal	5.916 1.064	3.640		0.005	0.160	0.0194	0.020	0.010	Van 19 Januari tot 26 Februari	39	Van 15 Februari tot 26 Februari	12	Van beneden naar boven.
9	Zand	Horizontaal	5.916	4.775		0.045	0.045	0.0192	0.0184	0.051	Van 26 Februari tot 8 April	42	Van 3 April tot 8 April	6	

In de reeds genoemde verhandeling van Dr. F. SEELHEIM worden reeksen van proeven beschreven, door welke de volgende eigenschappen der doorsypeling nader werden bevestigd of ontdekt.

I. De hoeveelheid water, die door het zand loopt, blijft dezelfde, zoolang de omstandigheden dezelfde zijn.

De proef, waaruit deze uitspraak is ontleend, werd genomen, met een buis van 0.50 M. lengte en 0.015 M. middellijn, waardoor, onder onveranderlijke drukking en temperatuur, gedurende vele weken het water stroomde.

II. De hoeveelheden doorgeloopen water staan tot elkander in reehte reden van de drukhoogten.

Bij vertikalen stand van de zandkolom moet de hoogte van die kolom, zoover hij boven den beneden waterspiegel uitsteekt, worden opgeteld bij de hoogte van den waterspiegel boven het zand.

III. De hoeveelheden doorgeloopen water staan tot elkander in omgekeerde reden van de dikten der zandlagen.

IV. De hoeveelheden doorgeloopen water staan tot elkander in rechte reden van de inhouden der dwarsdoorsneden der doorgeloopen zandlagen.

V. De invloed van de temperatuur wordt uitgedrukt door de formule

$$Q = (79.346)\ (1 + 0.0136\, t + 0.000704\, t^2)$$

waarin Q voorstelt de hoeveelheid, uitgedrukt in kub. eentim. en t de temperatuur in eentigraden tusschen 9 en 19.5 graad.

VI. De hoeveelheden doorgeloopen water staan tot elkander in reden als de vierkanten der middellijnen van de zandkorrels.

VII. Bestaat de zandkolom uit lagen van grof en van fijn zand dan gedraagt zich de doorgesypelde hoeveelheid water alleen naar de lagen van fijn zand en kunnen die van grof zand als niet aanwezig beschouwd en buiten rekening gelaten worden.

VIII. Is het grove zand met het fijne vermengd dan kunnen de zandkorrels bij de berekening worden beschouwd als hebbende een middellijn ter grootte van de gemiddelde grootte van die der vermengde korrels.

IX. De formule, waardoor ten slotte de doorloopende hoeveelheid water door zand wordt uitgedrukt, is:

$$Q = 0.4257\, \frac{h\, D^2\, r^2}{L}\ (1 + 0.0136\, t + 0.000704\, t^2)$$

waarin

Q De hoeveelheid in M^3 in het uur.
h de drukhoogte in M.
D^2 de inhoud van de dwarsdoorsnede der zandlaag in M^2.
r de straal van de zandkorrels in tiende deelen van een mM.
L de lengte van de zandkolom in M.
t de temperatuur (zie hierboven bij V).

$$\text{Voor } h = 1 \quad D = 1 \quad L = 1 \quad r = 1 \text{ en } t = 10$$

is $Q = 0.4257 \times 1.2064 = 0.5135$ M^3 in een uur of 12.32 M^3 in 24 uren.

De proeven door Dr. SEELHEIM genomen op laagjes klei van zoo geringe dikte, dat zij nog water doorlieten, kunnen hier buiten beschouwing blijven, omdat het doel is de hoeveelheid water te leeren kennen, die door zand kan zijgen.

Door den ingenieur H. E. DE BRUIJN werden in 1878 te Vlissingen een paar proeven genomen met gebruik van een van binnen verglaasde aarden buis; gevuld ter hoogte van 0.60 M. met zand. De buis rustte in vertikalen stand op zeer grof zand, dat in een ruimen bak zich bevond, waarin tevens het water werd opgevangen, dat onder een drukhoogte van 0.80 M. door het zand liep. De buis had een middellijn van 0.135 M. Het zand bij alle drie de soorten, die gebezigd werden, was zeer zuiver.

De doorlating per dM^2 in de minuut wordt opgegeven als bedragende bij

grof rivierzand	0.190	dM^3
bij Schelde plaatzand . . .	0.120	„
„ fijn duinzand	0.090	„

Berekend naar meer genoemde onderstellingen geeft dit de volgende hoeveelheden voor een drukhoogte van 1 M., een lengte van den zandkolom van 1 M., per M^2 dwarsdoorsnede, in 24 uren.

Grof rivierzand	20.52	M^3.
Schelde plaatzand	12.96	„
Fijn duinzand	9.72	„

Op bl. 14 van de bovengenoemde door het Utrechtsch genootschap bekroonde verhandeling van Dr. J. E. ENKLAAR komt eene opgaaf voor van de hoeveelheid water, die onder een standvastige drukhoogte van 0.03 M. in 90 minuten vloeide door grondkolommen, dik 0,20 M., geplaatst in vertikaal gestelde glazen cylinders van 0.026 M. inwendige middellijn.

Wanneer men ook deze uitkomsten reduceert tot de hoeveelheden in 24 uren, door een vierkanten meter, onder een drukhoogte van 1 M. en een grondkolom van 1 M. lengte, met aanneming van de meergenoemde verhoudingen, dan verkrijgt men de onderstaande uitkomst; waarbij tevens is aangeteekend de grootte van de korrels der verschillende grondsoorten, waarop de proef is toegepast.

Volgnommer.	Grondsoort.	Grootte der korrels in mM.	Hoeveelheid doorgeloopen in 24 uren, onder 1 M. druk, door 1 M. lengte, per M^2.	Aanmerkingen.
			M^3.	
1	Zandgrond Oranjewoud	0.35—0.01	0.3839	Duur der proef 1u30'; na geruimen tijd water te hebben doorgelaten.
2	Zwarte tuingrond	0.40—0.01	0.2974	
3	Zandige veengrond	0.20—0.01	0.2198	
4	Grove donkere leem	0.30—0.01	0.1132	
5	Zwarte humeuse klei	0.25—0.01	0.0330	
6	Uitgegloeid wit zand	0.20—0.05	3.691	
7	Grof geslibt zand.	1.00—0.20	5.314	
8	Fijn geslibt zand.	0.05—0.02	0.7086	

Bij deze uitkomsten, op hoe geringe schaal ook de proeven genomen werden, springt zeer in het oog hoe belangrijk bij zand de doorsypeling toeneemt met de grootte van de korrels. Evenals bij de laatste proeven van Dr. HARTING werd na schudding het water geruimen tijd doorgelaten alvorens de waarneming plaats vond.

In het reeds genoemde *Zeitschrift für Bauwesen*, Jahrgang XI, komt nog eene andere verhandeling van den Heer HÜBBE voor dan die, waaruit hiervoor een uittreksel werd medegedeeld. Zij is getiteld: *Von der Bewegung des Wassers im Sande.*

Op bl. 400 wordt de uitkomst gemeld van proeven, genomen tot bepaling der grootte van doorsypeling van water door zand, geplaatst in vertikaal gestelde glazen buizen, wijd 0.022 M. Na herleiding van pruissische in metermaat en na de meermalen omschreven berekening der doorsypeling in 24 uren wordt hieronder van de tabellen een uittreksel medegedeeld, gerangschikt naar de grootte der korrels.

Tijd van doorsypeling; voorafgegaan aan het tijdstip van waarneming.	Grootte van den korrel.	Drukhoogte gemiddeld.	Lengte van de zandkolom.	Hoeveelheid in 24 uren doorgeloopen; berekend voor 1 M. drukhoogte, door 1 M. lengte, per M^2.
Seconden.	M.	M.	M.	M^3.
14″.5	0.00096	0.444	0.156	110.00
127″.4		0.183		123.90
15″	0.00047	1.111	0.130	53.18
120″		0.671		55.00
30″		1.117	0.261	46.05
300″		0.633		45.70
60″		1.360	0.392	43.69
600″		0.674		43.39
60″	0.00032	1.081		24.05
300″		0.656		22.98
60″		1.248		19.88
780″		0.631		20.60
120″		1.365		19.49
1200″.5		0.713		19.89
67″	0.00020	0.444	0.156	23.93
630″.4		0.183		23.24

Ook deze uitkomst doet zien hoe belangrijk de invloed is der grootte van den korrel. De doorsypeling blijkt toe te nemen in de vierkante reden ongeveer van die grootte, zooals ook Dr. SEELHEIM heeft gevonden. Evenals bij de proeven van DARCY zal ook bij deze proeven, de groote hoeveelheid van doorgeloopen water moeten worden toegeschreven aan den korten duur der proef.

Samenpersing vermindert ook merkbaar het doorlatingsvermogen van zand. (bl. 398.)

De *Revue Universelle des Mines* van Mei en Juni 1874 bevat de mededeeling van de uitkomst van proeven, genomen door PAUL HAVREZ, tot opsporing der wetten van doorsypeling. Een kort overzicht van die mededeeling is opgenomen in de *Minutes of Proceedings of the Institution of Civil engineors*, Vol. XXXIX, bl. 359.

De proeven werden genomen o. a. met grof zand, waarvan de korrels 0.15 mM. dik waren en met fijn zand van 0.08 mM.

De dikten der filters liepen uiteen van 0.10 tot 0.50 M.

Uit de proeven bleek spoedig dat de doorsypeling toenam in sterker verhouding dan die van den vierkantswortel uit de drukhoogten, en dat zij vermeerderde in rechte reden der hoogte van de kolom water boven het filter; aannemende eene voorafgaande doorlating, veroorzaakt door het water, dat in de filtreerende stof zelve bevat is.

Deze uitkomst werd verkregen met grof zand; met fijn zand; de korrels van nagenoeg gelijke grootte zijnde, en ook bij vermenging van slechts een weinig fijn zand onder het grove.

Bij beziging van ongezift fijn en grof zand door elkander ontstond samenpakking en verminderde de doorlating tot $^1/_2$, $^1/_3$ en op het laatst tot $^1/_5$ van het oorspronkelijk volume.

De invloed van temperatuur was zeer merkbaar. Bij 100° C. was de hoeveelheid doorgesypeld water ongeveer 6 maal zoo groot als die bij 0° C.

De volgende formulen zijn als vrucht van de proeven opgegeven.

Voor grof zand (0.15 mM.)

$$D = 4.32 + 0.576\,t + [2.16 + 0.0864\,t]\,E + \left(1.44 + 0.072\,t + \frac{8.64 + 0.432\,t}{E}\right) H.$$

Voor fijn zand (0.08 mM.)

$$D = (1.44 + 0.090\,t)\,E + \left(0.72 + \frac{2.016 + 0.217\,t}{E}\right) H.$$

Voor slikachtig zand bij $t = o$.

$$D = \frac{2\,H}{E}$$

In die formulen beteekenen:

D de hoeveelheid water in M^3 gesypeld in 24 uren door een oppervlakte van 1 M^2;

E de dikte van de zandlaag in decimeters;

H de hoogte in decimeters van den waterkolom boven het filter;

t de temperatuur in centigraden.

De beide eerste formulen, opgesteld op den grondslag van eene doorsypeling,

die reeds plaats vindt door de werking van de zwaartekracht op het water, dat zich in de zandlaag bevindt, onafhankelijk van het al of niet aanwezig zijn van een kolom water boven het filter, leveren het resultaat dat bij toeneming van de dikte E, $H = o$ zijnde, het bedrag der doorsypeling toeneemt; bij de tweede formule zelfs in rechte reden met E. Waarschijnlijk is dit een gevolg van de omstandigheid, dat het filter over de geheele hoogte gedrenkt wordt ondersteld. Vreemd is het echter dat, volgens de formule voor grof zand, voor H en E beiden $= o$, nog eene doorsypeling blijft plaats hebben.

De laatste formule

$$D = \frac{2\,H}{E}$$

werd door den schrijver afgeleid uit die voor fijn zand, onderstellende een temperatuur van 0^0; omstandigheden, waarbij in de praktijk de hoeveelheid van doorsypeling was waargenomen. Bovendien werd aangenomen, dat de onzuiverheid der zandlaag niet toeliet, dat er water doorsypelde zoo er geen waterkolom boven het filter aanwezig was.

De formule toegepast op eenige filters, waarvan de doorgelaten hoeveelheid bekend was, gaf goed overeenstemmende uitkomsten; weshalve de reeds meermalen gevonden wet dat de hoeveelheid in rechtstreeksche verhouding staat tot de drukhoogte en in omgekeerde reden van de dikte der laag werd bevestigd; behoudens de verwaarloozing van de hoogte der waterkolom in de zandlaag.

De hoeveelheid van 2 M^3 in 24 uren per M^2 onder een drukhoogte van 1 M. en een dikte van de laag van 1 M. is dus als een maximum te beschouwen.

De beide andere formulen geven bij aanneming van E en t ieder $= 10$ en aangezien de buis vertikaal staat en dus de 10 van E reeds de drukhoogte van 1 M. opleveren, $H = o$

voor grof zand $D = 40.32$ M^3 per M^2 in 24 uren.
„ fijn „ $D = 23{,}40$ „ „ „ „ „ „

Deze beide groote hoeveelheden zijn waarschijnlijk verkregen tengevolge van het afbreken van de proef na zeer kortstondige doorlating evenals bij Hübbe. Zij duurde blijkens de onderscheidene tabellen in de verhandeling slechts eenige minuten; hoogstens 7′ 22″ bij het grove en 12′ bij het fijne zand.

Bij de proeven van Harting werd even als bij die van Havrez, waarvan hierboven reeds melding is gemaakt, de doorlating na eenigen tijd belangrijk minder, en daalde ook wel tot $^1/_5$. De hoeveelheid bleef toen verder vrij constant.

Of dit ook bij de proeven van HAVREZ het geval was vindt men niet opgegeven.

Onafhankelijk van de formulen kan de hoeveelheid, die in 24 uren per M² zou doorsypelen onder een totale drukhoogte van 1 M. met inbegrip van die in de zandlaag, door een zandlaag dik 1 M., worden berekend uit de medegedeelde proeven.

Dit is gedaan, doch alleen voor de gevallen, waarin de temperatuur de gewone was zooals van 9° tot 13°, en niet bij de hooge.

Samenstelling der zandlaag.	Bladzijde.	Lengte van de zandkolom.	Aantal proeven waarvan het gemiddelde genomen is.	Temperatuur.	Hoeveelheid doorgesypeld; berekend voor 24 uren, voor 1 M. drukhoogte, door 1 M. lengte, per M².	Duur van doorsypeling.
					M³.	
Grof zand (0.15 m.M.)	490	0.10	9	9° à 10°5	14.4	1′ tot 7′
	490	0.10	6	id.	13.6	1′ „ 2′42″
	498	0.20	8	10°5 à 11°5	16.7	1′46″ „ 7′22″
	502	0.30	7	10° à 11°	20.1	2′11″ „ 7′ 7″
	509	0.5	9	17°	5.47	1′15″ „ 10′25″
Fijn zand (0.08 m.M.)	510	0.10	4	15° à 16°	5.29	2′35″ „ 6′
	512	0.15	5	11° à 12°	4.72	4′50″ „ 9′30″
	513	0.195	7	11°5	5.47	2′37″ „ 12′
Grof zand vermengd met fijn	520	0.40	2	12° à 13°	10.11	6′ 2″ „ 7′20″
Id. na 8 dagen rust en begroeiing.	520	0.40	6	12° à 13°	7.66	7′30″ „ 17′30″
Id. na schoonwassching met kokend water.	520	0.40	4	12° à 13°5	11.21	5′20″ „ 9′ 5″

In de volgende tabel zijn de bovenstaande uitkomsten verzameld en is bovendien de tijd gemeld, gedurende welke de doorsypeling had plaats gevonden alvorens de waarneming werd gedaan.

Naam van den waarnemer.	Soort van grond en stand van de buis.	Grootte van den korrel.	Tussehenruimte percentswijze van het geheel.	Wijdte van de buis.	Drukhoogte gemiddeld.	Lengte van de zandkolom.	Hoeveelheid in 24 uren doorgeloopen, berekend voor 1 M. drukhoogte, door 1 M. lengte, per M².	Gemiddelde tijd, voorafgegaan aan het tijdstip van waarneming.	Gemiddelde duur der waarneming van de doorspeling
		M.	Pct.	M.	M.	M.	M³.		
Darcy.	grof zand; vertikaal	0.00104	38	0.35	6.25	0.58	25.04		16′
		〃	〃	〃	8.07	1.14	14.92		21′
		〃	〃	〃	6.91	1.71	19.53		22′
		〃	〃	〃	10.24	1.70	18.60		20′
						Gemidd.	19.52		19′
Dupuit.	fijn zand zooals bij filters gebruikt wordt.		30		1.50	1.00	5.00	niet bekend	
Harting *Versl.* en *Meded.* D. XI. Stuk 3, bl. 315.	zand; horizontaal	0.000167		0.0195	3.865	1.52	2.729	3u	25′
		〃		〃	3.432	3.03	3.369	7u15′	28′
		〃		〃	3.554	4.55	4.676	7u45′	28′
		〃		〃	4.110	6.08	4.769	5u15′	27′
		〃		〃	4.246	7.595	4.926	5u	27′
		〃		〃	4.221	9.095	4.208	7u15′	28′
		〃		〃	4.305	10.605	4 234	7u30′	47′
						Gemidd.	4.12	6u8′	30′
Harting *Versl.* en *Meded.* D. XIII. Stuk 2, bl. 228	klei; vertikaal			0.020	3.80	1.064	0.0033	85 etmaal	10 etm.
	zand; 〃	0.000167		0.0184	2.886	1.450	0.577	20 〃	1 〃
	zand; horizontaal	〃		0.0184	4.669	1.447	0.050	50 〃	4 〃
	〃 〃	〃		0.0188	4.767	2.954	0.031	11 〃	6 〃
	〃 〃	〃		0.0194	4.767	4.405	0.044	8 〃	7 〃
	〃 〃	〃		0.0195	3.743	4.405	0.008	12 〃	11 〃
	klei; vertikaal					1.064			
	zand; horizontaal	0.000167		0.0192	4.797	5 916	0.026	40 〃	17 〃
	〃 〃	〃		0.0194	3 649	5.916	0.010	39 〃	12 〃
	klei; vertikaal					1.064			
	zand; horizontaal	0.000167		0 0192	4.775	5.916	0.051	42 〃	6 〃
					alleen zand gemidd.		0.129	28.5 etm.	9 etm. 5u20′
Seelheim.	zand; horizontaal	0.0001	37	0.015	1.00	0.50	12.32	van 20′ tot 1u42′	12′
De Bruijn.	grof rivierz.; vert.			0.135	0.80	0.60	20.52	niet bekend	
	Scheldeplaatzand; vertikaal.			〃	〃	〃	12.96		
	fijn duinzand; 〃			〃	〃	〃	9.72		
						Gemidd.	14.40		

Naam van den waarnemer.	Soort van grond en stand van de buis.	Grootte van den korrel.	Tusschenruimte percentswijze van het geheel.	Wijdte van de buis.	Gemiddelde drukhoogte.	Lengte van den zandkolom.	Hoeveelheid in 24 uren doorgeloopen, berekend voor 1 M. drukhoogte door 1 M. lengte, per M².	Gemiddelde tijd, vooraf gegaan aan het tijdstip van waarneming.	Gemiddelde duur der waarneming van de doorsypeling.
		M.	pCt.	M.	M.	M.	M³.		
ENKLAAR.	Zandgrond	0.00035	30	0.026	0.03	0.20	0.3839		
	Oranjewond.	0.00001							
	Zwarte tuingrond.	0.0004	28				0.2974		
		0.00001							
	Zandige veengrond.	0.0002	36				0.2198	„Geruime tijd"	
		0.00001							
	Grove donkere leem.	0.0003	31				0.1132		
		0.00001							
	Zwarte humeuse klei.	0.00025	37				0.0330		1 u30′
		0.00001							
	Uitgegloeid wit zand.	0.0002	24				3.6910		
		0.00005							
	Grof geslibt zand.	0.001					5.3140		
		0.0002							
	Fijn geslibt zand vertikaal.	0.00005					0.7086		
		0.00002							
				alleen zand gemiddeld			2.52		
HUBBE.	zand vertikaal.	0.00096	40 à 28	0.022	0.444	0.156	110.00		14″.5
					0.183		123.90		2′ 7″.4
		0.00047			1.111	0.130	53.18		15″
					0.671		55.00		2′
					1.117	0.261	46.05		30″
					0.633		45.70		5′
					1.360		43.69		1′
					0 674		43.39		10′
		0.00032			1.081		24.05		1′
					0.656		22.98		5′
					1.248		19.88		1′
					0.631		20 60		11′16″
					1.365		19.49		2′
					0.713		19.89		20′
		0.00020			0.444	0.156	23.93		1′ 7″
					0.183		23.24		10′30″.4
						gemiddeld	43.43		49″

Naam van den waarnemer.	Soort van grond en stand van de buis.	Grootte van den korrel.	Tusschenruimte percentswijze van het geheel.	Wijdte van de buis.	Gemiddelde drukhoogte.	Lengte van den zandkolom.	Hoeveelheid in 24 uren doorgeloopen, berekend voor 1 M. drukhoogte door 1 M. lengte, per M².	Gemiddelde tijd, voorafgegaan aan het tijdstip van waarneming.	Gemiddelde duur der waarneming van de doorsypeling.
		M.	pCt.	M.	M.	M.	M³.		
Havrez.	zand vertikaal.	0.00015		0.078	0.60	0.10	14.4		1′ tot 7′
					0.71	0 10	13.6		1′ „ 2′42″
					0.61	0.20	16.7		1′46″ „ 7′22″
					0.66	0.30	20.1		2′11″ „ 7′ 7″
						gemiddeld	16.20		3′48″
		0.00008			0.56	0.05	5.47		1′15″ tot 10′25″
					0.81	0.10	5.29		2′35″ „ 6′
					0.76	0.15	4.72		4′50″ „ 9′30″
					0.64	0.195	5.47		2′37″ „ 12′
						gemiddeld	5.23		6′9″
	Grof en fijn vermengd.				0.91	0.40	10.11		6′2″ tot 7′20″
									gemiddeld 6′41″
	Id. na 8 dagen rust en begroeiing.				0.71	0.40	7.66		7′30″ tot 17′30″
									gemiddeld 12′30″
	Id na schoonwasseching.				0.81	0.40	11.21		5′20″ tot 9′5″
									gemiddeld 7′12″

III. Uitkomst van waargenomen doorsypeling door dijken of door den bodem.

a. Kanaal van Sluis naar Brugge.

Plaat I en II.

Van 20 December 1877 tot en met 2 Januari 1878 was het kanaal van *Sluis* naar *Brugge*, dat bij eerstgenoemde plaats dood loopt, nabij het andere einde afgedamd.

Het werd door aanvoer van water, waarvan de hoeveelheid gemeten werd, bij den dam, gevoed en zoo veel mogelijk op peil gehouden. De waterstand werd op drie plaatsen, namelijk aan ieder uiteinde en bij het midden van het kanaal, driemaal daags nauwkeurig waargenomen.

Evenzoo werd waargenomen de hoogte van de waterspiegels in sloten enz. ter wederzijde buiten het kanaal, waarheen het water ondersteld kon worden uit het kanaal door of onder de dijken door te sypelen. Met deze en andere gegevens, waarvan verder nader zal blijken is beproefd een cijfer voor het bedrag van den doorsypelingscoëfficiënt te verkrijgen, dat geen aanspraak mag maken op absolute juistheid, maar als benadering en in vergelijking met andere van eenigen dienst kan wezen.

De waarnemingen, waarvan hier melding en gebruik wordt gemaakt, hadden plaats door de zorg van den ingenieur R. J. Castendijk.

De geheele lengte van het afgedamde gedeelte van het kanaal is 14675 M.

Het peil, waarop in gewone omstandigheden de waterspiegel zooveel mogelijk gehouden wordt, is 1.36 M. + A.P.

Tijdens de waarneming, van 20 December 1877 tot 2 Januari 1878, wisselde de stand af van 1.27 tot 1.31[5] en bedroeg de gemiddelde stand 1.29 M. + A.P. Die hoogte werd behouden door de inlating aan het einde bij Brugge.

Uit de ingelaten hoeveelheid, vermeerderd met den gevallen regen, die gedurende de 13 etmalen 0.018 M. bedroeg, en verminderd met de verdamping, is de rijzing berekend, die de waterspiegel door de voeding ondergaan moest. Hetgeen in de werkelijkheid aan die rijzing ontbrak gaf gelegenheid tot berekening van het waterverlies. De verdamping werd in de nabijheid niet waargenomen; daar zij in dit jaargetijde onbeduidend was, is aangehouden de opgaaf van den Helder, alwaar zij in de 13 etmalen 0.008 M. bedroeg; dus was de regenval verminderd met de verdamping 0.01 M. p. e.

De voeding bedroeg in genoemd tijdperk 0.158 M.; derhalve had de waterspiegel moeten rijzen 0.168 M. Hij rees slechts 0.035 M.; er was dus een verlies van 0.133 M. of van 0.01023 per etmaal.

De waterspiegel, aangenomen op eene gemiddelde hoogte van 1.29 M. + A.P., besloeg volgens berekening eene oppervlakte van 421452 M^2. Het verlies bedroeg derhalve eene hoeveelheid van $421452 \times 0.01023 = 4311$ M^3 per etmaal.

Wilde men verder, evenals bij de proeven in het klein, waarvan de uitkomsten werden medegedeeld, de berekening voortzetten dan zou daartoe op grond van de voorafgegane beschouwingen moeten worden gebezigd de formule:

$$M = a \frac{H \times D}{L},$$

waarin voorstellen:

M de doorgesypelde hoeveelheid en 24 uren in M³.

H de drukhoogte of het verschil in hoogte tusschen de waterspiegels in M.

D de inhoud van het dwarsprofil, waardoor de waterbeweging plaats heeft in M².

L de lengte van den weg, dien het water moet afleggen in M.

a de hoeveelheid water, die in 24 uren doorsypelt, indien H, D en L gelijk één zijn, in M³.

Wegens de moeijelijkheid evenwel van bij waargenomen doorsypeling door dijken of door den bodem de juiste waarde van D en L te bepalen, waarvoor in de meeste gevallen eenigszins onzekere cijfers zouden moeten worden genomen, is het raadzaam genoemde waarden zooveel noodig op te nemen in den coëfficiënt, waarvan door beschouwing van verschillende gevallen de vermoedelijke waarde moet worden opgespoord. Stelt men de doorsnede D voor door het produkt van de hoogte d en de lengte b, die meestal de lengte van den dijk zijn zal, dan kan men de formule aldus schrijven:

$$M = a \frac{d \times b \times H}{L} = k\, b\, H$$

waarin de nieuwe coëfficiënt k gelijk is aan $\frac{a\,d}{L}$, en dus de onzekere of moeijelijk te bepalen waarden omvat.

Voor de berekening van k heeft men dan:

$$k = \frac{M}{b\ H.}$$

De bijgaande teekening der dwarsprofillen van het kanaal en de wederzijdsche dijken kunnen voorts tot toelichting dienen.

Hoe H bepaald moet worden is daarin gemakkelijk te zien.

De onderstaande tabel bevat de verzameling van de waarden, die voor de berekening van $b\ H$ moeten dienen.

De profillen 1 en 7 kwamen voor den noordelijken dijk, de profillen 1, 2 en 13 voor den zuidelijken dijk niet in aanmerking; evenzoo zijn de lengten buiten rekening gelaten, over welke het kanaal door hoog terrein is begrensd.

Nummer van het profiel.	Lengte van het dijkvak. b	Drukhoogte. H	Produkt. $b \times H$	Gemiddelde drukhoogte.
		Noordelijke Dijk.		
2	3	0.44	1.32	
3	1300	0.64	832	
4	400	1.29	516	
5	950	0.99	940.50	
6	2	0.74	1.48	
8	300	0.59	177	
	2000	1.14	2280	
10	2050	0.64	1312	
11	2000	1.19	2380	
12	1250	1.14	1425	$\frac{24071.07}{22608} = 1.06$
13	500	1.29	645	
		Zuidelijke Dijk.		
3	1000	0.64	640	
4	2100	1.34	2814	
5	3	0.59	1.77	
6	650	1.14	741	
7	600	0.94	564	
8	700	1.09	763	
9	800	1.24	992	
10	4700	1.14	5358	
11	1200	1.34	1608	
12	100	0.79	79	
opgeteld	22608	20.34	24071.07	

Dus heeft men $k = \frac{M}{b\,H} = \frac{4311}{24071} = 0.18.$

Deze waarde van k mag als een maximum worden beschouwd. Er is namelijk ondersteld dat sommige gedeelten dijk en kanaalvakken niets hebben doorgelaten en ook dat de duikers, die in de kanaaldijken zich bevonden, volkomen afgesloten waren, en dat langs de beide syphons, door welke het water van het kanaal Schipdonk en het kanaal Leopold onder den bodem wordt doorgevoerd, geen water afvloeide.

In den noordelijken dijk zijn twee duikers, uitkomende in slooten, wier waterspiegel stond op + 0.76 en — 0.14 M.

In den zuidelijken dijk was er een met een waterspiegel op + 0.76 M. in de sloot. Bij dezen duiker was waterverlies te zien, dat echter niet kon worden opgemeten.

De waterspiegel in het kanaal Schipdonk stond op 0.66 M. en dat in het kanaal Leopold op — 0.34 M. Ook bij laatstgenoemd kanaal werd door de met schotbalken gesloten openingen van het noordelijke syphonhoofd waterverlies waargenomen.

De dijken zijn bij onderzoek bevonden aan beide zijden en over de geheele lengte te bestaan uit vet of kleihoudend zand, zoodat van een doorlatende laag van zekere dikte geen sprake kon zijn.

b. Kanaal door Walcheren.

Plaat III.

De waterspiegel van het kanaal door Walcheren bevindt zich op 1 M. + A.P. en dus ongeveer 2 M. boven den stand van het water in den polder. Het kanaalwater, dat zout is, dringt in den polder door, waarvan klachten van de landbouwers het gevolg zijn geweest. Aan de landzijde van den westelijken dijk, inzonderheid van het gedeelte tusschen Vlissingen en Souburg, is de doorsypeling zichtbaar en ook het meest hinderlijk. Door den oostelijken dijk van genoemd kanaalvak dringt eveneens, maar minder in het oogvallend, het kanaalwater door.

De beide hierbij gevoegde dwarsprofillen vertoonen de afmetingen van het kanaal en de dijken. Voor eene meting der hoeveelheid doorgesypeld water was nog geene gelegenheid.

Deze zal zich eerst voordoen, wanneer de werken tot opvanging en afleiding van het doorgesypelde water, zijn voltooid.

c. Afgesloten kom te Vlissingen.

Plaat IV.

Tusschen het kanaal, de 2de binnenhaven en den Prins-Hendrikweg te Vlissingen is een afgesloten kom, waarin ofschoon onder minder drukhoogte, eveneens kanaalwater doordringt. Ten einde daarvan de hoeveelheid te leeren kennen is, gedurende het tijdperk van 23 Mei tot 22 Augustus 1878, die kom, waarvan de situatie op bijgaande teekening is voorgesteld het water afgetapt onder meting der hoeveelheden over een daartoe ingericht houten overlaatje.

De hoogte van het water in de plas was constant 0.24 M. + A.P., de waterstand tusschen den dam *m* en den weg was 0.50 M. — A.P.; de overlaat lag op 0.85 — A.P.

De lengte van den doorkwellenden dijk was in het geheel 719 M. Hiervan lag 360 M, aan het gedeelte waar de waterstand in de kom op 0.24 M. + A.P. en het overige waar die stand op — 0,50 werd gehouden.

De drie hierbij behoorende dwarsprofillen vertoonen de overige afmetingen.

De doorkwelling had denkelijk plaats door een veen- en derrieachtige grondlaag en door den modder, die zich in de oude vestinggracht bevond.

De dagen van aflating van het kanaal van 23 tot 31 Mei en van 16 tot 19 Juli 1878 zijn in de volgende beschouwing buiten rekening gehouden; zoodat de afwisselingen gedurende den overigen tijd tusschen de grenzen van 0.30 M. beneden en 0.20 M. boven den normalen stand beperkt bleven. Wel werd op den kanaalstand acht geslagen bij de bepaling van het cijfer der drukhoogte, binnen- en buitendijks; en werd rekening gehouden met den tweeerlei stand van het binnen water. Hiertoe is de dijk in twee vakken verdeeld.

Drukhoogte. H	Lengte van het dijkvak. b	Produkt. $H \times b$
0.73	360 M.	262.80
1.47	359 "	427.73
Te zamen	719 M.	790.53

en dus de gemiddelde waarde van $H = \frac{790.53}{719}$ of $H = 1.099$.

Het eerstgenoemde dijkvak, lang 360 M., heeft aan de binnenzijde den constanten waterstand van 0.24 + A.P.; het andere dijkvak heeft de constante waterhoogte van — 0.50 aan de binnen zijde.

In de onderstaande tabel zijn de cijfers der waarnemingen en der daaruit gemaakte berekening verzameld. Daarin zijn ook opgenomen de hoeveelheden regen gevallen te Vlissingen en die der uitdamping; waarvoor echter, uit gemis aan waarneming in Zeeland, die van den Helder zijn aangenomen. Te Vlissingen zal de verdamping vermoedelijk niet geringer zijn geweest dan aan den Helder.

De belangrijke invloed, die door gevallen regen en verdamping op het eindcijfer wordt uitgeoefend, zooals men in de tabel kan zien, maakte het noodig daarmede rekening te houden. Voor de oppervlakte van de beide kommen te zamen is bij deze berekening 4 Hektaren aangenomen.

*

Dagteekening 1878.	Hoeveelheid per etmaal afgetapt.	Hoeveelheid per etmaal.			Verdampte hoeveelheid op te tellen bij die van kolom 2.	Totale hoeveelheid per etmaal doorgesypeld *M.*	Kanaalpeil betrekkelijk A.P. *k.*	Drukhoogte bij de natte kom. $k-0.24$ *II.*	Drukhoogte bij de drooge kom $k+0.50$ H_1.
		Gevallen regen.	Verdampt (a. d. Helder).	Verschil.					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	M³.	mM.	mM.	mM.	M³.	M³.	M.	M.	M.
1 Juni .	72.6	0	5.1	5.1	204	276.6	1.00	0.76	1.50
6 "	121.	0	2.3	2.3	92	213.0	1.03	0.79	1.53
7 "	167.6	0	3.2	3.2	128	295.6	0.98	0.74	1.48
8 "	113.2	1.3	5.1	3.8	152	265.2	1.01	0.77	1.51
20 "	159.8	0	2.8	2.8	112	271.8	0.90	0.66	1.40
21 "	121.0	0	4.7	4.7	188	309.0	0.84	0.60	1.34
24 "	106.3	0	5.1	5.1	204	310.3	0.80	0.56	1.30
25 "	92.4	0	3.7	3.7	148	240.4	0.86	0.62	1.36
26 "	78.6	0	6.4	6.4	256	334.6	1.00	0.76	1.50
27 "	84.7	0	6.5	6.5	260	344.7	1.14	0.90	1.64
28 "	84.7	0	8.2	8 2	328	412.7	1.10	0.86	1.60
1 Juli..	128.7	0	4.4	4.4	176	304.7	1.08	0.84	1.58
2 "	121.0	0.8	4.1	3.3	132	253.0	0.80	0.56	1.30
3 "	113.2	0.6	4.5	3.9	156	269.2	0.74	0.50	1.24
4 "	152 1	0	4.7	4.7	188	340.1	1.03	0.79	1.53
5 "	121.0	0	4.8	4.8	192	313.0	0.98	0.74	1.48
6 "	106.3	0	3.3	3.3	132	238.3	0.94	0.70	1.44
8 "	99.4	0	5.7	5.7	228	327.4	0.92	0.68	1.42
9 "	34.7	2.6	4.2	1.6	64	148.7	0.92	0.68	1.42
10 "	99.4	0	4.3	4.3	172	271.4	0.89	0.65	1.39
11 "	106.3	0.9	2.0	1.1	44	150.3	0.95	0.71	1.45
12 "	106.3	0.9	4.5	3.6	144	250.3	1.05	0.81	1.55
13 "	152.1	0	5.0	5.0	200	352.1	1.18	0.94	1.68
14 "	144 3	0	3.3	3.3	132	276.3	1.20	0.96	1.70
Opgeteld.						6768.7		17.58	35.34

Dagteekening 1878.	Hoeveelheid per etmaal afgetapt.	Hoeveelheid per etmaal.			Verdampte hoeveelheid op te tellen bij die van kolom 2.	Totale hoeveelheid per etmaal doorgesypeld M.	Kanaalpeil betrekkelijk A.P. k.	Drukhoogte bij de natte kom $k - 0.24$ H.	Drukhoogte bij de drooge kom $k + 0.50$ H_1.
		Gevallen regen.	Verdampt (a. d. Helder).	Verschil.					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Overgebracht.	M³.	mM.	mM.	mM.	M³.	M³. 6768.7	M.	M. 17.58	M. 35.34
15 Juli..	106.3	0	5.3	5.3	212	318.3	0.70	0.46	1.20
19 "	43.2	0	3.5	3.5	140	183.2	0.68	0.44	1.18
20 "	72.6	0	4.8	4.8	192	264.6	1.03	0.79	1.53
21 "	78.6	0	5.3	5.3	212	290.6	0.96	0.72	1.46
22 "	99.4	0	5.5	5.5	220	319.4	1.07	0.83	1.57
23 "	99.4	0.8	6.2	5.4	216	315.4	1.03	0.79	1.53
26 "	99.4	0.2	2.1	0.1	4	103.4	0.95	0.71	1.45
27 "	106.3	0.6	2 3	1.7	68	174.3	0 98	0.74	1.48
1 Aug..	167.6	0	5.1	5.1	204	371.6	0.97	0.73	1.47
2 "	159.8	5.0	5.6	0.6	24	183.8	0.88	0.64	1.38
5 "	167.6	2.0	4.0	2.0	80	247.6	1.03	0.79	1.53
6 "	144.3	3.6	3.3	—0.3	—12	132.3	0.98	0.74	1.48
7 "	136.5	0.3	4.8	4.5	160	296.5	1.07	0.83	1.57
12 "	113.2	2.4	3.0	0 6	24	137.2	1.03	0.79	1.53
13 "	121.0	3.2	2.4	—0.8	—32	89.0	0.96	0.72	1.46
15 "	144.3	4.5	3.6	—0.9	—36	108.3	1.07	0.83	1.57
19 "	128.7	1.0	3.9	2.9	116	144.7	1.05	0.81	1.55
20 "	128.7	0	6.2	6.2	248	376.7	1.01	0.77	1.51
21 "	128.7	0	5.4	5.4	216	344.7	1.00	0.76	1 50
22 "	128.7	0.3	5.2	4.9	196	324.7	0.96	0.72	1.46
Opgeteld.						11495		32.19	64.75
Gemiddeld.						261		0.73	1.47

Evenals bij het kanaal van Sluis naar Brugge stellende:

$$k = \frac{M}{b\,H}$$

heeft men hier M gemiddeld 261 M³

$$b = 719 \text{ M}$$
$$b \times H = 791 \text{ M}$$
$$\text{dus } k = \frac{261}{791} = 0.32.$$

Op den 20sten Augustus 1878, toen de grootste doorsypeling werd waargemen, was

$$M = 377 \text{ M}^3$$
$$b = 719 \text{ M.}$$
$$H = 1.14 \text{ M.}$$
$$b \times H = 819.66$$
$$\text{dus } k = \frac{377}{820} = 0.46.$$

d. Haarlemmermeerpolder.

Plaat V.

De doorkwelling van water in den Haarlemmermeerpolder, zoowel gedurende als na de droogmaking, heeft het onderwerp van een onderzoek uitgemaakt, waarvan de bijzonderheden zijn medegedeeld in de Vergadering van de Akademie van 31 Januari 1885 en opgenomen in de Verslagen en Mededeelingen, Derde Reeks, deel I bl. 359.

De uitkomst was dat de hoeveelheid water, die per etmaal in den polder doordrong, heeft bedragen:

1.	Van	1	April	1849	tot	1	Juli	1852	136800 M³.
2.	„	20	„	1862	„	4	Mei	1867	200330 „
3.	„	26	Mei	1869	„	26	„	1873	207544 „
4.	„	10	April	1883	„	1	„	1884	211871 „

Voor de berekening van den coëfficiënt k uit de formule

$$k = \frac{M}{H\,b}$$

is het volgende aan te nemen.

Voor b, de lengte van den dijk, 60000 M.

Voor H de gemiddelde drukhoogten, zijnde het verschil in hoogte van de waterspiegels van Rijnland en in den polder te weten:

2.14 M., 4.282 M., 4.436 M. en 4.53 M.

De waarde van k bedraagt dan voor de vier perioden

$$1 \quad k = \frac{136800}{2.14 \times 60000} = 1.065$$

$$2 \quad k = \frac{200330}{4.282 \times 60000} = 0.7797$$

$$3 \quad k = \frac{207544}{4.436 \times 60000} = 0.7797$$

$$4 \quad k = \frac{211871}{4.53 \times 60000} = 0.7795$$

De dijk, die grootendeels uit veen is opgeworpen, heeft waarschijnlijk in den aanvang, toen hij minder te zamen gedrukt was, meer water doorgelaten dan in de latere perioden.

e. Bemaling van 's Hertogenbosch.

Plaat VI.

Ten einde 's Hertogenbosch te bevrijden van den waterlast, dien men in straten en huizen bij hoog opperwater placht te ondervinden, heeft men beproefd door afsluiting en bemaling het water uit de stad te weeren. Van de uitkomst dezer proef, in den winter van 1882 op 1883, zijn mij door welwillende tusschenkomst van de ingenieurs van den waterstaat SCHNEBBELIE en TUTEIN NOLTHENIUS gegevens verstrekt, waaruit het volgende wordt ontleend.

Achter de waterkeering in de haven werd op een vaartuig een dubbele centrifugaalpomp in het werk gesteld. De voorwaarde was dat iedere pomp per minuut, 2.50 M. hoog, 56 M^3 kon opbrengen, dus de twee te zamen 112 M^3; weshalve het werktuig kon gerekend worden een nuttig effekt van 62 PK. te moeten verrichten.

Toen het buitenwater in September 1882 steeg werden de waterkeering en

de duikers gesloten in den avond van 23 September, en begon de bemaling den 25sten. Het gedeelte der stad, dat droog gehouden moest worden, was begrepen tusschen den westelijken dijk van de Zuid Willemsvaart, die geheel uit grond bestaat, en de wallen, die tegen bekleedingsmuren rusten.

Volgens opmeting op een platte grond, op de schaal van 1 à 2500, heeft het bovengenoemde omringd gedeelte eene oppervlakte van ongeveer 85 Hektare; hebben de waterloopen binnen de omringing te zamen eene lengte van 5527 M. en eene oppervlakte van 4.7 HA.

In de drie tijdperken van bemaling verkreeg men de volgende uitkomst.

Tijdperk.	Waterstand boven A.P. aan den havenmond.				Gedurende de bemaling was					Het stoomwerktuig		Door de duikers werd ingelaten.	Meer werd uitgemalen dan ingelaten	
	Bij het begin		Bij het einde.		+ A.P. aan den havenmond				de gemiddelde drukhoogte.	werkte gedurende.	sloeg uit; naar zijn vermogen berekend.		in het geheel.	per etmaal.
					de hoogste stand		de laagste stand							
	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.						
1882.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.		M³.	M³.	M³.	M³.
25 Sept.—30 Sept.	4.60	4 52	4.79	4.38	5.05	4.56	4.60	4.05	0.51	28u	188160	12125	176035	39840
16 Nov.—19 Dec.	4.82	4.82	4.83	4.47	6.34	4.82	4.79	4.22	0.97	340u15′	2286480	452953	1833527	53927
1882—83.														
29 Dec.—19 Jan.	4.78	4.76	4.65	4.61	6.45	4 76	4.65	4.40	1.14	165u40′	1111280	153718	957562	43525

De hoeveelheid, die door de duikers, twee in getal, een bij de Vuchterpoort en een bij het Tuchthuis, werd ingelaten, is berekend door de opening, geleverd door de meer of minder hoog opgetrokken schuif, te vermenigvuldigen met de snelheid, genomen volgens de valhoogte, uit het verschil in hoogte der waterspiegels binnen en buiten ontleend, en zonder iets voor wrijving of contractie in rekening te brengen.

Zooals uit het aangeteekende omtrent de uren werkens kon worden afgeleid had slechts gedurende 8 à 10 uren in een etmaal uitmaling plaats. In de uren van stilstand steeg het water. Wil men uit die stijging omtrent het bedrag der doorsypeling iets afleiden, ten einde tot een vergelijking te komen met de cijfers der laatste kolom van bovenstaande tabel, dan kan daartoe de volgende

uitkomst dienen, getrokken uit de waarnemingen, die van uur tot uur bij de waterkeering in den havenmond werden gedaan en weinig verschilden van die, welke aan het andere einde van den boezem bij den Grooten Hekel plaats vonden.

Tijdperk.	Druk-hoogte.	Gemiddelde stijging.		Vermeerdering der hoeveelheid in M³. p. e.
		per uur.	per etmaal.	
26 tot 29 September 1882.....	0 49	0.0055	0 132	41448
17 Novemb. tot 21 Decemb. 1882.	0.97	0.0071	0.170	53380
30 Dec. 1882 tot 18 Jan. 1883...	1.36	0.0081	0.211	66254

De vermeerdering der hoeveelheid per etmaal werd berekend door de stijging per etmaal te vermenigvuldigen met de oppervlakte van

den boezem, groot . . . . . 47000 M².

en van den grond, van welks inhoud evenals bij Haarlemmermeerpolder $^1/_3$ werd genomen, dus $\frac{803000}{3}$, in rond getal . . 267000 „

In het geheel . . 314000 M².

De overeenstemming, inzonderheid van de eindcijfers van het tijdperk Nov.-Dec. in de beide tabellen, is vooral merkwaardig, omdat ten aanzien van de juistheid van de hoeveelheid, die opgemalen werd, geen volkomen zekerheid bestaat, en omdat dit evenzeer het geval is met de hierboven gemaakte onderstelling van eene gelijkmatige stijging in den bodem met die in den boezem, welke onderstelling voornamelijk gegrond was op de vele vertakkingen van den boezem. De waarnemingen, die omtrent den stand van het grondwater in den bodem, van 21 November tot 20 December, op 8 verspreide punten werden gedaan, hebben namelijk van op- en neergang met het boezemwater weinig of niets kunnen leeren; aangezien zij slechts eens in het etmaal plaats vonden.

Aannemende dat omtrent de nauwkeurigheid der waterpassing, zooals verzekerd wordt, geen twijfel behoeft te bestaan, en dat de buizen met den onderkant de zandlaag bereikten, dan verdienen de waargenomen waterhoogten in die buizen alle aandacht wegens de zonderlinge verschillen.

De hierbij gevoegde tabel toont het volgende aan.

De buizen *b* en *c* bleven, ondanks de bemaling, bestendig eene stijging van het water vertoonen. Het water aanvankelijk 4.39 en 4.29, dus *beneden* het

binnenwater, had bij het einde der bemaling een stand van 4.77 en 4.82 en dus boven het binnenwater bereikt. In *b* was de stijging daarenboven 0.15 M. meer dan in *c*.

Bij *a*, *f* en *g* stond het water aanvankelijk hooger dan het binnen water. Het steeg met het buiten water; nadat dit eenige dagen dalende was volgde het die daling, maar het bleef ten slotte op hooger stand dan het buiten water. De gang van rijzing en daling van het buiten of binnen water werd ook door het water in buis *h* gevolgd; maar zoowel bij het begin als bij het eind der periode was de stand belangrijk beneden die van het binnen water.

In de buizen *d* en *e* was het water aanvankelijk lager dan het binnen water. Het volgde de rijzing en de daling, maar stond bij het eind der periode hooger dan het binnen water.

De waarnemingen zijn verzameld in het onderstaande overzicht.

Tijdperk van 21 November tot 20 December 1882.	Buiten-water.	Waterstand boven A. P. in buis								Binnen water.
		a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	
	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M	M.	M.
In den aanvang. 21 November....	5.48	4.86	4.39	4.29	4.35	4 27	4.82	4.62	3.78	4.49
Bij het einde. 20 December.....	4.79	5.06	4 77	4.82	4.50	4 99	4.81	4.95	4.09	4.49
Hoogste stand tusschen 1 en 20 December.....	6.34	5.13	4.77	4.82	4.65	5.12	5.23	5.07	4.13	4.75
Kleinste afstand der buis van het buitenwater.....		270 M.	90 M	40 M.	85 M.	125 M.	110 M	60 M	50 M	
Kleinste afstand der buis van het binnenwater.....		90 „	105 „	15 „	15 „	90 „	50 „	60 „	25 „	

De bodem van de Zuid Willemsvaart kan geacht worden te liggen ongeveer op A.P.; die van de Oude haven op gelijke diepte en die van de Vestinggracht nabij bastion Vught op 1.20 M. + A.P. De bodem van de vertakkingen van den boezem in de stad zal waarschijnlijk niet lager liggen dan 1.20 M. + A.P.

De zijden van den driehoek, die de berekende oppervlakten van 85 H. A. omgeven, hebben de lengten van 1387, 1293 en 1556 M. dus te zamen 4236 M. lang.

De straal van den ingeschreven cirkel van dezen driehoek is 400 M.

De ingesloten kom is dus zeer nauw door water omgeven.

Voor de berekening van k uit de formule $k = \frac{M}{H \times b}$ kan nu worden genomen

$$M = \frac{53927 + 53380}{2} = 53650$$

$$H = 0.97 \text{ en } b = 4236$$

dus is

$$k = \frac{53650}{0.97 \times 4236} = 13.05$$

Ook in den winter van 1883 op 1884 had eene bemaling plaats; met hetzelfde werktuig.

Zij kan in twee tijdperken worden verdeeld, het eerste van 17 tot 28 December 1883; het tweede van 5 tot 8 Februari 1884.

De uitkomst kan op de volgende wijze in een tabel worden voorgesteld.

Tijdperk.	Waterstand boven A.P. aan den havenmond.				Gedurende de bemaling was					Het stoomwerktuig		Door de duikers werd ingelaten	Meer werd uitgemalen dan ingelaten	
					+ A.P. aan den havenmoud				de gemiddelde drukhoogte.					
	Bij het begin		Bij het einde.		de hoogste stand		de laagste stand			werkte gedurende.	sloeg uit; naar zijn vermogen berekend.		in het geheel.	per etmaal.
	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.	buiten.	binnen.						
1883.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.		M³.	M³.	M³	M³.
17 tot 28 Decemb.	4.64	4.59	4.78	4.24	5.06	4.56	4.58	4.24	0.44	115u40′	777280	274137	503143	43751
1884.														
5 tot 8 Februari.	4.70	4 69	4.73	4.40	4.73	4.64	4.70	4 38	0.23	35u30′	238560	67587	170973	48849

Tot vergelijking van deze uitkomst met die der stijging gedurende den tijd, waarin niet werd uitgemalen, kunnen de volgende cijfers dienen.

Tijdperk.	Drukhoogte.	Gemiddelde stijging.		Vermeerdering der hoeveelheid in M³. p. e.
		per uur.	per etmaal.	
17 tot 28 December 1883....	0.50	0.00535	0.128	40192
5 tot 8 Februari 1884..	0.23	0.0050	0.120	37680

De overeenstemming tusschen de beide uitkomsten van de grootste periode is ook hier vrij bevredigend.

Door de berekening daaruit van k met de formule

$$k = \frac{M}{H\,b};\ \text{nemende}\ M = \frac{43751 + 40192}{2} = 41971 \quad H = 0.48 \quad b = 4236$$

verkrijgt men

$$k = \frac{41971}{0.48 \times 4236} = 20.64$$

Aan dit cijfer, grooter dan het gevondene uit de waarneming van het tijdperk van 16 November tot 19 December, is minder waarde toe te kennen dan aan het vorige, omdat het tijdperk korter is en ook wegens den invloed van de geringere opvoerhoogte, die het nuttig effekt van de drijvende centrifugaalpomp ongetwijfeld heeft doen verminderen, waardoor dus de opgevoerde hoeveelheid, berekend uit het aantal uren werkens, te groot moet zijn.

Bij al het voorgaande is de hoeveelheid gevallen regen buiten rekening gelaten, omdat die gedurende de beschouwde perioden na aftrek der verdamping zóó gering was, dat de invloed op de uitkomst van weinig beteekenis zou zijn.

TABEL VAN WATERSTANDEN, WAARGENOMEN AAN DEN HAVENMOND EN DEN GROOTEN HEKEL, BENEVENS IN DE HIERONDER AANGEGEVEN BUIZEN, VOORMIDDAGS 11 UUR.

1882.	Havenmond.		Groote Hekel.		In de buizen.								Aanmerkingen.
	Buiten.	Binnen.	Buiten.	Binnen.	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	
November 21	5.48	4.49	5.49	4.46	4.86	4.39	4.29	4.35	4.27		4.62	3.78	De buizen zijn op de navermelde punten gesteld geweest.
" 22	5.50	4.54	5.51	4.50	4 89	4.41	4.37	4.38	4.32		4.65	3.83	
" 23	5.49	4.52	5.53	4.49	4.98	4.49	4.47	4.43	4 42		4.77	3 86	*a.* Nabij St. Janskerk.
" 24	5.43	4.52	5 46	4 50	5.02	4.53	4.54	4.44	4.50	4.82	4.81	3.95	*b.* Moestuin nabij de veemarkt.
" 25	5.40	4.52	5.42	4.50	5.11	4.56	4.59	4.45	4.57	4.92	4.85	3.96	
" 26	5.47	4.54	5.47	4.51	5.10	4.59	4.62	4.45	4.63	4.93	4.85	3.97	*c.* Moestuin tegenover bastion St. Theunis.
" 27	5.69	4.41	5.68	4 40	5 08	4.61	4.64	4.46	4.68	4.95	4 85	3.97	
" 28	5.96	4.46	5.96	4.43	5.10	4.64	4.68	4.47	4.73	4.99	4.87	3.99	*d.* Moestuin tegenover bastion Bazelaar.
" 29	6.15	4.46	6.15	4.44	5 09	4.65	4.68	4.50	4.77	5.04	4.89	4.00	
" 30	6 27	4.62	6.27	4 59	5.08	4.65	4.69	4.49	4.81	5.08	4.93	4.01	*e.* Moestuin nabij de Mortel.
December 1	6.32	4 75	6.32	4.72	5.10	4.67	4.71	4.52	4.86	5.12	4.94	4.01	*f.* Bleekveld tegenover kruittoren N°. 1.
" 2	6.34	4.72	6.34	4.69	5.06	4.67	4.72	4.54	4.89	5.14	4.96	4.00	
" 3	6.29	4.71	6.29	4.68	5.07	4.69	4.72	4.56	4.92	5.17	5.00	4.00	*g.* Moestuin ten noord-oosten van de Berewoudstraat.
" 4	6.21	4.75	6.23	4.72	5.13	4.70	4.75	4.55	4.96	5.23	5.04	4.03	
" 5	6.09	4.63	6.11	4.59	5.13	4.70	4.76	4.65	5.00	5.23	5.06	4 03	*h.* Moestuin ten noord-oosten van de Esplanade.
" 6	5.96	4.52	5.99	4.49	5.13	4.72	4.77	4.59	5.04	5.22	5.07	4.04	
" 7	5.98	4.46	5.81	4.44	5.11	4.73	4.78	4.55	5.07	5.19	5.07	4.05	
" 8	5 61	4.43	5.65	4.41	5.12	4.73	4.79	4.56	5.09	5.16	5.06	4.06	
" 9	5.50	4.50	5.51	4.47	5.11	4 74	4.80	4.57	5.12	5.12	5.05	4.07	
" 10	5.46	4.48	5.48	4.45	5.10	4.74	4 80	4.56	5.12	5.09	5.04	4.13	
" 11	5.42	4.49	5 44	4.47	5.09	4.74	4.81	4.55	5.11	5.06	5.03	4.12	
" 12	5.35	4.49	5.37	4.46	5.08	4.75	4.81	4.52	5.11	5.03	5.02	4.07	
" 13	5.26	4 45	5.28	4.42	5.07	4.75	4 81	4.52	5.10	5.00	5.02	4.21	
" 14	5.19	4.55	5.20	4.53	5.08	4.75	4.81	4.50	5.10	4.99	5.01	4.07	
" 15	5.09	4.54	5 13	4.51	5.08	4.75	4.82	4.50	5.11	4.95	5.00	3.93	
" 16	5.02	4.47	5.05	4.44	5.06	4.76	4.82	4.49	5.08	4.92	5.00	3.92	
" 17	4.96	4.51	5.00	4.49	5.07	4.76	4.82	4.50	5.06	4.89	4.99	4 03	
" 18	4.91	4.56	4.95	4.54	5.07	4.77	4.82	4.51	5.04	4.87	4.98	4.08	
" 19	4.85	4.47	4.90	4.53	5.06	4.77	4.82	4.50	5.03	4.86	4.97	4.08	
" 20	4.79	4.49	4.85	4.47	5.06	4.77	4.82	4.50	4.99	4.81	4.95	4.09	
Gemiddeld...	5.56	4.53	5.59	4.51	5.06	4.66	4.70	4.50	4.87	5.02	4 94	4.01	

f. Betuwe.

Een terrein, dat met den bodem van de Zuiderzee is te vergelijken, is dat der Betuwe. Bij beiden mag de onderliggende zandgrond als de weg worden beschouwd, die het water doorlaat. De Staats Commissie, benoemd bij Koninklijk besluit van 13 Februari 1869 N°. 12, tot onderzoek der bezwaren in zake de Nieuwe Merwede en Dr. F. SEELHEIM, uitgenoodigd bij Kon. Besluit van 2 Juni 1881 N°. 59, tot het instellen van een geologisch onderzoek van de gronden in de Betuwe, in verband met waarnemingen betreffende de doorkwelling der dijken, hebben gegevens verzameld en in hunne verslagen bekend gemaakt, waaruit besluiten zijn te trekken.

In het Verslag der Commissie vindt men opgegeven: de hoeveelheid water, die van 1 November 1866 tot 30 Juni 1867 is uitgemalen; de hoeveelheid water, die door het stoomwerktuig te Steenenhoek is opgemalen en die, welke door de sluis aldaar en door die te Gorinchem is geloosd.

Deze hoeveelheden zijn de volgende.

Opgemalen te Steenenhoek:

December 1866	. . . . .	17.913.690	M³.
Januari 1867	. . . . .	32.643.960	„
Februari „	. . . . .	9.961.460	„
Maart „	. . . . .	36.980.320	„
April „	. . . . .	38.843.308	„
Mei „	. . . . .	17.574.601	„
Juni „	. . . . .	49.146.340	„
Te zamen	. . . . .	203.063.679	M³.

Geloosd te Gorinchem:

Februari 1867	. . . . .	30.318.900	M³.

Geloosd te Steenenhoek:

November 1866	. . . . .	17.683.500	M³.
December „	. . . . .	31.414.930	„
Januari 1867	. . . . .	16.202.920	„
Februari „	. . . . .	33.630.700	„
Maart „	. . . . .	52.918.352	„
April „	. . . . .	1.622.415	„
Mei „	. . . . .	54.100.490	„
Juni „	. . . . .	22.470.090	„
Te zamen	. . . . .	230.043.397	M³.

Alzoo werd in het geheel

Opgemalen	203.063.679 M³.
Geloosd te Gorinchem	30.318.900 „
„ „ Steenenhoek.	230.043.397 „
Te zamen . . .	463.425.976 M³.

Uit het meteorologisch jaarboek neemt de Commissie (op bl. 135 van haar Verslag) de volgende hoeveelheden over, die in genoemde perioden aan regenwater gevallen en die, welke verdampt zijn. Het overschot in de derde kolom aangeteekend schijnt als waterbezwaar in de Betuwe van den regen gerekend te mogen worden.

	Gevallen mM.	Uitgedampt mM.	Overblijvend water mM.
November 1866.....	115.5	15.7	99 8
December „	84.3	10.7	73.6
Januari 1867...	71.4	9.1	62.3
Februari „	48.5	27.9	20.6
Maart „	29.7	43.5	—
April „	51.1	58.8	—
Mei „	25.5	120.4	—
Juni „	65.9	129.1	—
Te zamen....	491.9	415.2	256.3

De Commissie komt op blz. 138 door beschouwingen, ontleend aan waarnemingen op buitenlandsche rivieren, tot het eenigzins grootere cijfer, 0.2853 M. Ten einde de kwel niet te gering te berekenen is het kleinere cijfer 0.2563 aangehouden.

Men verkrijgt dan voor de hoeveelheid regenwater

$$0.2563 \times 705.740.000 = 180.880.000 \text{ M}^3;$$

waarbij voor het oppervlak der landerijen, die te Steenenhoek loozen, is overgenomen het cijfer van 70574 H.A. door de Commissie op bl. 129 opgegeven.

Van de hoeveelheid water opgemalen en geloosd ten bedrage van . . . . . 463.425.976 M³.
aftrekkende het regenwater, dat na verdamping in de landerijen overbleef, bedragende . . . . . 180.880.000 „
blijft eene hoeveelheid van . . . . 282.545.976 M³;

die alleen aan kwel kan worden toegeschreven gedurende de periode van 242 dagen; zijnde

$$\frac{282.545.976}{242} = 1.167.545 \text{ M}^3 \text{ per etmaal.}$$

De drukhoogte, onder welke uit den Neder Rijn en Lek en uit de Waal de toevoer van het kwelwater plaats had en de lengte van den weg, dien het water moest afleggen alvorens zich aan de oppervlakte des bodems van de Betuwe te vertoonen, zijn niet met juistheid te bepalen.

Voor het eerste kan eene opneming, die vroeger, in 1851, plaats vond, een cijfer aan de hand doen, dat echter slechts tot benadering kan dienen, omdat het op een anderen toestand dan dien van 1867 betrekking heeft.

De stand van 28 Februari 1851 is namelijk langs de geheele Linge door merken aangewezen, wier hoogte later is gewaterpast: zoodat men gelegenheid heeft gehad een lengte-profil samen te stellen, dat bij het Register van peilschalen en verkenmerken van de Linge is gedrukt. De rivieren hadden gedurende de maand Februari betrekkelijk weinig op- en neergang vertoond en een gemiddelden stand gehad, die ongeveer 0.50 M. beneden den middelbaren rivierstand is te stellen.

Door vergelijking van den gemiddelden waterstand, gedurende de maand Februari op de rivieren waargenomen, met die van de meest nabij gelegen punten der Linge op den 28sten komt men tot de onderstaande cijfers voor het verval.

Gekozen punten.			Vergeleken waterstanden.	Verval.
Waal.		*Linge.*		
Nijmegen.		Elst (zuidelijke tak).	8.48—7.58	0.90
Ticl.		Zoelensche brug.	5.17—3 09	2.08
Bommel.		Deilsche sluis.	2.89—0.67	2.22
Gorinchem.	H. W.	Arkelsche dam	1.51—0.60	0.91
	L. W.		1.04—0.60	0.44
		Gemiddeld	3.82—2.51	1.31
Neder-Rijn en Lek.		*Linge.*		
Arnhem.		Elst (noordelijke tak)	8.44—7.54	0.90
Grebbe.		Ochtensche brug.	5.74—4.27	1.47
Rhemmerden.		Vogelensangsche brug	5.21—3.85	1.36
Wijk bij Duurstede.		Wadenoijensche brug.	3.94—1.86	2.08
Kuilenburg.		Deilsche sluis.	2.86—0.67	2.19
Vianen.		Arkelsche dam	1.85—0.60	1.25
		Gemiddeld	4.67—3.13	1.54

Dat bij hoogeren stand der rivieren, zooals die van de periode November 1866 tot Juni 1867, het verval gemiddeld grooter moet zijn dan 1.31 en 1.54, laat zich verwachten tengevolge van twee omstandigheden. Vooreerst doordat de rijzing in de rivieren de Rijn en de Waal sneller gaat dan in de Linge en ten tweede door de lage ligging van de terreinen, vooral langs het benedeneind der Linge, waarover het kwelwater zich kan uitbreiden zonder veel in hoogte toe te nemen.

Geregelde waarneming langs de Linge had in de periode van 1866 tot 1867 niet plaats, zoodat, door raadpleging van waarneming in andere tijden, bij benadering standen moeten verkregen worden, die voor de berekening van het verval met eenig vertrouwen kunnen worden aangenomen. Slechts voor weinige punten langs de Linge heeft dit kunnen plaats grijpen. Zij zijn hieronder verzameld.

Gemiddelde waterstand in de hoofdrivier van 1 November 1866 tot 30 Juni 1867.		Aangenomen gemiddelde stand in de Linge van 1 November 1866 tot 30 Juni 1867.		Verval tusschen de hoofdrivier en de Linge.
Plaats.	Stand boven A.P	Plaats.	Stand boven A.P	
Waal.		*Linge.*		
Nijmegen	10.37	Elst	7.95 *b*	2.42
Dodewaard	8.36 *a*	Dodewaardsche brug	6.00 *c*	2.36
Tiel	7.01			4.04 *g*
St. Andries	5.59			
Tusschen St. Andries en Bommel		Geldermalsensche brug		3.15 *h*
Bommel	4.76	Deilsche sluis	2.30 *d*	2.46
Gorinchem H. W.	2.87	Asperensche Lingesluis	2.20 *e*	0.62
Gorinchem L. W.	2.78			
		Gemiddeld		2.51
Neder-Rijn en Lek.		*Linge.*		
Arnhem	10.28	Elst	7.95 *b*	2.33
Grebbe	7.51	Opheusdensche brug	5.86 *f*	2 55
Rhemmerden	6.98	Ochtensche brug	4.96 *f*	2.37 *i*
Wijk bij Duurstede	5.55	Vogelensangsche brug		
Tusschen Wijk b. D. en Kuilenburg.		Geldermalsensche brug		2.90 *k*
Kuilenburg	4.38	Deilsche sluis	2.30 *d*	2.08
Vreeswijk	3.60	Asperensche Lingesluis	2.20 *e*	1.60
		Gemiddeld		2.30

Omtrent bovenstaande cijfers kan het volgende worden aangemerkt.

a. De stand in de periode 1866—1867 voor de Waal te Dodewaard is berekend door interpolatie uit de waarneming van 1 Nov. 1880 tot 13 Jan. 1881, waarin de gemiddelde stand is geweest te Nijmegen 10.83
te Dodewaard 8.95
en te Tiel 7.69

b. De stand van 7.95 te Elst is geinterpoleerd tusschen de standen in de Linge op 7 Januari 1880 en 25 Dec. 1881, voorgesteld op het dwarsprofil Plaat IX van de verhandeling van Dr. SEELHEIM. Op die dagen was volgens dat dwarsprofil:

de Waal te Nijmegen	12.60	en	9.50
de Neder-Rijn te Arnhem.	12.50	„	9.46
en de Linge te Elst	7.90	„	8.10

c. De stand van 6.00 M. aan de Dodewaardsche brug over de Linge is geinterpoleerd tusschen de standen van 13 Maart en 25 December 1881, voorgesteld op bovengenoemde plaat IX. Op die dagen was volgens dat dwarsprofil:

de Waal te Dodewaard.	10.20	en	7.80
en de Linge aan genoemde brug	7.30	„	5.96

De waarneming van den Hoogleeraar HENKET, waarvan de uitkomst is medegedeeld in een grafische voorstelling op plaat XII bij de notulen der vergadering van 7 Mei 1881 van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, strookt goed met den aangenomen stand van 6.00 M. bij een van 8.36 te Dodewaard.

Volgens die waarneming is namelijk van 1 November 1880 tot 13 Januari 1881 de gemiddelde stand geweest in de Waal te Dodewaard 8.97 M. en in de Linge aan de Dodewaardsche brug 6.02 M.

d. De stand van 2.30 M. is afgeleid uit het dwarsprofil, voorkomende op de meergenoemde plaat IX bij de verhandeling van Dr. SEELHEIM; waarbij in aanmerking is genomen dat de richting van dat dwarsprofil, de lijn der standpijpen, de Linge niet snijdt in een punt, dat het dichtst gelegen is bij het waarnemingspunt Bommel van den waterstand in de Waal. Het doorsypelend water zal zich meer benedenwaarts, b. v. bij de Deilsche sluis ontlasten.

Overweegt men hierbij nog dat het Kuilenburgsche veld, laag gelegen, in het dwarsprofil 2.10 tot 2.40 M. + A.P., aan het kwelwater een groote oppervlakte aanbiedt om zich uit te spreiden, dan mag eene hoogte van 2.30 M. wel als het maximum worden aangenomen waartoe de Linge bij de Deilsche sluis stijgen zal, wanneer de Waal te Bommel 4.76 teekent. Het bereikte toch in genoemd dwarsprofil slechts een stand van 2.13 M. bij een hoogte van 4.40 te Bommel.

e. De stand van 2.20 M. aan de Asperensche Linge-sluis is aangenomen in de onderstelling, dat slechts een klein verhang plaats vond van daar tot de sluis bij Steenenhoek, alwaar de gemiddelde stand van 1 November 1866 tot 30 Juni, volgens de opgaaf der Staats-Commissie, bl. 120 en verder van haar Verslag, 2.169 M. bedroeg.

f. De stand van 5.86 aan de Opheusdensche brug, over de Linge, is genomen

0.14 M. beneden die van de Dodewaardsche brug, die in denzelfden weg over de andere tak van de Linge in de onmiddellijke nabijheid gelegen is; in de onderstelling dat het verschil in hoogte gelijk mocht genomen worden aan dat hetwelk door den Heer HENKET in bovengenoemde periode van 1 November 1880 tot 13 Januari 1881 werd waargenomen, toen hij voor den gemiddelden stand verkreeg aan de Dodewaardsche brug 6.02 en aan de Opheusdensche 5.88.

Voor de bepaling van het verval tusschen den Neder-Rijn te Grebbe en de Linge, ligt echter de Opheusdensche brug te hoog, en is het beter den stand aan de Ochtensche te berekenen. Bij deze stond de Linge den 28sten Februari 1851 0.90 lager dan aan de Dodewaardsche brug. Dit verval ook voor de periode 1866—67 aannemende, kan voor den stand aan de Ochtensche brug worden gesteld 5.86—0.90 = 4.96 M.

g. Van 11 Maart tot 21 April 1881 zijn aan het inundatiekanaal *beneden* Tiel waargenomen de rivierstand in de Waal en de stand in de Linge. Men vond voor den gemiddelden stand van den Waal 7.01 M. + A.P.
en voor die van de Linge . . . . . 2.97 „ „

Dus een verval van . . . 4.04 M.

De geringe afstand van Tiel geeft vrijheid tot het aannemen van een verval van 4.04 tusschen Tiel en de Linge, tijdens een gemiddelden waterstand van 7.01 te Tiel.

Voor hetzelfde doel, beproeving van de inundatiesluis beneden Tiel, werden ook gedurende 28 dagen van de maand December 1880 de waterstanden in de Waal en in de Linge dagelijks waargenomen en bevond men dat de gemiddelde stand in de periode van 1 tot 28 December was:

in de Waal	7.31 M. + A.P.
„ „ Linge	3.26 „ „
Verval gemiddeld	4.05 M. + A.P.

h. Voor het punt in de Waal, vanwaar het verval naar de Linge bij Geldermalsen is te berekenen, moet een punt tusschen St. Andries en Bommel worden genomen, ongeveer in het midden; dus kan het gemiddelde der waterstanden aan die beide plaatsen dienen.

Uit een verzameling van waarnemingen langs de Linge, in 1877 door de zorg van den ingenieur VAN DER SLEIJDEN aangevangen en na 1880 door anderen voortgezet, loopende tot heden, kiezende de maanden waarin de gemiddelde standen te St. Andries en Bommel niet veel afwijken van die van 1866

op 1867, verkrijgt men met het *gemiddelde* der waterstanden te Geldermalsen het volgende verval:

Tijdperk.	Gemiddelde waterstand				Verval van de Waal naar de Linge.
	te St. Andries.	te Bommel.	van beide plaatsen.	te Gelder-malsen.	
April 1877	5.79	5.03	5.42	2.24	3.18
Juni "	5.17	4.38	4.78	1.25	3.53
Januari 1878	5.82	4.84	5.33	2.33	3.00
April "	5.47	4.55	5.01	1.91	3.10
Mei "	5.79	4.88	5.33	1.95	3.38
Juni "	5.84	4.93	5.38	1.82	3 56
Januari 1879	5.80	5.02	5.41	2.30	3.11
Februari "	5.80	4.96	5.38	2.30	3.08
Maart "	5.35	4.49	4.92	1.91	3.01
Juli "	5.92	5.04	5.48	1.78	3.70
December "	5.20	4.08	4.64	1.70	2.94
Januari 1881	5.60	4.82	5.21	2.71	2.50
September "	5.31	4.28	4.78	1.40	3.38
Juli 1882	5.24	4.32	4.78	1.64	3.14
Augustus "	5.11	4.20	4.65	1.53	3.12
September "	5.49	4.57	5.03	1.98	3 05
Februari 1883	5.23	4.33	4.78	2.23	2.55
December "	5.88	5.04	5.46	2.22	3.24
Maart 1885	5.17	4.35	4.76	1.44	3.32
Gemiddeld . .	5.52	4 63	5.08	1.94	3.15

Het geringe verschil van het bovenstaand gemiddelde der standen te St. Andries en Bommel (5.52 en 4.63) met dat der standen 1866/67 aldaar (5.59 en 4.76) mag doen onderstellen, dat het gemiddelde verval van 3.15 tusschen Waal en Linge niet ver van de waarheid zal afwijken.

i. De zoo evengenoemde waarnemingen van 1877 en later hebben ook plaats

gehad bij de brug aan de Vogelensang onder Echteld, en leveren een gelegenheid tot bepaling van het verval tusschen de Linge aan dat punt en den Neder-Rijn bij Rhemmerden, door vergelijking van nabij komende standen bij het gemiddelde van 1866/67 te Rhemmerden, zijnde 6.98 M.

Tijdperk.	Gemiddelde waterstand te		Verval.
	Rhemmerden.	Vogelensang.	
April 1877	7.14	4.36	2.78
Juni "	6.52	3.91	2.61
Januari 1878	6.97	4.91	2.06
Maart "	7.12	4.64	2.48
April "	6.67	4.43	2.24
Mei "	7.04	4.77	2.27
Juni "	7.11	4.89	2.22
Januari 1879	7.31	4.98	2.33
Februari "	7.20	4.65	2.55
Maart "	6.62	4.20	2.42
Juli "	7.25	4.71	2.54
Augustus "	6.49	4.67	1.82
December "	6.65	4.21	2.44
Januari 1880	6.78	4.51	2.27
December "	7.46	4.93	2.53
Gemiddeld . .	6.95	4.58	2.37

k. Eveneens als sub *h*, ten aanzien van het punt aan de brug te Geldermalsen, voor de bepaling van het verhang van de Waal naar de Linge is moeten genomen worden een punt van de Waal tusschen twee peilschalen gelegen, moet ook, voor de bepaling van het verhang tusschen de Lek en de Linge in de richting naar bovengenoemde brug, een punt genomen worden, ongeveer halfweg tusschen Wijk bij Duurstede en Kuilenburg en ondersteld worden, dat daar een waterstand wordt waargenomen, overeenkomende met de helft van die tusschen de twee genoemde plaatsen.

De onderstaande gemiddelde maandelijksche standen hebben voor de vergelijking gediend:

Tijdperk.	Gemiddelde waterstand.				Verval van de Lek naar de Linge.
	Te Wijk bij Duurstede.	Te Kuilenburg.	Aan beide plaatsen.	Te Gelder-malsen.	
April 1877	5.73	4.56	5.14	2.24	2.90
Juni "	5.19	3.99	4.59	1.25	3.34
Januari 1878	5.57	4.38	4.97	2.33	2.64
Maart "	5.72	4.51	5.11	2.23	2.88
April "	5.35	4.12	4.73	1.91	2.82
Mei "	5.69	4.46	5.07	1.95	3.12
Juni "	5.75	4.51	5.13	1.82	3.31
Januari 1879	5.90	4.74	5.32	2.30	3.02
Februari "	5.75	4.54	5.14	2.30	2.84
Maart "	5.31	4.10	4.70	1.91	2.79
Juni "	5.06	3.84	4.45	1.30	3.15
Juli "	5.84	4.63	5.23	1.78	3.45
Augustus "	5.20	3.99	4.59	1.92	2.67
Januari 1880	5.31	4.22	4.76	2.06	2.70
Maart "	5.06	3.88	4.47	1.81	2.66
December "	5.99	4.79	5.39	2.53	2.86
Januari 1881	5.81	4.62	5.21	2.71	2.50
Maart "	5.95	4.75	5.35	2.63	2.72
September 1882	5.21	4.01	4.61	1.98	2.63
October "	5.85	4.64	5.24	2.05	3.19
December 1883	5.75	4.53	5.14	2.22	2.92
December 1884	5.11	3.93	4.52	2.03	2.49
Maart 1885	5.20	4.01	4.60	1.44	3.16
Gemiddeld	5.53	4.38	4.93	2.03	2.90

Ook hier schijnt het geringe verschil van de gemiddelde waterstanden te Wijk bij Duurstede en Kuilenburg met die van de periode 1866/67 (5.55 en 4.38) de overneming van het gevonden verval van de Lek naar de Linge te wettigen.

Zooals verwacht kon worden is alzoo het gemiddeld verval of de drukhoogte tusschen de hoofdrivieren en de Linge, tijdens de periode van de hooge waterstanden van 1866 op 1867, grooter geweest dan in Februari 1851. Het heeft bedragen gemiddeld van de beide hoofdrivieren naar de Linge $\frac{2.51 + 2.30}{2} = 2.40$.

De dijken liggen niet overal onmiddellijk aan de rivier, maar hebben op vele plaatsen uitterwaarden voor zich, die door hooge waterstanden telkens een weinig zijn opgehoogd, meestal met kleilagen, zoodat hunne hoogte thans gewoonlijk die van het vroeg ingedijkte binnenland overtreft. Ofschoon in de uiterwaarden lage gedeelten, kolken, oude rivierarmen en wielen van doorbraken gevonden worden, die tot de waterdoorlatende zandlaag, die onder den dijk doorloopt, toegang geven, zal toch wel de voornaamste aanvoer van kwelwater uit den rivierbodem plaats vinden, die door de schuring van den stroom altijd van kleideelen ontbloot blijft, en dus het water onder de kleilaag van den uiterwaard grootendeels de geheel breedte moet doorloopen, die de riviergeul van den dijk scheidt.

Dit zal in ieder geval moeten plaats vinden zoolang de waterstand binnen de oevers van de uiterwaard beperkt blijft, hetgeen gedurende ruim de helft van het tijdperk van November 1866 tot Juni 1867 het geval was.

Daar in de registers van peilingen de breedte van den waterspiegel bij M.R. (middelbare rivierstand) en bij H.R. (hooge rivierstand) wordt opgegeven, kan, zoo noodig, de gemiddelde breedte van den uiterwaard gemakkelijk worden berekend.

Bij de Waal van het separatiepunt tot Gorinchem is:

De gemiddelde breedte bij H.W.	1398
„ „ „ „ M.R.	446
Dus de gemiddelde breedte der uiterwaarden . .	952
2	
Of aan iederen oever . .	476

Voor den Neder-Rijn en Lek heeft men van het separatiepunt tot Ameide:

Gemiddelde breedte bij H.W.	1125
„ „ „ M.R.	221
Dus de gemiddelde breedte der uiterwaarden . .	904
2	
Of aan iederen oever. . .	452

De gemiddelde breedte is dus 464 M.

De lengte van de Waal van het separatiepunt tot Gorinchem is volgens de kilometerraaien 83000 M.; die van den Neder-Rijn en Lek van het separatiepunt tot Ameide 96000 M.

Voor de berekening van k uit de formule $k = \frac{M}{b \times H}$ heeft men volgens het voorgaande:

$$M = 1.167545 \text{ M}^3$$
$$H = 2.40$$
$$b = 179000$$
$$\text{dus } k = \frac{1.167545}{2.40 \times 1.79000} = 2.72.$$

Eene rechtstreeksche waarneming van de kwel door een gedeelte van de omdijking, is in Januari 1880 gedaan nabij Vianen door den ingenieur R. P. J. TUTEIN NOLTHENIUS, die daarvan de uitkomst welwillend heeft medegedeeld.

Van Vianen tot Helsdingen ligt een strook grond tusschen den bandijk en de Zederik, welke strook door dwarswegen in drie deelen is gescheiden. Het bovenste deel, zich uitstrekkende van Vianen tot 123 M. beneden dijkpaal 53, vertoonde tijdens den hoogen waterstand geen kwel, zooals ook van ouds daar niet was waargenomen.

Het tweede deel, genaamd het *Vianensche bosch*, bestaat uit laag land door talrijke breede strooken doorsneden, en is wegens de sterke doorkwelling berucht. De bandijk langs dit gedeelte vangt aan 120 M. beneden dijkpaal 53, en eindigt 70 M. beneden dijkpaal 45 en heeft dus eene lengte van 1550 M.

Het derde deel, dat den naam draagt van *de Kolfbaan* was buitengemeen drassig. Het water stroomde uit de greppels met waterstraaltjes naar de Zederik. Slooten worden er bijna niet in aangetroffen. Het ligt achter een dijkvak, dat aanvangt 70 M. beneden dijkpaal 45, en eindigt 35 M. beneden paal 42 en dus lang is 565 M.

Op den 10^{den} Januari 1880 werd door drijvers in opgepeilde dwarsprofielen van de Zederik de stroomsnelheid gemeten en dus de hoeveelheid water berekend, die aan het eind van *de Kolfbaan* en aan het eind van het *Vianensche bosch* werd afgevoerd, waaruit door aftrekking de hoeveelheid kwelwater voor ieder dier beide vakken kon worden berekend, daar het in geen tien dagen had geregend en de verdamping in dit jaargetijde buiten rekening mocht blijven.

De uitkomst was dat op 10 Januari 1880 in de seconde werd afgevoerd uiten dus doorkwelde naar:

het Vianensche bosch . . . . . 0.242 M³.
en de Kolfbaan . . . . . 0.09 M³.

Berekend per strekkenden meter van den dijk, leverde per etmaal die van:

het Vianensche bosch . . . . . $\frac{20909}{1550} = 13.40$ M³.

de Kolfbaan . . . . . $\frac{7776}{565} = 13.76$ M³.

Voor de berekening van k uit de formule:

$$k = \frac{M}{b \times H}$$

heeft men bij het Vianensche bosch:

$$M = 20909 \quad b = 1550 \text{ en } H = 4$$

dus:

$$k = \frac{20909}{1550 \times 4} = 3.37$$

en bij de Kolfbaan:

$$M = 7776 \quad b = 565 \quad H = 4$$

dus:

$$k = \frac{7776}{565 \times 4} = 3.44$$

De ingenieur NOLTHENIUS teekende nog aan, dat de uiterwaard voor den Lekdijk op den 5den Januari was begonnen in te stroomen en weldra tot rivierhoogte was volgeloopen, zoodat den 10den Januari het water 5 dagen tegen den bandijk stond. Het had den 8sten den hoogsten stand van 5.25 + A.P. te Vianen bereikt.

Hij nam in denzelfden tijd de kwel waar in den polder *Achthoven*, gelegen tusschen Ameide en Leksmond, en groot volgens de waterstaatskaart 426 H.A.

Deze polder wordt beschermd door een dijk met kruinsbreedte van 5 M. op 6 M + A.P., met een buitenglooiing van 2 op 1, een binnenglooiing van $1^1/_2$ op 1 en een berm breed 7.50 M. op 3 M. beneden de kruin; overal waar geen hoog achterland dezen overbodig maakt.

Blijkens waarneming, op 3 plaatsen in den polder, steeg, tijdens den hoogen rivierstand, bij stilstand van de molens en zonder regen, de waterstand in den polder 0.01 M. per etmaal; een verschijnsel dat ter plaatse als zeer gewoon wordt beschouwd.

De onderstaande waterstanden werden in die dagen waargenomen boven A.P.

Tijdstip.	Rivier aan de Zederiksluis.	Zederik.	Polderwater.
6 Januari 1880 4 uur 's namiddags	4.20	1.09	0.29
7 " " " "	4.43	1.09	0.30
8 " " " "	4.57	1.09	0.31
9 " " 12 uur 's middags	4.48	1.12	0.33
10 " " " "	4.10	1.19	0.34
11 " " " "	3.62	1.19	0.35

Op den 10den Januari stond eene oppervlakte van 350 H.A. blank. Nemende van de overige 426—350 = 76 H.A. een tiende voor de oppervlakte van de slooten en een derde van het natte terrein $\frac{76-7.6}{3} = 22.8$ als ruimte tusschen de korrels, dan is de hoeveelheid, die op den 10den per etmaal in den polder was gekweld

$$(3.500.000 + 76000 + 228000)\ 0.01 = 38040\ \text{M}^3.$$

De polder wordt aan de rivierzijde begrensd door eene lengte van 4150 M. bandijk. Aannemende dat alleen van die zijde de doorkwelling plaats heeft en niet van den kant der Zederik, is de hoeveelheid kwelwater per strekkenden meter dijk $\frac{38040}{5140} = 9.166$ M³. per etmaal.

Voor de berekening der waarde van k heeft men:

$$M = 38040\ \ b = 4150\ \ H = 3.76$$

dus:

$$k = \frac{38040}{4150 + 3.76} = 2.438.$$

Het gedeelte van de *Betuwe boven den weg* van *Ochten* naar *Kesteren* is

groot 20686 H.A. en is omgeven door een dijk ter lengte van 77600 M. De waterloozing van de Linge even boven genoemden weg benevens door twee slooten en een duiker, werd door de ingenieur VAN DER SLEYDEN, door middel van drijvers en opmeting der profielen, bepaald op den 6den Maart 1877, toen de rivieren een vrij hoogen stand hadden aangenomen en de Linge door het kwelwater was opgezet. Hare hoogte op verscheidene punten werd dien dag tevens opgenomen, zoodat het verhang van Waal en Neder-Rijn naar Linge bekend is, waartoe het gemiddelde van de eerste 5 dagen van Maart 1877 is genomen. In onderstaande tabel is een en ander samengevat.

Gemiddelde waterstand in de hoofdrivieren van 1 tot en met 5 Maart 1877.		Waargenomen waterstand in de Linge op den 6den Maart 1877.		Verval tusschen de hoofdrivier en de Linge.
Plaats.	Stand boven A. P.	Plaats.	Stand boven A. P.	
Waal.		*Linge.*		
Nijmegen	11.49	Elst	8.55	2.94
Dodewaard	9.52	Dodewaardsche brug	6.32	3.20
Tiel	8.10	Zoelensche brug	4.24	3.86
St. Andries	6.71			
Gemiddeld tusschen St. A. en B.	6.31	Geldermalsensche brug	3.35	2.96
Bommel	5.92	Deilsche sluis	$3.32^{\text{geïnt.}}_{\text{pold.}}$	2.60
Gorinchem H. W.	3.70	Asperensche Lingesluis	3.23	0.46
Gorinchem gem.	3.69			
Gorinchem L. W.	3.68			
Neder-Rijn en Lek.		*Linge.*		
Arnhem	11.60	Elst	8.55	3.05
Lekskensveer	9.60	Hemmensche brug	6.94	2.66
Grebbe	8.80	Ochtensche brug	5.75	3.05
Rhemmerden	8.24	Vogelensangsche brug	5.15	3.09
Wijk bij Duurstede	6.68			
Gemiddeld tusschen W. b. D. en K.	6.09	Geldermalsensche brug	3.35	2.74
Kuilenburg	6.51	Deilsche sluis	$3.32^{\text{geïnt.}}_{\text{pold.}}$	2.19
Vreeswijk	4.65	Asperensche Lingesluis	3.23	1.42
Jaarsveld H. W.	3.67	Arkelsche dam	3.23	0.42
Jaarsveld gem.	3.65			
Jaarsveld L. W.	3.64			

Het gedeelte van den Waaldijk boven den weg van Ochten naar Kesteren ondervond een waterdruk van $\frac{2.94 + 3.20}{2} = 3.07$; dat van den Neder-Rijn-dijk een van $\frac{3.05 + 2.66 + 3.05}{3} = 2.92$.

Voor de gemiddelde drukhoogte mag dus worden aangenomen $\frac{14.90}{5} = 2.98$ M.

De gemeten afvoer bedroeg per etmaal, berekend uit de 19.6 M³. per 1″, 1.693.440 M³.

Voor het in rekening brengen van regen en uitdamping die van twee etmalen vóór den dag der waarneming nemende, en wel het gemiddelde van den regenval te Arnhem en te Slijk Ewijk en de verdamping te Urecht, verkrijgt men het onderstaande overschot aan regenwater.

	Regen gevallen te:			Uitdamping te	
	Arnhem. m.M.	Slijk Ewijk. m.M.	gemiddeld. m.M.	Utrecht. m.M.	Overschot.
4 Maart	14.0	6.4	10.2	7.1	3.1
5 „	6.0	4	5	2.7	2.3
6 „	0	0	0	0.6	—
				overgeschoten regenwater	5.4

gevende een waterbezwaar van:

$$205.860.000 \times 0.0054 = 1.117.044 \text{ M}^3.$$

Aan kwelwater blijft dus over:

$$M = 1.693.000 - 1.117.000 = 576.000 \text{ M}^3.$$

Men heeft derhalve in de formule:

$$k = \frac{M}{b \times H}$$

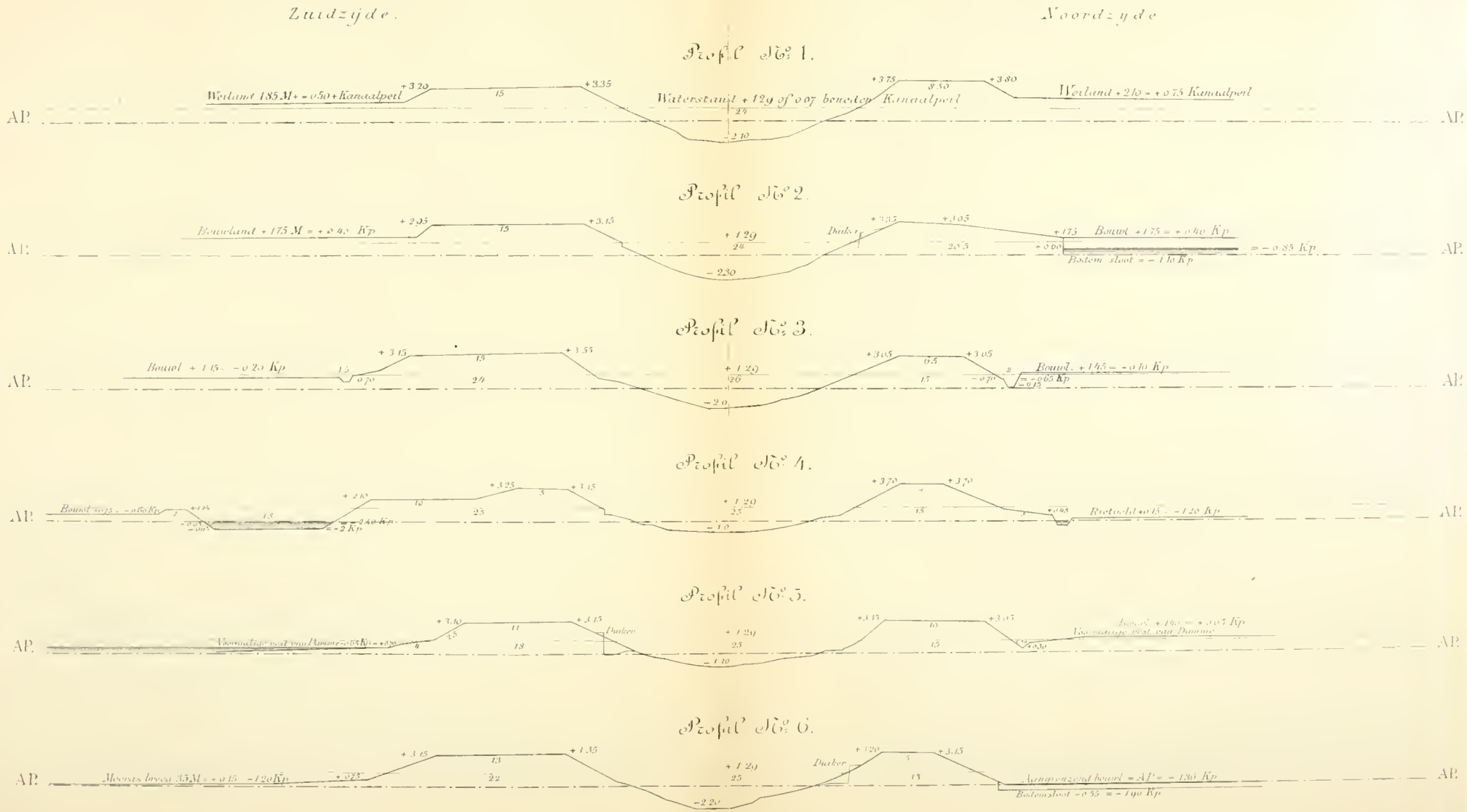
$$M = 576.000 \quad b = 77.600 \quad H = 2.98$$

dus:

$$k = \frac{576000}{77600 \times 2.98} = 2.49.$$

KANAAL VAN SLUIS NAAR BRUGGE

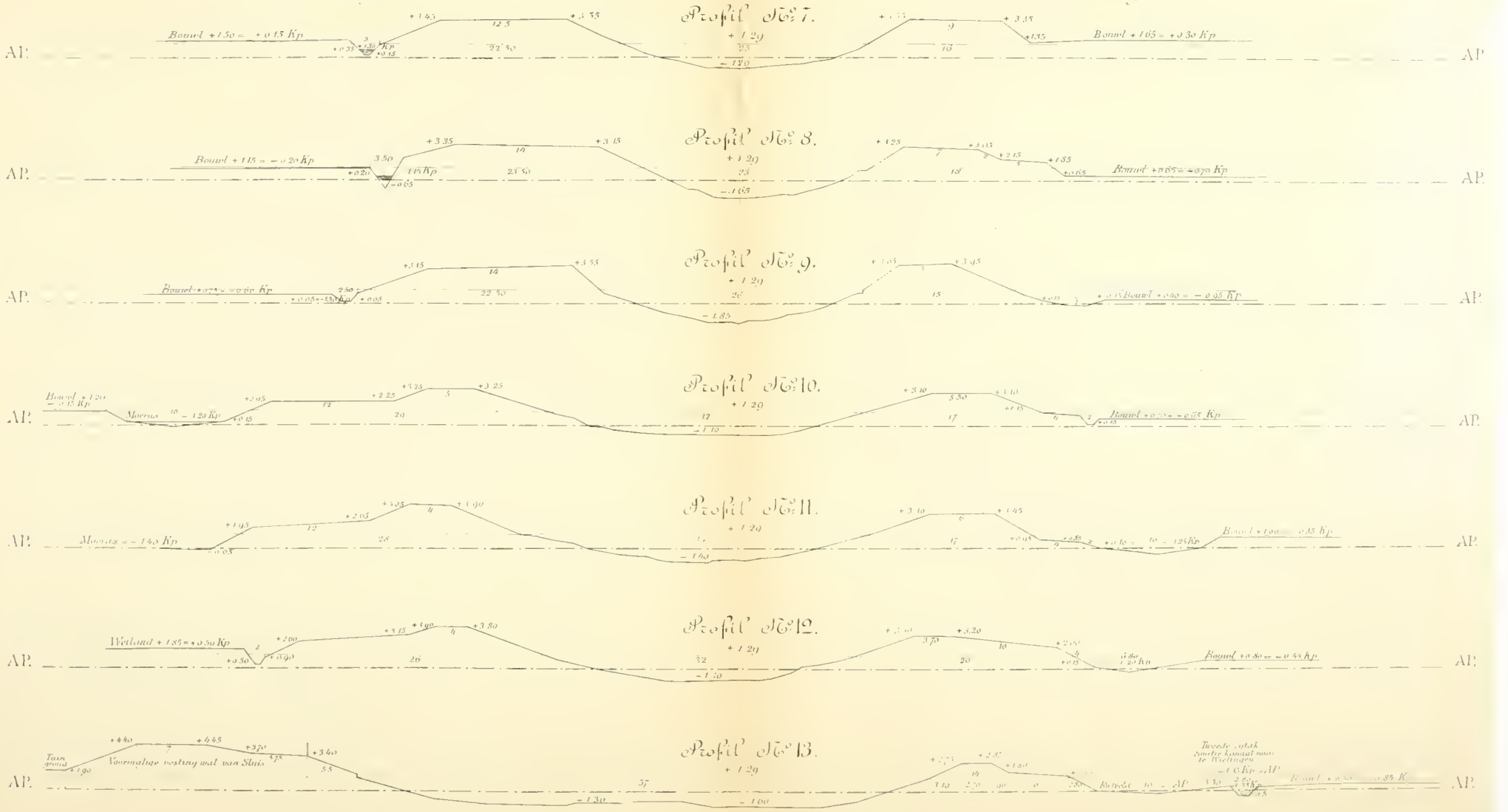
Dwarsprofillen van het kanaal en de dijken.



Schaal van 1 a 400.

KANAAL VAN SLUIS NAAR BRUGGE.

Dwarsprofillen van het kanaal en de dijken.

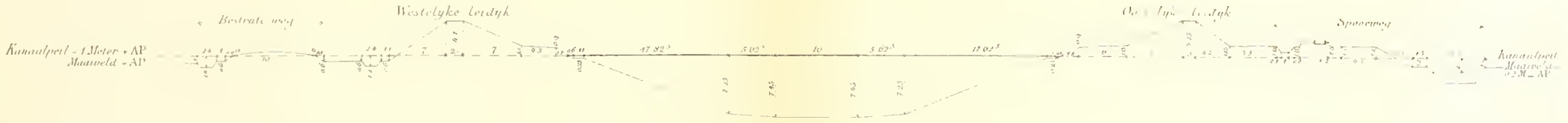


Verhandelingen Ad Natuurk. I. XXVI.

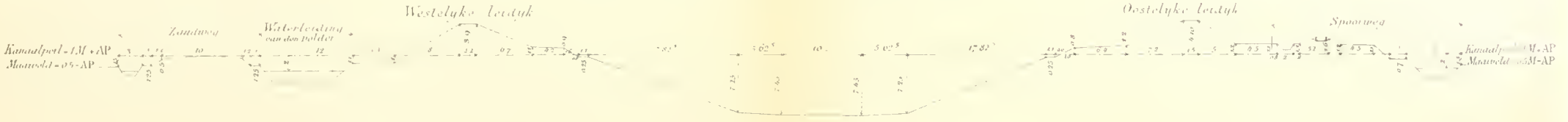
Schaal van 1 à 400.

KANAAL DOOR WALCHEREN.

Dwarsprofil bij Abeele.



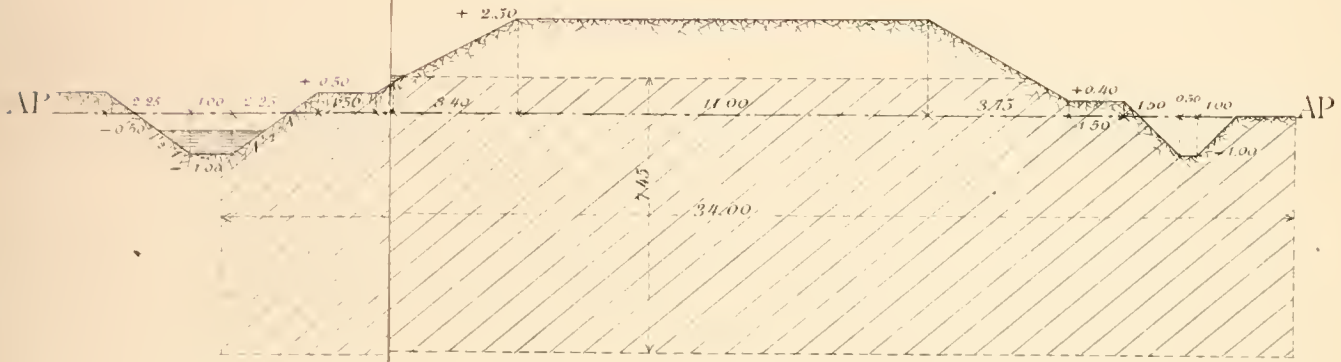
Dwarsprofil bij West-Souburg.



Schaal 1:500.

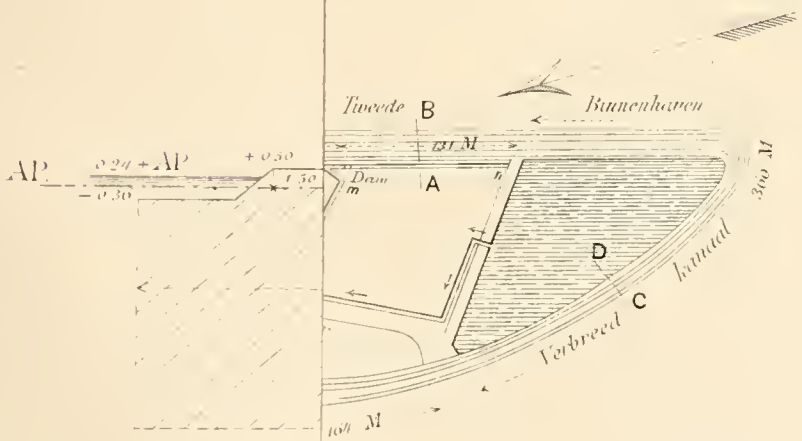
ingen).

profil over E F.



Jaal van 1 à 200.

gesloten kom bij Vissingen.



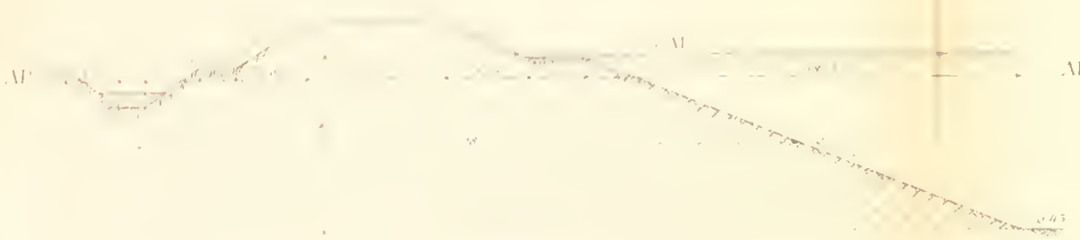
aal van 1 à 5000.

KANAAL DOOR WALCHEREN.

Dwarsprofielen van den Kanaaldijk bij Vlissingen.

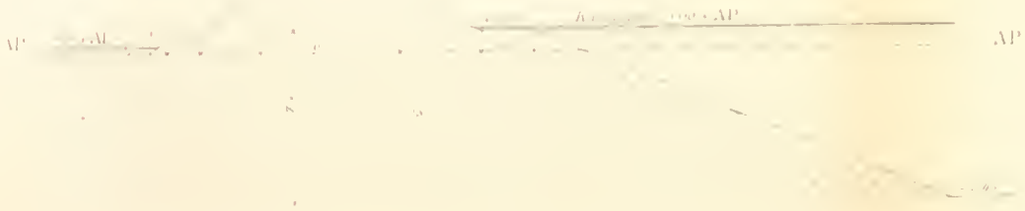
Schaal 1 a 200.

Dwarsprofiel AB



Schaal 1 a 200.

Dwarsprofiel CD.

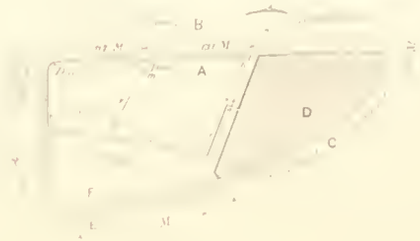


Schaal van 1 a 200

Dwarsprofiel EF.

Schaal van 1 a 200

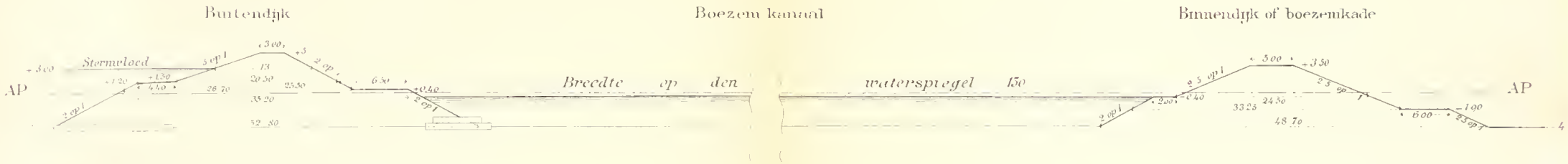
Situatie van de afpaalingen bij Vlissingen.



Schaal van 1 a 5000

DROOGMAKING VAN DE ZUIDERZEE

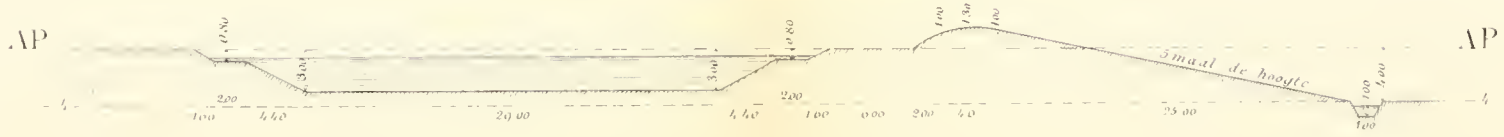
Ontworpen afsluitdijk



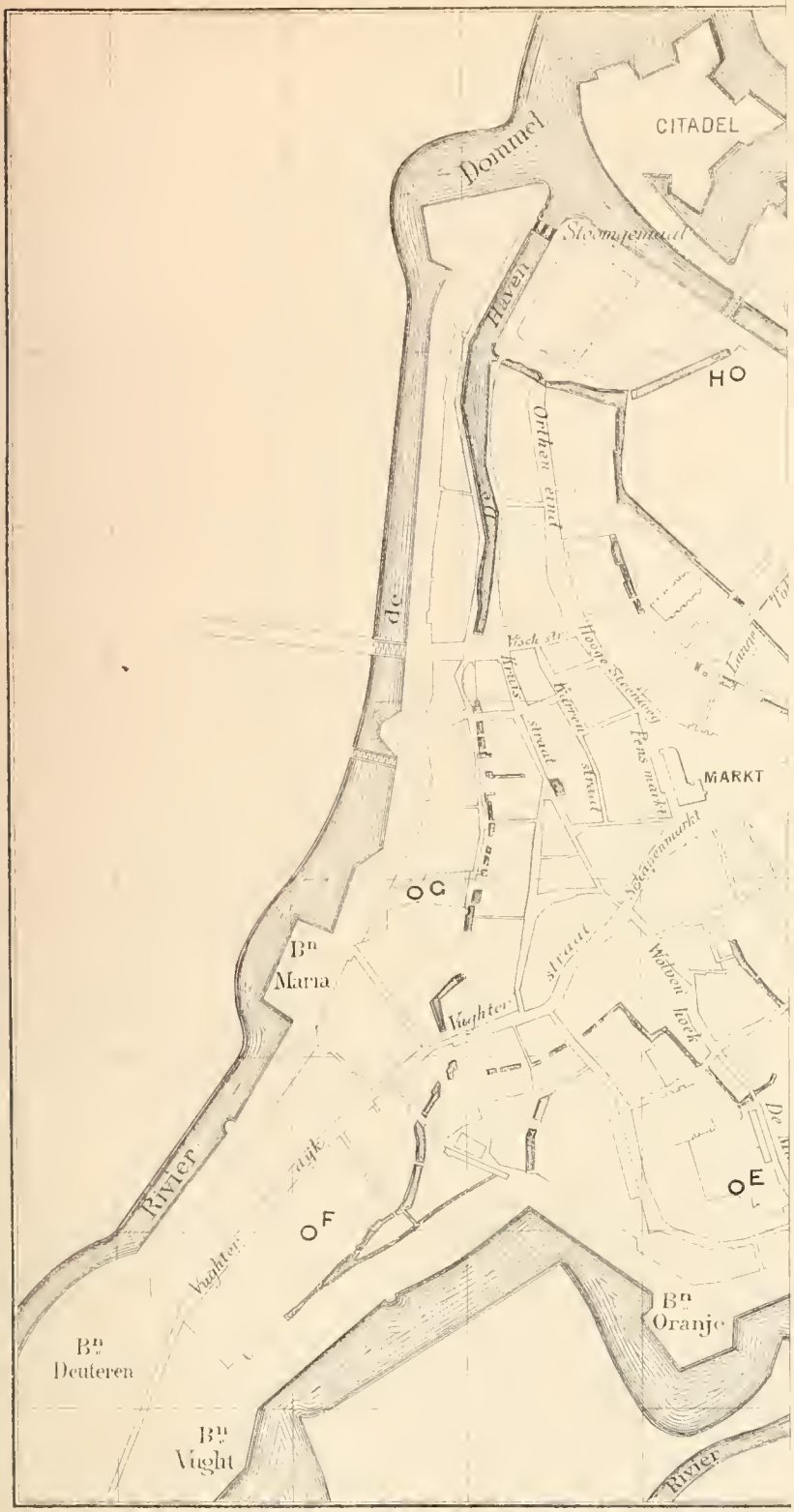
Schaal van 1 à 500

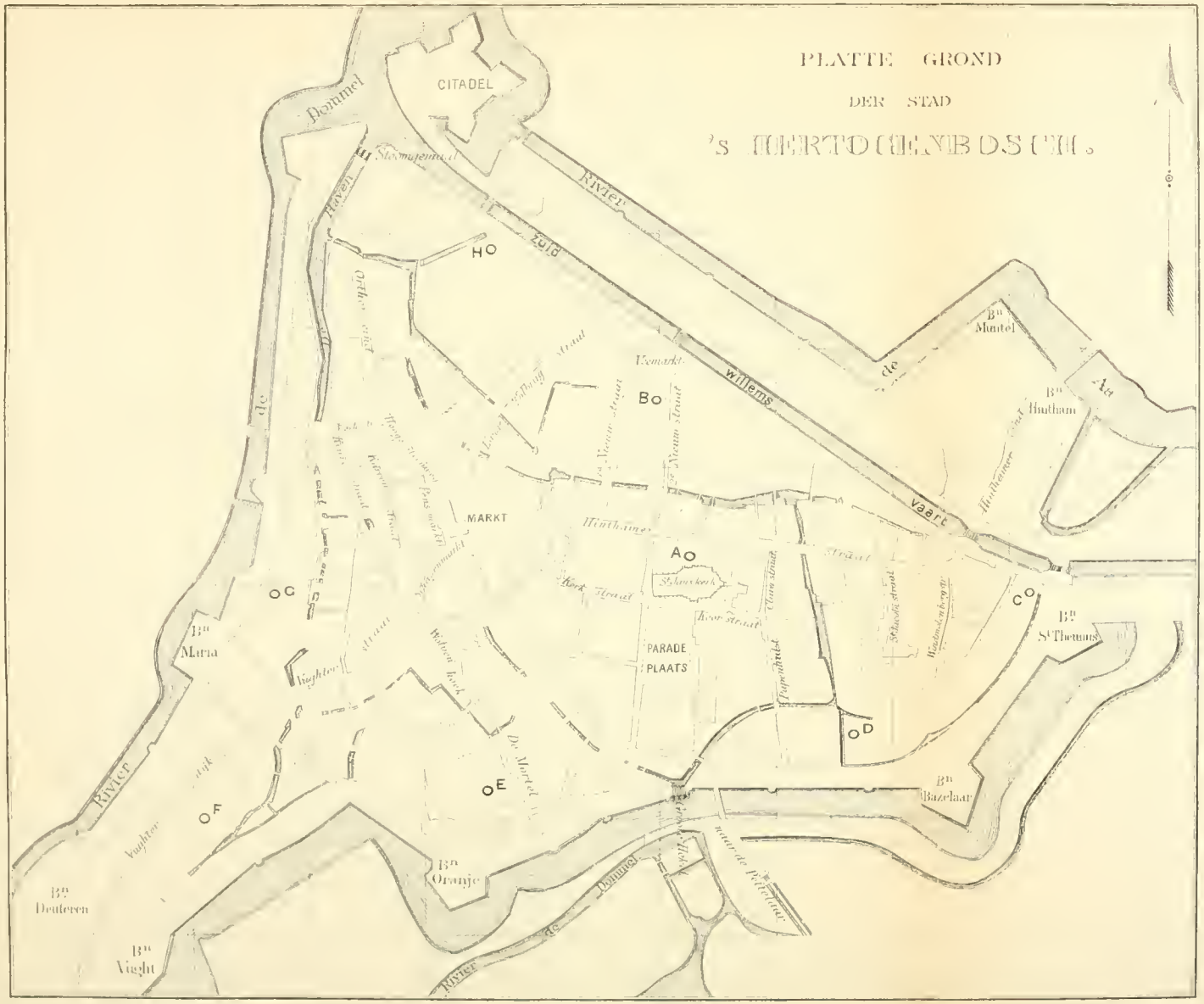
Haarlemmermeerpolder.

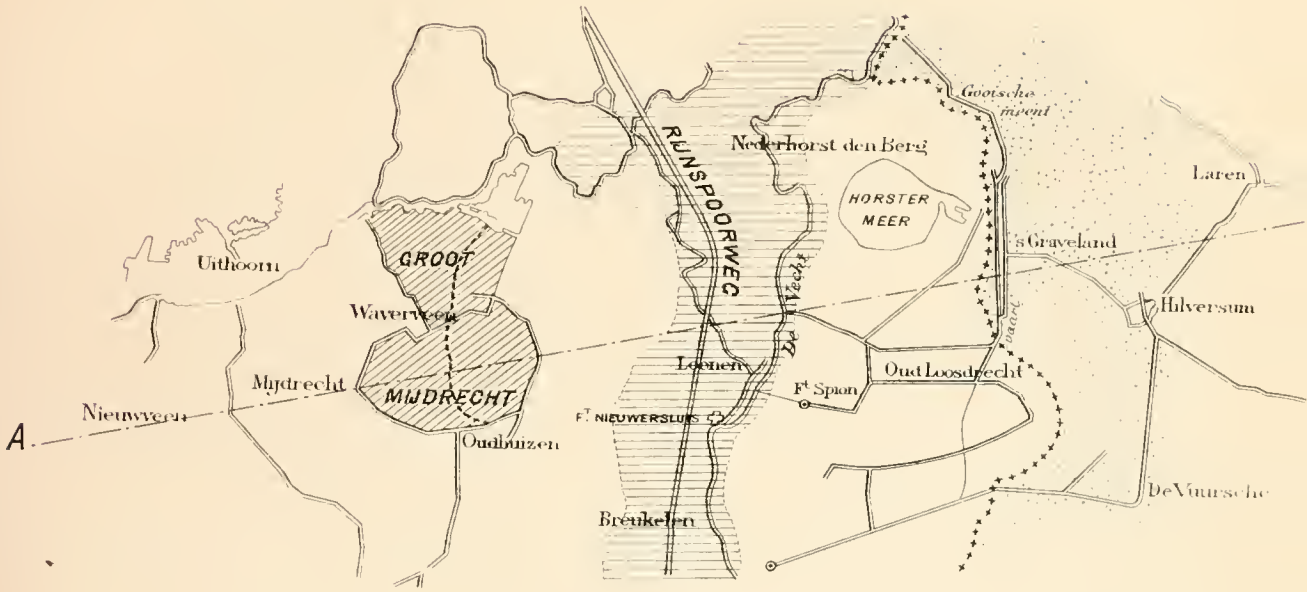
Profil van den ringdijk



Schaal van 1 à 400


CITADEL
Dommel
Stoomgemaal
Haven
HO
Orthen eind
de
Visch str.
Hooge Steenweg
Kruis straat
Kerren straat
Pens markt
MARKT
Schapenmarkt
OG
Bn Maria
Vughter straat
Wolven hoek
Rivier
Vughter dijk
OF
OE
Bn Oranje
Bn Deuteren
Bn Vught
Rivier

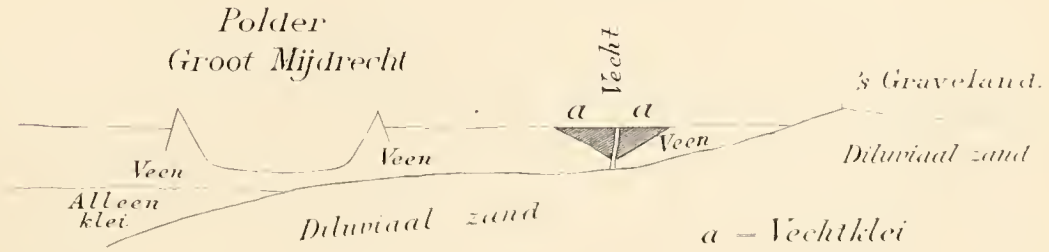

PLATTE GROND
DER STAD
's HERTOGENBOSCH.
CITADEL
Dommel
Rivier
zuid
willems
vaart
de
Haven
Stoomgemaal
HO
BO
AO
CO
OC
OD
OE
OF
MARKT
PARADE
PLAATS
Hinthamer
Kerk straat
Vleemarkt
Bn Maria
Bn Oranje
Bn Deuteren
Bn Vught
Bn Bazelaar
Bn St Thomas
Bn Hintham
Bn Muntel
Vughter
De Mortel
naar de Pettelaar
Schaal van 1:7500



Verklaring.

---------- Grenslijn tusschen het diluvzand en de klei in den ondergrond, beneden het laag veen
++++++++++ Grenslijn van het diluviale zand aan de oppervlakte
Veelst klei. Diluvium.
Laag veen.

Profiel bij A B.



INHOUD.

Blz.

VERSLAG 1

Ruimte tusschen de korrels 2

Proefnemingen over doorstrooming 2

Waarneming van doorstrooming 7

Toepassing op de droogmaking van een gedeelte der Zuiderzee. 11

AANTEEKENINGEN.

I. *Ruimte tusschen de korrels* 17

Berekening 18

Proeven genomen door:

Dr. J. E. Enklaar. 21

Dr. E. F. van Dissel 22

Dr. F. Seelheim 23

H. Darcy en Ch. Ritter 23

Dupuit 23

Woltman 24

Hübbe 24

Wollny, Mayer en von Liebenberg 24

Verzamelingstabel 25

II. *Bepaling van de hoeveelheid doorgesypeld water uit proeven van:*

H. Darcy en Ch. Ritter. 26

Dupuit 28

Dr. P. Harting 29

Dr. F. Seelheim 37

H. E. de Bruyn 38

Blz.

Dr. J. E. Enklaar 38
Hübbe. 39
Havrez 40
Verzamelingstabel 44

III. *Uitkomst van waargenomen doorsypeling door dijken of door den bodem.*
a. Kanaal van Sluis naar Brugge 46
b. Kanaal door Walcheren 50
c. Afgesloten kom te Vlissingen 50
d. Haarlemmermeerpolder. 54
e. Bemaling van 's Hertogenbosch 55
f. Betuwe 62

ONDERZOEKINGEN

OVER DE

DIFFUSIE VAN EENIGE ANORGANISCHE EN ORGANISCHE VERBINDINGEN

DOOR

Dr. J. D. R. SCHEFFER.

In mijne vorige mededeeling werd aangetoond, dat de diffusiecoëfficient van sommige verbindingen weinig veranderde met de concentratie harer oplossingen, dat voor andere verbindingen echter de diffusiecoëfficient met de concentratie harer oplossingen sterk toe- of afnam. Uit de hierachter volgende proeven, die op dezelfde wijze werden genomen, als in mijne beide vorige mededeelingen is beschreven, blijkt de invloed van de concentratie der oplossingen op de grootte van den diffusiecoëfficient dier verbindingen.

Zwavelzuur.

De proeven onder A en B, C en D, E en F, G en H vonden gelijktijdig plaats.

11.2475	gr. van	A	werden geneutraliseerd door	166	CC KOH	beantw. aan	H_2SO_4.	18.8	H_2O
21.8817	" "	C	" "	"	187.5	" "	" "	H_2SO_4.	36.2	H_2O
18.228	" "	E	" "	"	49.8	" "	" "	H_2SO_4.	125.3	H_2O
9.7121	" "	B, D en F	" "	"	38.9	" "	" "	H_2SO_4.	83.7	H_2O
0.5333	" "	G	" "	"	39.3	" "	" "	H_2SO_4.	0.53	H_2O
2.9623	" "	H	" "	"	31 9	" "	" "	H_2SO_4.	35.4	H_2O

1 CC KOH voor A. B. C. D. E en F = 0.0196 gr. $C_2O_4H_2 . 2H_2O$

1 " " " G en H = 0.0159 " $C_2O_4H_2 . 2H_2O$

A	cil.	gevuld met	30 CC gebr. opl. verd. tot 500 CC	inh. diff. cil. verd. tot 500 CC	in diff. cil. duur diff.	gebl. deel	temp.	κ
	5	35.5	50 CC = 51.5 CC KOH	50 CC = 32.7 CC KOH	5d $22^5/_6$u	0.5366	8°	1.074
	6	32.6	50 " = 51.5 " "	50 " = 27.7 " "	5d $22^5/_6$u	0.4950	8°	1.055
	8	33.7	50 " = 51.5 " "	50 " = 28.95 " "	5d $22^5/_6$u	0.5004	8°	1.072
B			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
	2	34.2	50 CC = 31.1 CC KOH	50 CC = 18.75 CC KOH	5d $22^7/_{12}$u	0.5289	8°	1.038
	7	35.4	50 " = 31.1 " "	50 " = 19.5 " "	5d $22^7/_{12}$u	0.5314	8°	1.018
	11	31.7	50 " = 31.1 " "	50 " = 16.85 " "	5d $22^7/_{12}$u	0.5127	8°	1.008
C			30 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500				
	5	35.5	50 CC = 28.2 CC KOH	50 CC = 18.05 CC KOH	6d $^1/_4$u	0.5409	8°	1.043
	6	32.6	50 " = 28.2 " "	50 " = 15.65 " "	6d $^1/_5$u	0.5107	8°	1.002
	8	33.7	50 " = 28.2 " "	50 " = 16.8 " "	6d $^1/_6$u	0.5303	8°	0.979
D			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
	2	34.2	50 CC = 31.1 CC KOH	50 CC = 18.8 CC KOH	5d 23u	0.5303	8°	1.031
	7	35.4	50 " = 31.1 " "	50 " = 19.6 " "	5d $23^1/_4$u	0.5341	8°	1.006
	11	31.7	50 " = 31.1 " "	50 " = 16.95 " "	5d $23^5/_{12}$u	0.5158	8°	0.993
E			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
	5	35.5	50 CC = 21.15 CC KOH	50 CC = 13.8 CC KOH	5d $23^7/_{20}$u	0.5514	$8^1/_2$°	1.020
	6	32.6	50 " = 21.15 " "	50 " = 12.1 " "	5d $23^2/_5$u	0.5265	$8^1/_2$°	0.965
	8	33.7	50 " = 21.15 " "	50 " = 12.6 " "	5d $23^2/_5$u	0.5303	$8^1/_2$°	0.985
F			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
	2	34.2	50 CC = 31.1 CC KOH	50 CC = 18.75 CC KOH	5d $22^5/_6$u	0.5289	$8^1/_2$°	1.036
	7	35.4	50 " = 31.1 " "	50 " = 19.5 " "	5d $22^{14}/_{16}$u	0.5314	$8^1/_2$°	1.015
	11	31.7	50 " = 31.1 " "	50 " = 16.8 " "	5d $22^{23}/_{30}$u	0.5112	$8^1/_2$°	1.010
G			20 CC tot 1 Liter	inh. diff. cil. tot 1 Liter				
	5	35.5	25 CC = 67.65 CC KOH	25 CC = 85.8 CC KOH	2d 18u	0.7145	13°	1.327
	6	32.6	25 " = 67.65 " "	25 " = 76.1 " "	2d $17^{14}/_{15}$u	0.6901	13°	1.279
	8	33.7	25 " = 67.65 " "	25 " = 79.45 " "	2d $17^5/_6$u	0.6970	13°	1.290
H			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
	2	34.2	25 CC = 44.2 CC KOH	25 CC = 36.15 CC KOH	2d $17^1/_{10}$u	0.7174	13°	1.267
	7	35.4	25 " = 44.2 " "	25 " = 37.95 " "	2d 17u	0.7276	13°	1.206
	11	31.7	25 " = 44.2 " "	25 " = 32.6 " "	2d $17^1/_4$u	0.6980	13°	1.258

Salpeterzuur.

De onder A en B, C en D, E en F, G en H vermelde proeven vonden gelijktijdig plaats.

10.0513	gr.	van	A	werden	geneutraliseerd	door	100.8	CC KOH	beantw. aan	HNO_3.	16,5	H_2O
7.9254	"	"	C	"	"	"	25.5	"	"	"	HNO_3.	58,9	H_2O
10.917	"	"	E	"	"	"	68.8	"	"	"	HNO_3.	28,3	H_2O
13.6177	"	"	B, D en F	"	"	"	39.5	"	"	"	HNO_3.	65,6	H_2O
1.6128	"	"	G	"	"	"	50.65	"	"	"	HNO_3.	2,89	H_2O
6.0662	"	"	H	"	"	"	31.45	"	"	"	HNO_3.	35,2	H_2O

1 CC KOH = 0.01744 gr. $C_2O_4H_2 . 2H_2O$.

			30 CC gebr. opl. verd. tot 500 CC	inh. diff. cil. tot 500				
A	5	35.5	25 CC = 16.9 CC KOH	25 CC = 6.45 CC KOH	7d	$^5/_6$u	0.3225	6° 1.584
	6	32.6	25 " = 16.9 " "	25 " = 5.3 " "	7d	$^5/_6$u	0.2886	6° 1.530
	8	33.7	25 " = 16.9 " "	25 " = 5.85 " "	7d	$^2/_3$u	0.3081	6° 1.500
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
B	2	34.2	50 CC = 22.3 CC KOH	50 CC = 8.3 CC KOH	7d		0.3265	6° 1.498
	7	35.4	50 " = 22.3 " "	50 " = 8.35 " "	7d	$^1/_2$u	0.3173	6° 1.511
	11	31.7	50 " = 22.3 " "	50 " = 7.15 " "	7d	$23^5/_6$u	0.3034	6° 1.480
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
C	5	35.5	50 CC = 24.95 CC KOH	50 CC = 15.7 CC KOH	4d	$^2/_3$u	0.5318	$5^1/_2$° 1.597
	7	35.4	50 " = 24.95 " "	50 " = 15.4 " "	4d	$^9/_{10}$u	0.5231	$5^1/_2$° 1.532
	11	31.7	50 " = 24.95 " "	50 " = 13.1 " "	4d	$1^1/_3$u	0.4969	$5^1/_2$° 1.543
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
D	6	32.6	50 CC = 22.3 CC KOH	50 CC = 12.35 CC KOH	4d		0.5096	$5^1/_2$° 1.509
	8	33.7	50 " = 22.3 " "	50 " = 13.20 " "	4d		0.5269	$5^1/_2$° 1.484
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
E	5	35.5	50 CC = 48.2 CC KOH	50 CC = 41.65 CC KOH	1d	$23^1/_2$u	0.7302	$8^1/_2$° 1.741
	6	32.6	50 " = 48.2 " "	50 " = 36.4 " "	1d	$23^5/_{12}$u	0.6949	$8^1/_2$° 1.750
	8	33.7	50 " = 48.2 " "	50 " = 38.35 " "	1d	$23^5/_{12}$u	0.7083	$8^1/_2$° 1.721
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
F	7	35.4	50 CC = 25.45 CC KOH	50 CC = 21.45 CC KOH	1d	$23^1/_4$u	0.7143	$8^1/_2$° 1.742
	11	31.7	50 " = 25.45 " "	50 " = 18.9 " "	1d	$23^5/_6$u	0.7028	$8^1/_2$° 1.687
			25 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500				
G	5	35.5	25 CC = 53.15 CC KOH	25 CC = 40.85 CC KOH	3d	$3^{11}/_{12}$u	0.5413	9° 1.980
	6	32.6	25 " = 53.15 " "	25 " = 34.6 " "	3d	$4^1/_2$u	0.4993	9° 1.947
	8	33.7	25 " = 53.15 " "	25 " = 37.35 " "	3d	$5^1/_{10}$u	0.5213	9° 1.877
			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
H	7	35.4	50 CC = 41.05 CC KOH	50 CC = 26.95 CC KOH	3d	$2^{14}/_{15}$u	0.5564	9° 1·806
	11	31.7	50 " = 41.05 " "	50 " = 23.65 " "	3d	$3^1/_{20}$u	0.5452	9° 1.751

*

Zoutzuur.

De onder A en B, C en D, E en F, G en H, K en L vermelde proeven vonden gelijktijdig plaats.

9.733 gr. van A werden geneutraliseerd door 295.35 CC KOH beantw. aan HCl. 4.59 H_2O
7.4892 „ „ C „ „ „ 163.5 „ „ „ HCl. 7.17 H_2O
4.7691 „ „ E „ „ „ 85.5 „ „ „ HCl. 9.17 H_2O
3.6855 „ „ G „ „ „ 55.65 „ „ „ HCl. 11.26 H_2O
8.5777 „ „ B, D, F, H en L „ „ 24.1 „ „ „ HCl. 69.4 H_2O
3.8417 „ „ K „ „ „ 28.55 „ „ „ HCl. 27.6 H_2O

1 CC KOH van A, B, C, D, E, F, G, H en L = 0.01744 gr. $C_2O_4H_2 . 2H_2O$
1 „ „ „ K = 0.0159 „ $C_2O_4H_2 . 2H_2O$.

			30 CC gebr. opl. verd. tot 1 Liter	inh. diff. cil. tot 1 Liter			
A							
5	35.5	25 CC = 26.75 CC KOH	25 CC = 18.4 CC KOH	1d $20^1/_3$u	0.5813	$11^1/_2$°	3.028
6	32.6	25 „ = 26.75 „ „	25 „ = 16.25 „ „	1d $20^1/_6$u	0.5590	$11^1/_2$°	2.862
8	33.7	25 „ = 26.75 „ „	25 „ = 16.95 „ „	1d $20^1/_6$u	0.5641	$11^1/_2$°	2.909
B		30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
7	35.4	50 CC = 21.3 CC KOH	50 CC = 17.45 CC KOH	1d $19^3/_4$u	0.6943	$11^1/_2$°	2.019
11	31.7	50 „ = 21.3 „ „	50 „ = 15.35 „ „	1d $19^3/_4$u	0.6820	$11^1/_2$°	1.982
C		30 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500				
5	35.5	25 CC = 36.7 CC KOH	25 CC = 30.15 CC KOH	1d $10^1/_4$u	0.6942	11°	2.749
6	32.6	25 „ = 36.7 „ „	25 „ = 26.75 „ „	1d $10^1/_4$u	0.6707	11°	2.629
8	33.7	25 „ = 36.7 „ „	25 „ = 28.0 „ „	1d $10^1/_4$u	0.6792	11°	2.635
D		30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
7	35.4	25 CC = 10.65 CC KOH	25 CC = 9.6 CC KOH	1d $9^5/_6$u	0.7639	11°	2.012
11	31.7	25 „ = 10.65 „ „	25 „ = 8.35 „ „	1d $9^5/_6$u	0.7420	11°	2.065
E		30 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500				
5	35.5	25 CC = 29.45 CC KOH	25 CC = 25.4 CC KOH	1d 8u	0.7288	$11^1/_2$°	2.598
6	32.6	25 „ = 29.45 „ „	25 „ = 22.55 „ „	1d 8u	0.7046	$11^1/_2$°	2.506
8	33.7	25 „ = 29.45 „ „	25 „ = 23.75 „ „	1d 8u	0.7179	$11^1/_2$°	2.464
F		30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200				
7	35.4	25 CC = 10.65 CC KOH	25 CC = 9.7 CC KOH	1d $7^7/_{12}$u	0.7719	$11^1/_2$°	2.086
11	31.7	25 „ = 10.65 „ „	25 „ = 8.4 „ „	1d $7^7/_{12}$u	0.7464	$11^1/_2$°	2.175
G		25 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500				
5	35.5	50 CC = 42.5 CC KOH	25 CC = 23.15 CC KOH	1d $3^4/_5$u	0.7672	12°	2.573
6	32.6	50 „ = 42.5 „ „	25 „ = 20.5 „ „	1d $3^4/_5$u	0.7398	12°	2.534
8	33.7	50 „ = 42.5 „ „	25 „ = 21.45 „ „	1d $3^3/_4$u	0.7488	12°	2.528

H			30 CC gebr. opl. verd. tot 200 CC			inh. diff. cil. tot 200						
7	35.4	25	CC = 11.1	CCKOH	25	CC = 10.35	CCKOH	1d	$3^1/_4$u	0.7902	12°	2.235
11	31.7	25	" = 11.1	" "	25	" = 9.15	" "	1d	$3^1/_3$u	0.7801	12°	2.190
K			30 CC tot 200			inh. diff. cil. tot 200						
5	35.5	25	CC = 28.9	CCKOH	25	CC = 23.7	CCKOH	1d	$19^1/_5$u	0.6930	11°	2.158
6	32.6	25	" = 28.9	" "	25	" = 20.75	" "	1d	$19^5/_6$u	0.6607	11°	2.122
8	33.7	25	" = 28.9	" "	25	" = 22.0	" "	1d	$19^5/_6$u	0.6777	11°	2.068
L			30 CC tot 200			inh. diff. cil. tot 200						
7	35.4	25	CC = 11.1	CCKOH	25	CC = 9.15	CCKOH	1d	$19^7/_{12}$u	0.6986	11°	1.997
11	31.7	25	" = 11.1	" "	25	" = 8.0	" "	1d	$19^7/_{12}$u	0.6821	11°	1.989

Kaliumnitraat.

De proeven onder A en B vonden gelijktijdig plaats. De concentratie der oplossingen werd bepaald door een afgemeten volumen der oplossing in te dampen, de rest tot smeltens te verhitten en na afkoeling te wegen.

4.9374 gr. van A bevatten 0.7319 gr. KNO_3 beantw. aan KNO_3. 32.2 H_2O
11.3787 " " B " 0.5690 " " " " KNO_3. 106.6 H_2O

A			30 CC tot 500			inh. diff. cil. tot 500						
5	35.5	25	CC = 0.2462	gr. KNO_3	25	CC = 0.2124	gr. KNO_3	4d	$^1/_3$u	0.7292	7°	0.862
6	32.6	25	" = 0.2462	" "	25	" = 0.1876	" "	4d	$^1/_4$u	0.7012	7°	0.843
8	33.7	25	" = 0.2462	" "	25	" = 0.1965	" "	4d	$^1/_3$u	0.7105	7°	0.841
B			30 CC tot 200			inh. diff. cil. tot 200						
7	35.4	25	CC = 0.1948	gr. KNO_3	25	CC = 0.1596	gr. KNO_3	3d	$23^7/_{12}$u	0.6943	7°	0.924
11	31.7	25	" = 0.1948	" "	25	" = 0.1401	" "	3d	$23^2/_3$u	0.6806	7°	0.911

Natriumnitraat.

De onder A en B, C en D, E en F medegedeelde proeven vonden gelijktijdig plaats. De concentratie der oplossingen werd bepaald door een afgemeten volumen der oplossing in te dampen, de rest bij 140° te drogen en dan te wegen.

11.0293 gr. van A, C en F bevatten 0.5207 gr. $NaNO_3$ beantw. aan $NaNO_3$. 95,3 H_2O
6.0275 " " B " 2.4535 " " " " $NaNO_3$. 6.88 H_2O
14.9039 " " D " 2.1849 " " " " $NaNO_3$. 27.7 H_2O
9.3407 " " E " 1.9295 " " " " $NaNO_3$. 18.1 H_2O

A.			30 CC tot 200			inh. diff. cil. tot 200.						
2	34.2	25	CC = 0.1849	gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.0648	gr. $NaNO_3$	11d	$23^2/_3$u	0.3074	13°	0.920
7	35.4	25	" = 0.1849	" "	25	" = 0.0683	" "	12d		0.3130	13°	0.894
11	31.7	25	" = 0.1849	" "	25	" = 0.0584	" "	11d	$23^1/_6$u	0.2989	13°	0.875

			30 CC gebr. opl. verd. tot 500 CC		inh. diff. cil. tot 500					
B										
5	35.5	25	CC = 0.7041 gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.3259 gr. $NaNO_3$	12d	$^2/_3$u	0.3912	13°	0.773
6	32.6	25	" = 0.7041 " "	25	" = 0.2663 " "	12d	$^1/_2$u	0.3481	13°	0.766
8	33.7	25	" = 0.7041 " "	25	" = 0.2897 " "	12d	$^1/_2$u	0.3663	13°	0.758
			30 CC tot 200		inh. diff. cil. tot 200					
C										
5	35.5	25	CC = 0.1849 gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.0994 gr. $NaNO_3$	8d	$23^1/_2$u	0.4543	$11^1/_2$°	0.881
6	32.6	25	" = 0.1849 " "	25	" = 0.0844 " "	8d	$23^3/_4$u	0.4200	$11^1/_2$°	0.850
8	33.7	25	" = 0.1849 " "	25	" = 0.0911 " "	8d	$23^2/_3$u	0.4386	$11^1/_2$°	0.836
			30 CC tot 500		inh. diff. cil. tot 500					
D										
2	34.2	25	CC = 0.2437 gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.1257 gr. $NaNO_3$	9d	$^1/_3$u	0.4525	$11^1/_2$°	0.839
7	35.4	25	" = 0.2437 " "	25	" = 0.1314 " "	9d	$^1/_2$u	0.4569	$11^1/_2$°	0.818
11	31.7	25	" = 0.2437 " "	25	" = 0.1128 " "	9d	$^1/_3$u	0.4380	$11^1/_2$°	0.810
			30 CC tot 500		inh. diff. cil. tot 500					
E										
5	35.5	25	CC = 0.3574 gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.1666 gr. $NaNO_3$	12d	$^1/_4$u	0.3939	$10^1/_2$°	0.771
6	32.6	25	" = 0.3574 " "	25	" = 0.1382 " "	12d	$^1/_3$u	0.3558	$10^1/_2$°	0.752
8	33.7	25	" = 0.3574 " "	25	" = 0.1447 " "	12d	$^1/_4$u	0.3604	$10^1/_2$°	0.766
			30 CC tot 200		inh. diff. cil. tot 200					
F										
2	34.2	25	CC = 0.1849 gr. $NaNO_3$	25	CC = 0.0715 gr. $NaNO_3$	11d	$23^5/_6$u	0.3392	$10^1/_2$°	0.846
7	35.4	25	" = 0.1849 " "	25	" = 0.0739 " "	11d	$23^5/_6$u	0.3387	$10^1/_2$°	0.836
11	31.7	25	" = 0.1849 " "	25	" = 0.0633 " "	12d		0.3240	$10^1/_2$°	0.817

Loodnitraat.

De concentratie der oplossingen werd bepaald door een afgemeten volumen der oplossing met zwavelzuur in te dampen, de rest na afdamping van de overmaat van zwavelzuur zwak te gloeien en daarna te wegen.

4.576 gr. van A leveren 0.4993 gr. $PbSO_4$ beantw. van $Pb(NO_3)_2$. 135.9 H_2O
8.1436 " " B " 0.2576 " " " " $Pb(NO_3)_2$. 513.8 H_2O

			30 CC tot 500		inh. diff. cil. tot 500					
A										
2	34.2	25	CC = 0.1817 gr. $PbSO_4$	25	CC = 0.1321 gr. $PbSO_4$	6d	17u	0.6377	12°	0.669
7	35.4	25	" = 0.1817 " "	25	" = 0.1369 " "	6d	$16^{11}/_{12}$u	0.6385	12°	0.659
11	31.7	25	" = 0.1817 " "	25	" = 0.1197 " "	6d	$17^1/_4$u	0.6234	12°	0.649
			30 CC tot 200		inh. diff. cil. tot 200					
B										
5	35.5	25	CC = 0.1211 gr. $PbSO_4$	25	CC = 0.0894 gr. $PbSO_4$	6d	$16^3/_4$u	0.6239	12°	0.736
6	32.6	25	" = 0.1211 " "	25	" = 0.0791 " "	6d	$16^7/_{12}$u	0.6011	12°	0.697
8	33.7	25	" = 0.1211 " "	25	" = 0.0838 " "	6d	$16^1/_2$u	0.6160	12°	0.688

Baryumchloride.

Voor de bepaling van de concentratie der oplossingen werd een afgemeten volumen daarvan met zwavelzuur ingedampt, de rest gegloeid en daarna gewogen.

8.049 gr. van A leveren 0.2938 gr. $BaSO_4$ beantw.aan. $BaCl_2$. 337.1 H_2O
11.5773 " " B " 2.6033 " " " " $BaCl_2$. 46 H_2O

			30 CC gebr. opl. verd. tot 200 CC		inh. diff. cil. tot 200				
A									
5	35.5	25 CC	= 0.1430 gr. $BaSO_4$	25 CC	= 0.1182 gr. $BaSO_4$	5^d $20^5/_6{}^u$	0.6985	8°	0.658
6	32.6	25 "	= 0.1430 " "	25 "	= 0.1031 " "	5^d $20^2/_3{}^u$	0.6635	8°	0.656
8	33.7	25 "	= 0.1430 " "	25 "	= 0.1094 " "	5^d $20^1/_2{}^u$	0.6810	8°	0.638
B			30 CC tot 500		inh. diff. cil. tot 500				
2	34.2	25 CC	= 0.4062 gr. $BaSO_4$	25 CC	= 0.3133 gr. $BaSO_4$	5^d $20^1/_8{}^u$	0.6766	8°	0.678
7	35.4	25 "	= 0.4062 " "	25 "	= 0.3292 " "	5^d 20^u	0.6868	8°	0.648
11	31.7	25 "	= 0.4062 " "	25 "	= 0.2885 " "	5^d $20^1/_4{}^u$	0.6722	8°	0.639

Calciumchloride.

De concentratie der oplossingen werd bepaald als bij baryumchloride.

4.9383 gr. van A leveren 1.9471 gr. $CaSO_4$ beantw. aan $CaCl_2$ 13 H_2O
7.3513 " " B " 0.1835 " " " " $CaCl_2$ 296.5 H_2O

			30 CC tot 1 Liter		inh. diff. cil. tot 1 Liter				
A									
2	34.2	25 CC	= 0.4041 gr. $CaSO_4$	25 CC	= 0.2940 gr. $CaSO_4$	6^d $4^5/_6{}^u$	0.6382	9°	0.723
7	35.4	25 "	= 0.4041 " "	25 "	= 0.3048 " "	6^d $4^1/_2{}^u$	0.6392	9°	0.713
11	31.7	25 "	= 0.4041 " "	25 "	= 0.2649 " "	6^d $5^1/_{10}{}^u$	0.6204	9°	0.708
B			30 CC tot 200		inh. diff. cil. tot 200				
5	35.5	25 CC	= 0.0942 gr. $CaSO_4$	25 CC	= 0.0765 gr. $CaSO_4$	6^d $4^2/_3{}^u$	0.6863	9°	0.651
6	32.6	25 "	= 0.0942 " "	25 "	= 0.0680 " "	6^d $4^1/_2{}^u$	0.6643	9°	0.619
8	33.7	25 "	= 0.0942 " "	25 "	= 0.0702 " "	6^d 4^u	0.6634	9°	0.642

Magnesiumsulfaat.

De concentratie der oplossing werd bepaald door een afgemeten volumen der oplossing in te dampen, de rest zwak te gloeien en te wegen.

De proeven onder A en B, C en D, E en F vonden gelijktijdig plaats.

34.1365 gr. van A leveren 4.4240 gr. $MgSO_4$ beantw. aan $MgSO_4$. 44.8 H_2O
31.079 " " B " 1.0848 " " " " $MgSO_4$. 184.3 H_2O
30.500 " " C " 0.4656 " " " " $MgSO_4$. 430.1 H_2O
32.014 " " D " 2.0480 " " " " $MgSO_4$. 97.5 H_2O
30.8415 " " E " 0.8061 " " " " $MgSO_4$. 248.4 H_2O
35.9335 " " F " 6.5535 " " " " $MgSO_4$. 29.9 H_2O

A			30 CC gebr. opl. verd. tot 1 Liter	inh. diff. cil. tot 1 Liter						
5	35.5	25	CC = 0.1106 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.1177 gr. $MgSO_4$	5d	$2^1/_4{}^u$	0.8993	$5^1/_2°$	0.290
6	32.6	25	" = 0.1106 " "	25 " = 0.1074 " "	5d	2^u	0.8936	$5^1/_2°$	0.267
8	33.7	25	" = 0.1106 " "	25 " = 0.1115 " "	5d	$1^5/_6{}^u$	0.8974	$5^1/_2°$	0.269
B			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200					
2	34.2	25	CC = 0.1356 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.1353 gr. $MgSO_4$	5d	$1^1/_{12}{}^u$	0.8753	$5^1/_2°$	0.327
7	35.4	25	" = 0.1356 " "	25 " = 0.1428 " "	5d	$1^1/_2{}^u$	0.8925	$5^1/_2°$	0.287
11	31.7	25	" = 0.1356 " "	25 " = 0.1229 " "	5d	$^3/_5{}^u$	0.8577	$5^1/_2°$	0.339
C			30 CC tot 200	inh. diff. cil. tot 200					
5	35.5	25	CC = 0.0582 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.0529 gr. $MgSO_4$	9d	$^1/_2{}^u$	0.7681	7°	0.329
6	32.6	25	" = 0 0582 " "	25 " = 0.0468 " "	9d	$^1/_2{}^u$	0.7400	7°	0.325
8	33.7	25	" = 0.0582 " "	25 " = 0.0495 " "	8d	$23^4/_5{}^u$	0.7571	7°	0.315
D			30 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500					
2	34.2	25	CC = 0.1024 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.0915 gr. $MgSO_4$	8d	$23^9/_{20}{}^u$	0.7838	7°	0.294
7	35.4	25	" = 0.1024 " "	25 " = 0.0941 " "	8d	$23^7/_{12}{}^u$	0.7788	7°	0.298
11	31.7	25	" = 0.1024 " "	25 " = 0.0823 " "	8d	$22^{11}/_{12}{}^u$	0.7606	7°	0.302
E			23.4 CC tot 200	inh. diff cil. tot 200					
5	35.5	25	CC = 0.0786 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.0765 gr. $MgSO_4$	13d	$8^1/_2{}^u$	0.6416	10°	0.347
6	32.6	25	" = 0.0786 " "	25 " = 0.0672 " "	13d	$8^1/_2{}^u$	0.6137	10°	0.336
8	33.7	25	" = 0.0786 " "	25 " = 0.0708 " "	13d	$8^1/_3{}^u$	0.6255	10°	0.335
F			22 CC tot 500	inh. diff. cil. tot 500					
2	34.2	25	CC = 0.2403 gr. $MgSO_4$	25 CC = 0.2586 gr. $MgSO_4$	13d	$7^1/_2{}^u$	0.6923	10°	0.282
7	35.4	25	" = 0.2403 " "	25 " = 0.2704 " "	13d	8^u	0.6993	10°	0.271
11	31.7	25	" = 0.2403 " "	25 " = 0.2367 " "	13d	7^u	0.6836	10°	0.270

Voor de berekening van de resultaten van bovenstaande proeven moest tabel I van mijne eerste mededeeling nog verder worden voortgezet. De getallen zijn berekend naar de formule

$$log \frac{kT}{h^2} = log \left(0.02241 - [log \frac{Q_0 - Q}{Q_0} \right) - 0.03002$$

$\frac{Q_0 - Q}{Q_0}$	$\frac{kT}{h^2}$	
		— 1081
0.37	0.42387	
		.. 1111
0.36	0.43498	
		— 1142
0.35	0.44640	
		— 1174
0.34	0.45814	

		— 1210
0.33	0.47024	
		— 1247
0.32	0.48271	
		— 1287
0.31	0.49558	
		— 1330
0.30	0.50888	
		— 1373
0.29	0.52261	
		— 1423
0.28	0.53684	
		— 1474
0.27	0.55156	

GRAHAM heeft de diffusie van oplossingen op twee verschillende wijzen onderzocht. Bij zijne oudste proeven * plaatste hij de fleschjes, die gevuld zouden worden met de te onderzoeken oplossing, op den bodem van een grooten met water gevulden bak; na een bepaalden tijd onderzocht hij hoeveel van de opgeloste stof nog in het fleschje voorhanden was; hetgeen het fleschje bij het begin der proef meer bevatte dan aan het eind daarvan was de hoeveelheid opgeloste stof welke in het omringende water was gediffundeerd.

Bij later door hem in het werk gestelde proeven † bracht GRAHAM telkens 100 CC der oplossing met behulp van eene tot eene capillaire buis uitgetrokken pipet onder 700 CC water, die vooraf in een cylinderglas waren gebracht. Wanneer de diffusie zou worden gestaakt, werden van boven af voorzichtig telkens 50 CC der vloeistof afgeheveld en in elk van de aldus verkregen deelen de hoeveelheid opgeloste stof bepaald.

Met behulp van de op deze wijze door GRAHAM verkregen resultaten heeft STEFAN § later de diffusiecoëfficienten van de door GRAHAM gebruikte stoffen berekend. Hij ontwierp daartoe twee tabellen, welke de verdeeling van de opgeloste stof ten gevolge van de diffusie over de opvolgende lagen van eene oneindig hooge waterzuil aangeven, welke in een cilindervormig vat boven de te onderzoeken oplossing wordt geplaatst voor het geval, dat de dikte van eene laag zoo

---

* *Philos. Transact.* **1850** I. *Ann. Chem. u. Pharm.* **77**. 56, 129.

† *Philos. Transact.* **1861**. 138. *Ann. Chem. u. Pharm.* **121**. 1.

§ *Sitzb. K.K. Akad. Wissensch.* Wien, Bd. **79** (1879).

gekozen wordt, dat ze de helft is van de hoogte van de gebruikte oplossing in den cylinder. In die tabellen vindt men voor den vorm $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ tusschen de grenzen 0.10—0.60 voor elke der opvolgende lagen van GRAHAM's proeven de hoeveelheid opgeloste stof aangegeven, welke daarin bevat moet zijn, wanneer de hoeveelheid, die daarvan bij het begin der proef in de gebezigde oplossing voorhanden is, 10000 bedraagt.

Mijne hierboven en vroeger medegedeelde onderzoekingen werden in het werk gesteld evenals de oudste proeven van GRAHAM. Om uit de verkregen waarden eene berekening van den diffusiecoëfficient naar de door SIMMLER-WILD ontwikkelde formule mogelijk te maken, moest gedurende den geheelen duur der proef gezorgd worden, dat de bovenrand van het cylindertje, dat de diffundeerende oplossing bevatte, in zuiver water stond. Om aan deze voorwaarde te voldoen, werden de cilinders zoo hoog mogelijk geplaatst in het omringende watervat en het volumen hiervan in verhouding tot dat van de oplossing zeer groot genomen.

Daar diffusieproeven aan tal van storingen onderhevig kunnen zijn, zoowel ten gevolge van stroomingen, welke in de vloeistof door temperatuursveranderingen gedurende den duur der proef worden veroorzaakt, alsook door eene geringe menging van oplossing en water, wanneer bij het begin der proef dit laatste op de eerste wordt gebracht, — of door stroomingen welke optreden wanneer de proef wordt gestaakt, — zijn voor dezelfde oplossing onder dezelfde omstandigheden verscheidene proeven noodig, om daaruit eene gemiddelde waarschijnlijke waarde van den diffusiecoëfficient te kunnen berekenen.

Indien de proeven plaats vinden volgens GRAHAM's tweede methode, dan kan voor elke proef uit de mate van overeenstemming tusschen het in elke laag gevonden zoutgehalte en de daarvoor in de tabellen aangegeven waarden blijken, in hoeverre gedurende de diffusie of bij het verdeelen der vloeistof in gelijke volumina stroomingen hebben plaats gegrepen, die het verkregen resultaat minder vertrouwbaar zouden maken.

Bovendien kan het volumen van de oplossing en de grootte van den gebezigden toestel veel kleiner gekozen worden dan bij mijne vroegere onderzoekingen mogelijk was. Daardoor kan men gemakkelijker bij een onderzoek over den invloed van de temperatuur op den diffusiecoëfficient den geheelen toestel tot eene bepaalde, standvastige temperatuur verhitten. Het bezwaar, dat tegen deze wijze van onderzoek kan worden ingebracht, bestaat in de moeilijkheid om, zonder stroomingen in de vloeistof te veroorzaken, telkens van boven af hetzelfde vloeistofvolumen van de diffundeerende oplossing af te scheiden. Terecht toch schrijft

STEFAN met het oog op GRAHAM'S proeven: „Die Resultate der Grahamschen Versuche können aber mehr noch und zwar in gleichem Sinne in Folge jener Strömungen fehlerhaft sein, welche beim Herausheben der Flüssigkeit kaum zu vermeiden sind. Man wird also, auch wenn man voraussetzt, dass die Theorie die Diffusionsprocesse genau darstellt, auf nicht unbeträchtliche Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung gefasst sein müssen. Solche treten in vielen Fällen auch ein, es giebt aber auch Fälle, in welchen die Abweichungen sehr gering sind."

Voor ik mijn verder onderzoek dus naar deze methode kon inrichten moest een toestel worden gezocht, met behulp waarvan ik telkens hetzelfde volumen vloeistof kon wegnemen zonder eene menging van de boven elkaar gelegen lagen daarbij te veroorzaken. Op verschillende wijzen heb ik getracht aan deze voorwaarden te voldoen. Daarbij bleek mij, dat de hieronder afgebeelde toestel, die voor de volgende onderzoekingen is gebezigd, het best aan de gestelde voorwaarde beantwoordt.

De toestel bestaat uit een glazen fleschje van ongeveer 90 CC inhoud; het benedenste deel hiervan is cilindervormig, ongeveer 4 cM wijd en $6^1/_2$ cM hoog, terwijl het bovenste deel er van uitloopt in een korten hals ongeveer $1^1/_2$ cM wijd. In die hals past het tweede gedeelte van den toestel eene pipet, waarvan de nauwe buis, beneden de kogel van de pipet, eene goed sluitende kraan heeft en een verwijd gedeelte dat in de hals der flesch is ingeslepen en deze dus volkomen sluiten kan. De top van dit verwijde, inwendig holle gedeelte draagt een zwak naar boven en aan het einde naar beneden omgebogen glazen buisje. Wanneer de pipet de flesch sluit, raakt ze den bodem van deze aan.

Daar ik bij mijne proeven den inhoud der flesch aan het einde der proef in vier gelijke volumina verdeelde, was de grootte van de pipet tusschen de beide deelstrepen (ongeveer 16 CC) zoo gekozen, dat ze iets kleiner was dan één vierde van het cilindervormige deel van het fleschje.

Ik bracht nu telkens in het fleschje driemaal het tusschen de deelstrepen van de pipet bevatte volumen water, vulde dan de pipet met de te onderzoeken oplossing tot aan de bovenste deelstreep; daarna werd de oplossing door langzame opening van de kraan en zuigen aan het boveneinde van de pipet een weinig opgezogen, zoodat het onderste deel van de pipet met een klein kolommetje lucht was gevuld. Dan werd de pipet op het fleschje gezet en het geheel in een kelder zoo lang aan zich zelf overgelaten, tot de zekerheid bestond, dat de vloeistof de temperatuur der omgeving

*

had aangenomen. Dan liet ik langzaam de oplossing onder het water stroomen tot ze de onderste deelstreep van de pipet had bereikt. Wanneer de diffusie werd gestaakt, werd de pipet weder met dezelfde oplossing gevuld en deze door openen van de kraan langzaam zoolang onder de oplossing gebracht tot deze het uiteinde van het zijbuisje had bereikt. Dan werd de kraan gesloten; om nu telkens één vierde van het gebruikte vloeistofvolumen te laten afvloeien werd de pipet weder tot de bovenste streep gevuld en door openen van de kraan zoo lang vloeistof uit het fleschje verwijderd tot de vloeistof in de pipet weder de onderste deelstreep van deze had bereikt.

In den regel bepaalde ik de hoeveelheid opgeloste stof in de aldus afgescheiden 1ste, 2de en 3de laag; soms ook bepaalde ik op dezelfde wijze die van de 4de laag, in den regel echter berekende ik die uit het verschil van de gebruikte hoeveelheid opgeloste stof en van de som van de in de eerste drie lagen gevonden hoeveelheden.

De oplossing, welke in de steel van de pipet onder de kraan in mijn toestel overblijft, moet op den duur ook voor een deel aan de diffusie deel nemen. Wanneer toch de diffusie lang duurt en daardoor de hoeveelheid opgeloste stof in de onderste laag aanmerkelijk vermindert, dan moet zich een deel van de in de steel voorhanden oplossing voegen bij de diffundeerende oplossing; om aan dit bezwaar te gemoet te komen heb ik de lengte van de steel van de pipet beneden de kraan zoo kort mogelijk en de opening dier steel zeer klein genomen. Bij een mijner toestellen was de lengte van de steel van de pipet beneden de kraan 11 cM, de doorsnede dier buis slecht 0.5 mM^2; zoodat de inhoud van de steel van de pipet beneden de kraan slechts 0.055 CC bedroeg. De fout, welke door het voorhanden zijn van zoutoplossing in de steel van de pipet gedurende de proef veroorzaakt wordt, kan dus op de vertrouwbaarheid van de uitkomst geen invloed uitoefenen.

Bij mijne proeven staat boven de diffundeerende oplossing een volumen water, dat slechts driemaal grooter is dan dat der oplossing, en daar ik telkens de hoeveelheid opgeloste stof bepaal die in één vierde van het geheele vloeistofvolumen is bevat, moet dus:

laag I bevatten de som van de hoeveelheden opgeloste stof voorhanden in de lagen 1, 2, 15, 16, 17 en 18, laag II die van de lagen 3, 4, 13, 14, 19 en 20, laag III die van de lagen 5, 6, 11, 12, 21, 22, 27 en 28 en laag IV die van de lagen 7, 8, 9, 10, 23, 24, 25 en 26 van Stefan's tabellen.

Op deze wijze is de hierachter geplaatste tabel berekend. Voor de berekening van den diffusiecoëfficient is verder noodig eene nauwkeurige bepaling van de hoogte van elke laag in het fleschje. Met behulp van eenen kathetometer werd

de rijzing van het kwikniveau in het fleschje bepaald, wanneer uit de pipet het tusschen de deelstrepen bevatte volumen kwik in het fleschje werd gebracht.

De uitkomsten dezer metingen zijn:

afstand	onderkant	bodem	tot	hoogste	punt	van	den	bodem	=	2.66	mM.
„	hoogste	punt	van	den	bodem	tot	niveau	eerste vulling	=	17.16	„
„	„	„	„	„	„	„	„	tweede „	=	32.34	„
„	„	„	„	„	„	„	„	derde „	=	47.78	„
„	„	„	„	„	„	„	„	vierde „	=	63.53	„

De stijghoogten bedragen dus voor de opvolgende vullingen 14,50; 15,18; 15,44 en 15,75 mM. Als hoogte der laag heb ik genomen het gemiddelde van de stijghoogten bij de 2e, 3e en 4e vulling, daar die voor de eerste vulling minder nauwkeurig moet zijn, welke van af het hoogste punt van den bodem is bepaald op 14,5 mM; de stijghoogte voor de eerste vulling moet dus iets grooter zijn dan 14.5 mM. Deze stijghoogte stelt voor het dubbel van de hoogte h van eene laag in de uitdrukking $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ van STEFAN's tabellen.

Voor de toestel I is dus $h_1 = \frac{15.18 + 15.44 + 15.75}{6} = 7.73$ mM.

Op dezelfde wijze werd gevonden voor

toestel	II	h_{II}	=	6.98 mM.
„	III	h_{III}	=	7.52 „
„	IV	h_{IV}	=	6.93 „
„	V	h_V	=	7.03 „

Daar eene fout in de bepaling van het gehalte eener laag voor alle lagen niet van denzelfden invloed is op de uitkomst, heb ik voor de berekening van k het gemiddelde genomen van de voor $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ gevonden waarden uit laag 1 + 2 en laag 4. * Daar de lagen achtereenvolgens aan het eind der proef uit het

---

* Voor de meeste mijner proeven ligt de berekende waarde van $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ tusschen 0.20 en 0.40. Wanneer men in de tabel tusschen die grenzen de veranderingen nagaat, welke het zoutgehalte in de vier lagen ondergaat bij dezelfde verandering van $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$, dan blijkt het dat die veranderingen het grootst zijn in de 1e, 2e en 4e lagen, terwijl ze in de derde laag veel kleiner zijn. Zoo neemt b. v. tusschen de grenzen 0.28—0.20 het gehalte in de eerste laag 996—300 = **696** toe, dat in de tweede laag 1816—1203 = **613** toe, dat in de vierde laag 5267—4088 = **1179** af, terwijl dat in de derde laag slechts 3230—3097 = **133** toeneemt. Eene zelfde fout in de bepaling van het zoutgehalte heeft dus voor de derde laag veel grooter invloed dan voor de andere lagen.

fleschje worden verwijderd, heb ik als duur der proef genomen den tijd tusschen het tijdstip, dat de oplossing onder het water wordt gebracht en dat waarop met de verwijdering van de derde laag uit het fleschje wordt begonnen.

De gebruikte stoffen waren alle zuiver. De hoeveelheid opgeloste stof werd òf in elk der drie lagen dadelijk bepaald, òf deze werden voor sterkere oplossingen eerst tot een bepaald volumen (200 of 500 CC) verdund, en dan 25 CC van deze geanalyseerd.

Zwavelzuur.

H_2SO_4 . 71.3 H_2O $t = 11^1/_4{}^0$ duur diff. $1^d\ 6^1/_4{}^u$

	I	= 4.3 CC KOH	=	243 . . . 0.293	0.295	
	II	= 19.2 » »	=	1086 . . . 0.297		
	III	= 57.2 » »	=	3237 . . . 0.280		
voor	IV	= 96.0 » »	=	5433 . . . 0.293	0.293	
	Som:	176.7 » »		9999	0.294	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.294 \qquad k = 1.118$$

H_2SO_4 . 685.7 H_2O $t = 7^1/_2{}^0$ duur diff. $1^1/_{48}{}^d$

	I	= 0.1 CC KOH	=	71 . . . 0.364	0.372	
	II	= 0.9 » »	=	643 . . . 0.374		
	III	= 4.2 » »	=	3000 . . . 0.377		
voor	IV	= 8.8 » »	=	6286 . . . 0.374	0.374	
	Som:	14.0 » »		10000	0.373	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.373 \qquad k = 1.052$$

H_2SO_4 . 685.7 H_2O $t = 7^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{113}/_{144}{}^d$

	I	= 0.4 CC KOH	=	286 . . . 0.283	0.283	
	II	= 1.65 » »	=	1179 . . . 0.283		
	III	= 4.45 » »	=	3179 . . . 0.223		
voor	IV	= 7.5 » »	=	5357 . . . 0.287	0.287	
	Som:	14.0 » »		10001	0.285	

$$\frac{I}{2\sqrt{kt}} = 0.285 \qquad k = 1.031$$

H_2SO_4 . 685.7 H_2O $t = 9^0$ duur diff. $2^8/_9{}^d$

I	= 1.2 CC KOH	=	857	0.212	0.214	
II	= 2.35 » »	=	1678	0.218		
III	= 4.45 » »	=	3179	0.223		
voor IV	= 6.0 » »	=	4286	0.212	0.212	
Som:	14.0 » »		10000		0.213	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.213 \qquad k = 1.140$$

Zoutzuur.

HCl . 7.45 H_2O $t = 11^1/_2{}^0$ duur diff. 1^d $23^1/_2{}^u$

I	= 11.1 CC KOH	=	1679	0.156	0.153	
II	= 14.7 » »	=	2224	0.146		
III	= 19.15 » »	=	2897	0.164		
voor IV	= 21.10 » »	=	3200	0.148	0.148	
Som:	66.1 » »		10000		0.150	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.150 \qquad k = 2.735$$

HCl . 66.3 H_2O $t = 9^0$ duur diff. $21^{11}/_{12}{}^u$

I	= 2.2 CC KOH	=	355	0.270	0.270	
II	= 7.9 » »	=	1274	0.270		
III	= 20.3 » »	=	3274	—		
voor IV	= 31.6 » »	=	5096	0.267	0.267	
Som:	62.0 » »		9999		0.269	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.269 \qquad k = 1.843$$

HCl . 70 H_2O $t = 9^0$ duur diff. $23^1/_3{}^u$

I	= 2.3 CC KOH	=	392	0.264	0.263	
II	= 7.8 » »	=	1329	0.263		
III	= 19.3 » »	=	3288	—		
voor IV	= 29.3 » »	=	4991	0.259	0.259	
Som:	58.7 » »		10000		0.261	

$$\frac{k_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.261 \qquad k = 1.839$$

HCl . 5.24 H_2O diffundeert in zwakker zoutzuur HCl . 12.07 H_2O; daartoe werd het fleschje eerst gevuld met drie maal het volumen der pipet aan verdund zoutzuur in plaats van met water. Elke portie werd tot 200 CC verdund en in 25 CC hiervan het zuurgehalte bepaald.

25 CC van het sterke zuur = 133.8 CC KOH
25 » » » zwakke » = 61.9 » »
25 » » I = 70.6 » »
25 » » II = 75.9 » »
25 » » III = 84.2 » »

$t = 13^0$ duur diff. $21^1/_4{}^u$

I	= 70.6—61.9 CC KOH	= 8.7	1210	0.185	0.184	
II	= 75.9—61.9 » »	= 14.0	1947	0.183		
III	= 84.2—61.9 » »	= 22.3	3101	0.200		
voor IV		= 26.9	3741	0.181	0.181	
Som:	133.8—61.9 » »	71.9	9999		0.182	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.182 \qquad k = 4.153$$

HCl . 108.4 H_2O $t = 11^0$ duur diff. $1^{11}/_{12}{}^d$

I	= 4.7 CC KOH	= 1232	0.184	0.186	
II	= 7.2 » »	= 1887	0.191		
III	= 11.6 » »	= 3041	0.189		
voor IV	= 14.65 » »	= 3840	0.185	0.185	
Som:	38.15 » »	10000		0.186	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.186 \qquad k = 1.837$$

HCl . 130.7 H_2O $t = 5^0$ duur diff. $^{23}/_{24}{}^d$

I	= 0.3 CC KOH	= 152	0.322	0.320	
II	= 1.85 » »	= 939	0.319		
III	= 6.25 » »	= 3173	0.316		
voor IV	= 11.30 » »	= 5736	0.319	0.319	
Som	19.7 » »	10000		0.319	

$$\frac{h_{I}}{2\sqrt{kt}} = 0.319 \qquad h = 1.532$$

$HCl\,.\,130.7\,H_2O \quad t = 5^0$ duur diff. $1^1/_{48}{}^d$

I	= 0.4 CC KOH	=	203 . . .	0.304	0.304	
II	= 2.05 » »	=	1041 . . .	0.303		
III	= 6.25 » »	=	3173 . . .	0.316		
voor IV	= 11.0 » »	=	5584 . . .	0.306	0.306	
Som:	19.7 » »		10001		0.305	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.305 \qquad k = 1.573$$

Voor de volgende proeven bij 0° werd het fleschje tot den hals in een bak met smeltend ijs geplaatst; eveneens de pipet zoodat alleen het deel der pipet boven de bovenste en beneden de onderste deelstreep buiten het met ijs gevulde bakje uitstaken. Nadat de toestel lang genoeg in ijs had gestaan om de temperatuur daarvan te hebben aangenomen werd het zontzuur onder het water gebracht. Wanneer de diffusie zou worden gestaakt, werd zoutzuur toegevoegd dat in smeltend ijs eveneens was afgekoeld.

$HCl\,.\,5.04\,H_2O \quad t = 0^0$ duur $18^{11}/_{12}{}^u$

I	= 0.8 CC KOH	=	252 . . .	0.291	0.266	
II	= 4.55 » »	=	1431 . . .	0.249		
III	= 11.1 » »	=	3490 . . .	—		
voor IV	= 15.35 » »	=	4827 . . .	0.248	0.248	
Som:	31.8 » »		10000		0.257	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.257 \qquad k = 2.340$$

$HCl\,.\,5.04\,H_2O \quad t = 0^0$ duur diff. $22^1/_3{}^u$

I	= 3.05 CC KOH	=	384 . . .	0.265	0.246	
II	= 12.6 » »	=	1585 . . .	0.229		
III	= 27.2 » »	=	3422 . . .	—		
voor IV	= 36.65 » »	=	4610 . . .	0.233	0.233	
Som:	79.5 » »		10001		0.240	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.240 \qquad k = 2.273$$

$HCl . 5.04\ H_2O$ diffundeert in $HCl . 6.86\ H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $24^1/_2{}^u$
Na verdunning tot 200 CC, zijn 25 CC van het sterke zoutzuur = 79.5 CC KOH,
25 CC van het andere = 61.6 CC KOH

I	= 63.35—61.6 =	1.75 CC KOH	977 . . .	0.202	0.200
II	= 64.9 —61.6 =	3.3 » »	1844 . . .	0.197	
III	= 67.1 —61.6 =	5.5 » »	3073 . . .	0.195	
voor IV	=	7.35 » »	4106 . . .	0.201	0.201
Som:	79.5—61.6 =	17.9 » »	10000		0.200

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.200 \qquad k = 2.983$$

$HCl . 6.86\ H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. 19^u

I	= 1.3 CC KOH =	211 . . .	0.300	0.280
II	= 8.0 » » =	1299 . . .	0.267	
III	= 21.2 » » =	3441 . . .	—	
voor IV	= 31.1 » » =	5049 . . .	0.264	0.264
Som:	61.6 » »	10000		0.272

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.272 \qquad k = 2.080$$

$HCl . 9.79\ H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $22^1/_4{}^u$

I	= 1.2 CC KOH =	267 . . .	0.288	0.272
II	= 6.0 » » =	1336 . . .	0.262	
III	= 15.35 » » =	3419 . . .	—	
voor IV	= 22.35 » » =	4978 . . .	0.258	0.258
Som:	44.9 » »	10000		0.265

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.265 \qquad k = 1.871$$

$HCl . 9.79\ H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $23^3/_4{}^u$

I	= 1.2 CC KOH =	267 . . .	0.288	0.264
II	= 6.5 » » =	1448 . . .	0.248	
III	= 15.3 » » =	3408 . . .	—	
voor IV	= 21.9 » » =	4877 . . .	0.251	0.251
Som:	44.9 » »	10000		0.257

$$\frac{h}{2\sqrt{kt}} = 0.257 \qquad k = 1.864$$

$HCl \,.\, 9.79\, H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $28^1/_3{}^u$

I	= 2.1	CC KOH	= 468	. . . 0·252	0.241	
II	= 7.1	»	» = 1581	. . . 0.230		
III	= 15.05	»	» = 3352	. . . —		
voor IV	= 20.65	»	» = 4599	. . . 0.232	0.232	
Som:	44.9	»	» 10000		0.237	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.237 \qquad k = 1.837$$

$HCl \,.\, 9.79\, H_2O$ diffundeert in $HCl \,.\, 14.15\, H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $21^1/_2{}^u$

Na verdunning tot 200 CC, zijn 25 CC van het sterke zoutzuur = 45.0 CC KOH, 25 CC van het andere = 32.1 CC KOH.

I	= 33.05—32.1	= 0.95	CC KOH	= 736	. . . 0.222	0.223
II	= 34.2 —32.1	= 2.1	»	» = 1628	. . . 0.224	
III	= 36.3 —32.1	= 4.2	»	» = 3256	. . . —	
voor IV		= 5.65	»	» = 4380	. . . 0.218	0.218
Som:	45.0 —32.1	12.9	»	» 10000		0.221

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.221 \qquad k = 2.784$$

$HCl \,.\, 14.15\, H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $18^5/_{12}{}^u$

I	= 0.75	CC KOH	= 148	. . . 0.323	0.312	
II	= 5.15	»	» = 1013	. . . 0.308		
III	= 17.00	»	» = 3343	. . . —		
voor IV	= 27.95	»	» = 5497	. . . 0.299	0.299	
Som:	50.85	»	» 10001		0.305	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.305 \qquad k = 1.707$$

$HCl \,.\, 27.1\, H_2O$ $t = 0^0$ duur diff. $28^2/_3{}^u$

I	= 1.05	CC KOH	= 381	. . . 0.266	0.260	
II	= 3.8	»	» = 1379	. . . 0.256		
III	= 9.0	»	» = 3267	. . . —		
voor IV	= 13.7	»	» = 4973	. . . 0.258	0.258	
Som:	27.55	»	» 10000		0.259	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.259 \qquad k = 1.520$$

*

$HCl \,.\, 129.5\ H_2O \quad t = 0^0$ duur diff. $20^5/_{12}{}^u$

I	= 0.5	CC KOH	= 168	0.316	0.320	
II	= 2.75	»	» = 926	0.321		
III	= 9.3	»	» = 3131	0.333		
voor IV	= 17.15	»	» = 5775	0.322	0.322	
Som:	29.7	»	» 10000		0.321	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.321 \qquad k = 1.390$$

$HCl \,.\, 129{,}5\ H_2O \quad t = 0^0$ duur diff. $20^3/_4{}^u$

I	= 0.55	CC KOH	= 185	0.310	0.318	
II	= 2.75	»	» = 926	0.321		
III	= 9.35	»	» = 3148	0.327		
voor IV	= 17.05	»	» = 5741	0.320	0.320	
Som:	29.7	»	» 10000		0.319	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.319 \qquad k = 1.384$$

Salpeterzuur.

$HNO_3 \,.\, 1.89\ H_2O \quad t = 7^0$ duur diff. $1^d\ 3^u$

I	= 7.8	CC KOH	= 572	0.239	0.232	
II	= 22.15	»	» = 1625	0.225		
III	= 45.35	»	» = 3326	—		
voor IV	= 61.05	»	» = 4477	0.224	0.224	
Som:	136.35	»	» 10000		0.228	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.228 \qquad k = 2.083$$

$HNO_3 \,.\, 4.95\ H_2O \quad t = 8^0$ duur diff. $22^5/_{12}{}^u$

I	= 3.0	CC KOH	= 381	0.266	0.257	
II	= 11.2	»	» = 1421	0.251		
III	= 26.75	»	» = 3394	—		
voor IV	= 37.85	»	» = 4803	0.246	0.246	
Som:	78.8	»	» 9999		0.252	

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.252 \qquad k = 2.054$$

$HNO_3 . 7.25\ H_2O$ $t = 9^0$ duur diff. $1^d\ 1^u$

I + II	= 11.6	CC KOH	= 1975 . . .	0.246	
III	= 19.65	» »	= 3344 . . .	—	
voor IV	= 27.5	» »	= 4681 . . .	0.238	0.180
Som:	58.75	» »	10000		0.242

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.242 \qquad k = 1.997$$

$HNO_3 . 7.25\ H_2O$ $t = 10^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{19}/_{24}{}^d$

I	= 6.85	CC KOH	= 1166 . . .	0.188	0.185
II	= 11.6	» »	= 1975 . . .	0.180	
III	= 18.2	» »	= 3093 . . .	—	
voor IV	= 22.1	» »	= 3761 . . .	0.180	0.180
Som:	58.75	» »	10000		0.182

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.182 \qquad k = 2.052$$

$HNO_3 . 73.5\ H_2O$ $t = 9^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 2^u$

I	= 6.8	CC KOH	= 1225 . . .	0.184	0.183
II	= 10.85	» »	= 1955 . . .	0.182	
III	= 16.9	» »	= 3045 . . .	0.189	
voor IV	= 20.95	» »	= 3775 . . .	0.181	0.181
Som:	55.5	» »	10000		0.182

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.182 \qquad k = 1.765$$

$HNO_3 . 87\ H_2O$ $t = 8^1/_2{}^0$ duur diff. $21^1/_4{}^u$

I	= 0.75	CC KOH	= 275 . . .	0.286	0.287
II	= 3.15	» »	= 1156 . . .	0.287	
III	= 8.7	» »	= 3193 . . .	—	
voor IV	= 14.65	» »	= 5376 . . .	0.289	0.289
Som:	27.25	» »	10000		0.288

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.288 \qquad k = 1.659$$

HNO_3 . 425.6 H_2O $t = 9^0$ duur diff. $^{37}/_{48}{}^d$

I	= 0.15	CC KOH	= 133	. . . 0.330	0.333	
II	= 0.95	»	» = 844	. . . 0.335		
III	= 3.5	»	» = 3111	. . . 0.341		
voor IV	= 6.65	»	» = 5911	. . . 0.335	0.335	
Som:	11.25	»	» 9999		0.334	

$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.334$ $k = 1.737$

HNO_3 . 425.6 H_2O $t = 9^0$ duur diff. $1^{25}/_{32}{}^d$

I	= 0.85	CC KOH	= 755	. . . 0.220	0.221	
II	= 1.85	»	» = 1644	. . . 0.222		
III	= 3.55	»	» = 3155	. . . 0.215		
voor IV	= 5.00	»	» = 4444	. . . 0.222	0.222	
Som:	11.25	»	» 9998		0.221	

$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.221$ $k = 1.717$

Azijnzuur.

$C_2H_4O_2$. 46 H_2O $t = 13^0$ duur diff. $1^d\ 18^5/_6{}^u$

I	= 1.95	CC KOH	= 224	. . . 0.298	0.307	
II	= 8.6	»	» = 986	. . . 0.312		
III	= 27.45	»	» = 3148	. . . 0.327		
voor IV	= 49.2	»	» = 5642	. . . 0.311	0.311	
Som:	87.2	»	» 10000		0.309	

$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.309$ $k = 0.725$

$C_2H_4O_2$. 60 H_2O $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 1^3/_4{}^u$

I	= 2.0	CC KOH	= 298	. . . 0.280	0.281	
II	= 8.0	»	» = 1194	. . . 0.281		
III	= 21.8	»	» = 3253	. . . —		
voor IV	= 35.2	»	» = 5254	. . . 0.279	0.279	
Som:	67.0	»	» 9999		0.280	

$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.280$ $k = 0.760$

$C_2H_4O_2 . 84\ H_2O$ $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $1^d\ ^1/_4{}^u$

I	= 0.25 CC KOH	=	51 . . .	0.381	0.389
II	= 2.8 » »	=	573 . . .	0.390	
III	= 14.35 » »	=	2938 . . .	—	
voor IV	= 31 45 » »	=	6437 . . .	0.391	0.391
Som:	48.85 » »		9999		0.390

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.390 \qquad k = 0.772$$

$C_2H_4O_2 . 128\ H_2O$ $t = 14^0$ duur diff. $1^d\ 16^1/_2{}^u$

I	= 0.75 CC KOH	=	229 . . .	0.297	0.301
II	= 3.4 » »	=	1038 . . .	0.304	
III	= 10.55 » »	=	3221 . . .	0.286	
voor IV	= 18.05 » »	=	5511 . . .	0.300	0.300
Som:	32.75 » »		9999		0.300

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.300 \qquad k = 0.814$$

$C_2H_4O_2 . 208\ H_2O$ $t = 13^1/_4{}^0$ duur diff. $2^d\ 20^2/_3{}^u$

I	= 1.25 CC KOH	=	607 . . .	0.235	0.236
II	= 3.15 » »	=	1529 . . .	0.237	
III	= 6.7 » »	=	3252 . . .	—	
voor IV	= 9.5 » »	=	4612 . . .	0.233	0.233
Som:	20.6 » »		10000		0.235

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.235 \qquad k = 0.782$$

Zuringzuur.

$C_2H_2O_4 . 297.2\ H_2O$ $t = 4^0$ duur diff. $1^{23}/_{144}{}^d$

I	= 0.1 CC KOH	=	31 . . .	0.408	0.432
II	= 1.3 » »	=	409 . . .	0.436	
III	= 8.4 » »	=	2637 . . .	0.479	
voor IV	= 22.05 » »	=	6923 . . .	0.457	0.457
Som:	31.85 » »		10000		0.444

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.444 \qquad k = 0.646$$

$C_2H_2O_4 . 297.2\,H_2O$ $t = 4^0$ duur diff. $17/8^d$

I	= 0.45 CC KOH	=	141	0.326	0.342	
II	= 2.45 » »	=	769	0.349		
III	= 9.45 » »	=	2967	0.387		
voor IV	= 19.5 » »	=	6122	0.357	0.357	
Som:	31.85 » »		9999		0.349	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.349 \qquad k = 0.654$$

$C_2H_2O_4 . 314.6\,H_2O$ $t = 3^1/_2{}^0$ duur diff. $247/48^d$

I	= 0.6 CC KOH	=	345	0.272	0.281	
II	= 2.0 » »	=	1149	0.287		
III	= 5.4 » »	=	3104	—		
voor IV	= 9.4 » »	=	5402	0.291	0.291	
Som:	17.4 » »		10000		0.286	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.286 \qquad k = 0.613$$

$C_2H_2O_4 . 314.6\,H_2O$ $t = 5^0$ duur diff. $1125/144^d$

I	= 0.2 CC KOH	=	115	0.337	0.345	
II	= 1.35 » »	=	776	0.348		
III	= 5.1 » »	=	2931	0.397		
voor IV	= 10.75 » »	=	6178	0.362	0.362	
Som:	17.4 » »		10000		0.353	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.353 \qquad k = 0.642$$

$C_2H_2O_4 . 314.6\,H_2O$ $t = 5^0$ duur diff. $35/36^d$

I	= 0.1 CC KOH	=	30	0.410	0.460	
II	= 1.05 » »	=	320	0.467		
III	= 8.2 » »	=	2500	0.519		
voor IV	= 23.45 » »	=	7149	0.494	0.494	
Som	32.8 » »		9999		0.477	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.477 \qquad k = 0.675$$

$C_2H_2O_4 . 415.5\ H_2O$ $t = 14^0$ duur diff. $1^d\ 23^2/_3{}^u$

I	= 1.05	CC KOH	= 491	0.249	0.256	
II	= 2.85	» »	= 1332	0.262		
III	= 6.8	» »	= 3178	0.223		
voor IV	= 10.7	» »	= 5000	0.260	0.260	
Som:	21.4	» »	10001		0.258	

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.258 \qquad k = 0.935$$

$C_2H_2O_4 . 689\ H_2O$ $t = 14^0$ duur diff $1^d\ 20^1/_3{}^u$

I	= 1.15	CC KOH	= 454	0.254	0.256	
II	= 3.45	» »	= 1364	0.258		
III	= 8.1	» »	= 3201	—		
voor IV	= 12.6	» »	= 4980	0.259	0.259	
Som:	25.3	» »	9999		0.257	

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.257 \qquad k = 1.013$$

$C_2H_2O_4 . 719.9\ H_2O$ $t = 9^1/_2{}^0$ duur diff. $^{143}/_{144}{}^d$

I	= 0.05	CC KOH	= 38	0.398	0.429	
II	= 0.55	» »	= 413	0.434		
III	= 3.7	» »	= 2782	0.438		
voor IV	= 9.0	» »	= 6767	0.434	0.434	
Som:	13.3	» »	10000		0.431	

$$\frac{h_l}{2\sqrt{kt}} = 0.431 \qquad k = 0.810$$

$C_2H_2O_4 . 719.9\ H_2O$ $t = 10^0$ duur diff. $^{273}/_{96}{}^d$

I	= 0.65	CC KOH	= 489	0.249	0.252	
II	= 1.85	» »	= 1391	0.255		
III	= 4.2	» »	= 3158	0.216		
voor IV	= 6.6	» »	= 4962	0.257	0.257	
Som:	13.3	» »	10000		0.254	

$$\frac{h_l}{2\sqrt{kt}} = 0.254 \qquad k = 0.839$$

$C_2H_2O_4 . 1247\ H_2O$ $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 19^1/_3{}^u$

I	= 2.1	CC KOH	= 968	. . . 0.202	0.203	
II	= 3.85	» »	= 1774	. . . 0.205		
III	= 6.75	» »	= 3110	. . . 0.203		
voor IV	= 9.00	» »	= 4148	. . . 0.204	0.204	
Som:	21.7	» »	10000		0.203	

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.203 \qquad k = 1.069$$

$C_2H_2O_4 . 1247\ H_2O$ $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ {}^5/_{12}{}^u$

I	= 1.25	CC KOH	= 576	. . . 0.239	0.243	
II	= 3.15	» »	= 1451	. . . 0.247		
III	= 6.9	» »	= 3179	. . . 0 223		
voor IV	= 10.4	» »	= 4793	. . . 0.245	0.245	
Som:	21.7	» »	9999		0.244	

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.244 \qquad k = 1.029$$

Wijnsteenzuur.

$C_4H_6O_6 . 416.8\ H_2O$ $t = 2^0$ duur diff. $4^{89}/_{96}{}^d$

I	= 0.6	CC KOH	= 263	. . . 0.289	0.297	
II	= 2.4	» »	= 1050	. . . 0.302		
III	= 7.25	» »	= 3173	. . . 0.316		
voor IV	= 12.6	» »	= 5514	. . . 0.300	0.300	
Som:	22.85	» »	10000		0.299	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.299 \qquad k = 0.339$$

$C_4H_6O_6 . 416.8\ H_2O$ $t = 3^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{11}/_{12}{}^d$

I	= 0.05	CC KOH	= 22	. . . 0.426	0.460	
II	= 0.75	» »	= 328	. . . 0.464		
III	= 6.05	» »	= 2648	. . . 0.476		
voor IV	= 16.00	» »	= 7002	. . . 0.469	0.469	
Som:	22.85	» »	10000		0.465	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.465 \qquad k = 0.360$$

$C_4H_6O_6 . 416.8\ H_2O$ $t = 5^0$ duur diff. $1^{23}/_{24}{}^d$

I	=	0.05	CC KOH	=	22 . . .	0.426	0.446
II	=	0.85	» »	=	372 . . .	0.448	
III	=	6.1	» »	=	2669 . . .	0.470	
voor IV	=	15.85	» »	=	6936 . . .	0.459	0.459
Som:		22.85	» »		9999		0.453

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.453 \qquad k = 0.372$$

Druivezuur.

$C_4H_6O_6 . 486.5\ H_2O$ $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{59}/_{72}{}^d$

I	=	0.05	CC KOH	=	23 . . .	0.423	0.459
II	=	0.7	» »	=	330 . . .	0.463	
III	=	5.6	» »	=	2642 . . .	0.478	
voor IV	=	14.85	» »	=	7005 . . .	0.469	0.469
Som:		21.2	» »		10000		0.464

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.464 \qquad k = 0.382$$

$C_4H_6O_6 . 486.5\ H_2O$ $t = 5^0$ duur diff. $3^{11}/_{144}{}^d$

I	=	0.2	CC KOH	=	102 . . .	0.344	0.355
II	=	1.4	» »	=	714 . . .	0.359	
III	=	5.85	» »	=	2985 . . .	0.378	
voor IV	=	12.15	» »	=	6199 . . .	0.365	0.365
Som:		19.6	» »		10000		0.360

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.360 \qquad k = 0.375$$

Citroenzuur.

$C_6H_8O_7 . 515.6\ H_2O$ $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{23}/_{24}{}^d$

I	=	0.05	CC KOH	=	18 . . .	0.439	0.469
II	=	0.85	» »	=	307 . . .	0.473	
III	=	7.2	» »	=	2604 . . .	0.489	
voor IV	=	19.55	» »	=	7071 . . .	0.480	0.480
Som:		27.65	» »		10000		0.475

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.475 \qquad k = 0.338$$

$C_6H_8O_7 . 515.6\ H_2O$ $t = 3^1/_2{}^0$ duur diff. $2^{137}/_{144}{}^d$

I	= 0.1 CC KOH	=	37 . . .	0.399	0.398
II	= 1.5 » »	=	542 . . .	0.398	
III	= 7.95 » »	=	2875 . . .	0.413	
IV	= 18.1 » »	=	6546 . . .	0.405	0.405
Som:	27.65 » »		9999		0.401

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.401 \qquad k = 0.315$$

Ammonia.

Eerst werd in het fleschje gebracht de ammoniakoplossing en daarna driemaal het volumen van deze aan water. De verdeeling der diffundeerende oplossing in vier gelijke volumina vond plaats met water. De oplossing werd getitreerd met zwavelzuur en lakmoes als indicator.

$NH_3 . 15.9\ H_2O$ $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $^{47}/_{48}{}^d$

I	= 137.2 CC H_2SO_4	=	6325 . . .	0.378	0.378
II	= 65.5 » »	=	3020 . . .	0.371	
III	= 13.2 » »	=	609 . . .	0.382	0.383
IV	= 1.0 » »	=	46 . . .	0.387	
Som:	216.9 » »		10000		0.380

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.380 \qquad k = 1.057$$

$NH_3 . 84.5\ H_2O$ $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff $^{17}/_{72}{}^d$

I	= 27.15 CC H_2SO_4	=	6161 . . .	0.361	0.361
II	= 13.3 » »	=	3019 . . .	0.371	
III	= 3.15 » »	=	715 . . .	0.361	0.356
IV	= 0.45 » »	=	102 . . .	0.344	
Som:	44.05 » »		10000		0.358

$$\frac{h_1}{2\sqrt{kt}} = 0.358 \qquad k = 1.062$$

NH_3 . 84.5 H_2O $t = 4^0$ duur diff. $^{109}/_{144}{}^d$

I	= 29.9	CC H_2SO_4	=	6788 . . .	0.437	0.437
II	= 12.2	»	=	2770 . . .	0.442	
III	= 1.85	»	=	418 . . .	0.433	0.432
IV	= 0.1	»	=	23 . . .	0.423	
Som:	44.05	»		10000		0.434

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.434 \qquad k = 1.048$$

NATRIUMHYDROXYD.

Na OH . 329 H_2O $t = 8^0$ duur diff. $23^5/_6{}^u$

I	= 0.15	CC H_2SO_4	=	129 . . .	0.331	0.337
II	= 0.95	»	=	822 . . .	0.339	
III	= 3.55	»	=	3074 . . .	0.353	
voor IV	= 6.9	»	=	5974 . . .	0.341	0.341
Som:	11.55	»		9999		0.339

$$\frac{h_{IV}}{2\sqrt{kt}} = 0.339 \qquad k = 1.052$$

Na OH . 329 H_2O $t = 8^0$ duur diff. $1^d\ 18^5/_{12}{}^u$

I	= 1.05	CC H_2SO_4	=	432 . . .	0.257	0.258
II	= 3.3	»	=	1358 . . .	0.259	
III	= 7.75	»	=	3189 . . .	—	
voor IV	= 12.2	»	=	5020 . . .	0.261	0.261
Som	24.3	»		9999		0.259

$$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.259 \qquad k = 1.042$$

AZIJNZUUR NATRIUM.

$C_2H_3O_2Na$. 242.8 H_2O $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $3^5/_{288}{}^d$

I	= 0.0025 gr	Na_2SO_4	=	92 . . .	0.350	0.310
II	= 0.0297	»	=	1089 . . .	0.296	
III	= 0.0867	»	=	3178 . . .	0.313	
voor IV	= 0.1539	»	=	5641 . . .	0.310	0.310
Som:	0.2728	»		10000		0.310

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.310 \qquad k = 0.515$$

$C_2H_3O_2Na$. 242.8 H_2O $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{125}/_{144}{}^d$

I	= 0.0011	gr. Na_2SO_4	=	40	. . . 0.395	0.389	
II	= 0.0159	» »	=	583	. . . 0.388		
III	= 0.0793	» »	=	2907	. . . 0.403		
voor IV	= 0.1765	» »	=	6470	. . . 0.395	0.395	
Som:	0.2728	» »		10000		0.392	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.392 \qquad k = 0.520$$

Koolzuur natrium.

Na_2CO_3 . 224.3 H_2O $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{235}/_{288}{}^d$

I	= 0.0016	gr. Na_2CO_3	=	36	. . . 0.400	0.422	
II	= 0.0193	» »	=	439	. . . 0.426		
III	= 0.1209	» »	=	2748	. . . 0.448		
voor IV	= 0.2982	» »	=	6777	. . . 0.435	0.435	
Som:	0.4400	» »		10000		0.429	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.429 \qquad k = 0.447$$

Na_2CO_3 . 224.3 H_2O $t = 4^1/_2{}^0$ duur diff. $1^{45}/_{48}{}^d$

I	= 0.0016	gr. Na_2CO_3	=	36	. . . 0.400	0.418	
II	= 0.0200	» »	=	454	. . . 0.422		
III	= 0.1228	» »	=	2791	. . . 0.436		
voor IV	= 0.2956	» »	=	6718	. . . 0.427	0.427	
Som:	0.4400	» »		10000		0.422	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.422 \qquad k = 0.433$$

Zuringzuur natrium.

$C_2O_4Na_2$. 376.1 H_2O $t = 6^0$ duur diff. $4^{139}/_{144}{}^d$

I	= 2.1	CC $KMnO_4$	=	555	. . . 0.241	0.244	
II	= 5.5	» »	=	1455	. . . 0.246		
III	= 12.0	» »	=	3175	. . . 0.221		
voor IV	= 18.2	» »	=	4815	. . . 0.247	0.247	
Som:	37.8	» »		10000		0.245	

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.245 \qquad k = 0.501$$

$C_2O_4Na_2$. 376.1 H_2O $t = 6^1/_2{}^0$ duur diff. $^{23}/_{24}{}^d$

I	= 0.0008	gr. Na_2SO_4	= 22	. . . 0.426	0.528
II	= 0.0064	» »	= 179	. . . 0.540	
III	= 0.0833	» »	= 2328	. . . 0.572	
voor IV	= 0.2674	» »	= 7471	. . . 0.557	0.557
Som:	0.3579	» »	10000		0.543

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.543 \qquad k = 0.529$$

Wijnsteenzuur natrium.

$C_4H_4O_6Na_2$. 483.3 H_2O $t = 4^0$ duur diff. $3^{271}/_{288}{}^d$

I	= 0.0072	gr. Na_2SO_4	= 262	. . . 0.289	0.296
II	= 0.0291	» »	= 1059	. . . 0.301	
III	= 0.0847	» »	= 3084	. . . 0.350	
voor IV	= 0.1537	» »	= 5595	. . . 0.307	0.307
Som:	0.2747	» »	10000		0.301

$$\frac{h_I}{2\sqrt{kt}} = 0.301 \qquad k = 0.418$$

Zilvernitraat.

$AgNO_3$ 10.63 H_2O diffundeert in een zwakkere oplossing $AgNO_3$ 14.19 H_2O.
Na verdunning tot 500 CC, zijn 25 CC der sterke oplossing = 31.2 CC NH_4CNS
en 25 CC der zwakkere oplossing = 24.3 CC NH_4CNS
$t = 6^1/_2{}^0$ duur diff. 3^d $187/_{12}{}^u$

I	= 24.55—24.3	= 0.25	CC NH_4CNS	= 362	. . . 0.269	0.279
II	= 25.1 —24.3	= 0.8	» »	= 1159	. . . 0.286	
III	= 26.5 —24.3	= 2.2	» »	= 3188	. . . —	
voor IV		= 3.65	» »	= 5290	. . . 0.282	0.282
Som:	31.2 —24.3	6.9	» »	9999		0.280

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.280 \qquad k = 0.4116$$

$Ag\,NO_3 . 10.63\,H_2O$ $t = 6^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 19^1/_2{}^u$

I	= 1.4	CC NH_4CNS	= 449	. . .	0.255	0.267	
II	= 3.8	»	»	= 1218	. . .	0.278	
III	= 9.45	»	»	= 3029	. . .	—	
voor IV	= 14.55	»	»	= 5304	. . .	0.283	0.283
Som:	31.2	»	»	10000			0.275

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.275 \qquad k = 0.573$$

$Ag\,NO_3 . 434.7\,H_2O$ $t = 3^1/_2{}^0$ duur diff. 3^d

I	= 1.25	CC NH_4CNS	= 712	. . .	0.224	0.226	
II	= 2.8	»	»	= 1595	. . .	0.228	
III	= 5.7	»	»	= 3248	. . .	—	
voor IV	= 7.8	»	»	= 4444	. . .	0.222	0.222
Som:	17.55	»	»	9999			0.224

$$\frac{h_{II}}{2\sqrt{kt}} = 0.224 \qquad k = 0.809$$

Calciumchloride.

$Ca\,Cl_2 . 19.1\,H_2O$ $t = 8^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 5^1/_{12}{}^u$

I	= 0.45	CC $AgNO_3$	= 249	. .	0.292	0.283	
II	= 2.2	»	»	= 1219	. .	0.278	
III	= 6.0	»	»	= 3324	. . .	—	
voor IV	= 9.4	»	»	= 5208	. . .	0.276	0.276
Som:	18.05	»	»	10000			0.279

$$\frac{h_{IV}}{2\sqrt{kt}} = 0.279 \qquad k = 0.697$$

$Ca\,Cl_2 . 19.1\,H_2O$ diff. in $Ca\,Cl_2 . 30.6\,H_2O$ $t = 8^1/_2{}^0$ duur diff. $2^d\ 5^3/_4{}^u$

I	= 13.7—13.3	= 0.4	CC $AgNO_3$	= 263	. . .	0.289	0.274
II	= 15.3—13.3	= 2.0	»	»	= 1316	. . .	0.265	
III	= 18.3—13.3	= 5.0	»	»	= 3289	. . .	—	
voor IV		= 7.8	»	»	= 5132	. . .	0.270	0.270
Som:	28.5—13.3	15.2	»	»	10000			0.272

$$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.272 \qquad k = 0.746$$

$CaCl_2 . 27.6\,H_2O$ diff. in $CaCl_2 . 111.6\,H_2O$ $t = 10^0$ duur diff. $2^d\ 21^1/_4{}^u$

I	= 7.8—6.7	= 1.1	CC $AgNO_3$	= 509 . . .	0.247	0.245	
II	= 9.9—6.7	= 3.2	» »	= 1481 . . .	0.243		
III	= 13.8—6.7	= 7.1	» »	= 3287 . . .	—		
voor IV		= 10.2	» »	= 4722 . . .	0.240	0.240	
Som:	28.3—6.7	= 21.6	» »	9999		0.243	

$$\frac{h_{IV}}{2\sqrt{kt}} = 0.243 \qquad k = 0.705$$

$CaCl_2 . 27.6\,H_2O$ $t = 10^0$ duur diff. $2^d\ 21^3/_4{}^u$

I	= 1.2	CC $AgNO_3$	= 455 . . .	0.254	0.252	
II	= 3.75	» »	= 1420 . . .	0.251		
III	= 8.65	» »	= 3277 . . .	—		
voor IV	= 12.8	» »	= 4848 . . .	0.249	0.249	
Som:	26.4	» »	10000		0.251	

$$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.251 \qquad k = 0.675$$

$CaCl_2 . 38.4\,H_2O$ $t = 9^0$ duur diff. $2^d\ 20^1/_3{}^u$

I	= 0.9	CC $AgNO_3$	= 500 . . .	0.248	0.253	
II	= 2.45	» »	= 1361 . . .	0.259		
III	= 5.9	» »	= 3278 . . .	—		
voor IV	= 8.75	» »	= 4861 . . .	0.250	0.250	
Som:	18.0	» »	10000		0.252	

$$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.252 \qquad k = 0.683$$

Kaliumhydroxyd.

$KOH . 1665\,H_2O$ $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $21^1/_6{}^u$

I	= 0.15	CC HCl	= 221 . . .	0.298	0.289	
II	= 0.8	» »	= 1176 . . .	0.284		
III	= 2.2	» »	= 3235 . . .	0.263		
voor IV	= 3.65	» »	= 5368 . . .	0.288	0.288	
Som:	6.8	» »	10000		0.289	

$$\frac{h_V}{2\sqrt{kt}} = 0.289 \qquad k = 1.677$$

KOH . 1665 H_2O $t = 13^1/_2{}^0$ duur diff. $1^d\ 20^1/_2{}^u$

I	= 3.1	CC HCl	= 1062 . . .	0.195	0.198	
II	= 5.25	» »	= 1798 . . .	0.202		
III	= 8.6	» »	= 2945 . . .	0.172		
voor IV	= 12.25	» »	= 4195	0.207	0.207	
Som:	29.2	» »	10000		0.202	

$$\frac{h_v}{2\sqrt{kt}} = 0.202 \qquad k = 1.633$$

Al de door mij tot nog toe verkregen uitkomsten, heb ik in de hierachter geplaatste tabellen samengevoegd.

ZOUTZUUR.

0^0	HCl. 5.04 H_2O	$k = 2.307$	
	HCl. 5.04 H_2O	$k = 2.983$	(diffundeert in HCl. 6.86 H_2O)
	HCl. 6.86 H_2O	$k = 2.080$	
	HCl. 9.79 H_2O	$k = 1.857$	
	HCl. 9.79 H_2O	$k = 2.784$	(diffundeert in HCl. 14.15 H_2O)
	HCl. 14 H_2O	$k = 1.674$	
	HCl. 14.15 H_2O	$k = 1.707$	
	HCl. 27.1 H_2O	$k = 1.520$	
	HCl. 129.5 H_2O	$k = 1.387$	
$3^1/_2{}^0$	HCl. 8 H_2O	$k = 2.008$	
	HCl. 44 H_2O	$k = 1.622$	
5^0	HCl. 130.7 H_2O	$k = 1.553$	
8^0	HCl. ± 22 H_2O	$k = 2.07$	
$8^1/_2{}^0$	HCl. 7.9 H_2O	$k = 2.45$	
9^0	HCl. 66.3 H_2O	$k = 1.843$	
	HCl. 70 H_2O	$k = 1.839$	
11^0	HCl. 7.17 H_2O	$k = 2.671$	
	HCl. 27.6 H_2O	$k = 2.116$	
	HCl. 69.4 H_2O	$k = 2.016$	
	HCl. 108.4 H_2O	$k = 1.837$	
$11^1/_2{}^0$	HCl. 4.59 H_2O	$k = 2.933$	
	HCl. 7.45 H_2O	$k = 2.735$	
	HCl. 9.17 H_2O	$k = 2.523$	
	HCl. 69.4 H_2O	$k = 2.066$	
12^0	HCl. 11.26 H_2O	$k = 2.545$	
	HCl. 69.4 H_2O	$k = 2.212$	
13^0	HCl. 5.24 H_2O	$k = 4.153$	(diffundeert in HCl. 12.07 H_2O)
$15^1/_2{}^0$	HCl. ± 22 H_2O	$k = 2.56$	

Uit bovenstaande resultaten vloeit voort, dat voor zoutzuuroplossingen, wier samenstelling ligt tusschen de grenzen HCl 4.5 aq en HCl = 10 aq, de diffusiecoëfficiënt sterk toeneemt met de concentratie; dat ook voor zwakkere oplossingen k met de concentratie blijft toenemen, maar dat de invloed der verdunning des te geringer wordt naarmate het gebruikte zoutzuur meer verdund is. Verder blijkt het dat sterke zoutzuuroplossingen veel gemakkelijker in zwakkere zoutzuuroplossingen diffundeeren dan in water. Daarom bevat, bij bovenstaande diffusieproeven met sterk zoutzuur in water, de derde laag veel meer zoutzuur dan theoretisch daarin voorhanden zoude mogen zijn.

Deze uitkomsten kunnen verklaard worden door aan te nemen, dat geconcentreerde oplossingen van zoutzuur bevatten moleculen watervrij zoutzuur of althans molecuul-complexen van veel zoutzuur met weinig watermoleculen * en dat verdunning dier oplossing tengevolge heeft de vorming van aan water rijkere molecuulcomplexen, waarvan de vorming des te volledíger tot stand komt naarmate de verdunning sterker wordt. Het komt mij aannemelijk voor op grond van de boven medegedeelde uitkomsten, dat in zoutzuuroplossingen bij verdunning gelijksoortige werkingen tusschen zoutzuur en water optreden als MENDELEJEW † voor korten tijd uit de betrekking tusschen soortelijk gewicht en gehalte van zwavelzuuroplossingen tusschen zwavelzuur en water waarschijnlijk heeft gemaakt.

SALPETERZUUR.

$5^1/_2{}^0$	HNO_3	58.9	H_2O	$k = 1.557$
	HNO_3	65.6	H_2O	$k = 1.497$
6^0	HNO_3	16.5	H_2O	$k = 1.538$
	HNO_3	65.6	H_2O	$k = 1.496$
7^0	HNO_3	1.89	H_2O	$k = 2.083$
8^0	HNO_3	4.95	H_2O	$k = 2.054$
$8^1/_2{}^0$	HNO_3	28.3	H_2O	$k = 1.737$
	HNO_3	65.6	H_2O	$k = 1.714$
	HNO_3	87	H_2O	$k = 1.659$
9^0	HNO_3	2.89	H_2O	$k = 1.935$
	HNO_3	7.25	H_2O	$k = 2\,024$
	HNO_3	35.2	H_2O	$k = 1.778$
	HNO_3	425.6	H_2O	$k = 1.727$
$9^1/_2{}^0$	HNO_3	73.5	H_2O	$k = 1.765$

* THOMSEN (*Thermochem Unters.* 2, 430 en 3, 11) neemt aan, dat in water opgelost zoutzuur tot samenstelling heeft $HCl . H_2O$. Dit is onaannemelijk.

† *Berl. Ber.* 19, 379 en *Zeitschr. f. phys. Chemie* 1887, 273.

De verschijnselen komen overeen met die welke bij het zoutzuur verkregen zijn; met de verdunning der oplossing neemt de invloed van de verdunning op de grootte van den diffusiecoëfficiënt af, en bij oplossingen zwakker dan $H NO_3$ 16 H_2O is die invloed zeer gering.

Zwavelzuur.

$7^1/_2{}^0$	H_2SO_4	685.7	H_2O	$k = 1.042$
8^0	H_2SO_4	18.8	H_2O	$k = 1.067$
	H_2SO_4	36.2	H_2O	$k = 1.008$
	H_2SO_4	83.7	H_2O	$k = 1.015$
$8^1/_2{}^0$	H_2SO_4	83.7	H_2O	$k = 1.020$
	H_2SO_4	125.3	H_2O	$k = 0.990$
9^0	H_2SO_4	685.7	H_2O	$k = 1.140$
$11^1/_4{}^0$	H_2SO_4	71.3	H_2O	$k = 1.118$
13^0	H_2SO_4	0.53	H_2O	$k = 1.299$
	H_2SO_4	35.4	H_2O	$k = 1.244$

Azijnzuur.

8^0	$C_2H_4O_2$	± 38	H_2O	$k = 0.66$
13^0	$C_2H_4O_2$	46	H_2O	$k = 0.725$
	$C_2H_4O_2$	208	H_2O	$k = 0.782$ $(13^1/_4{}^0)$
$13^1/_2{}^0$	$C_2H_4O_2$	60	H_2O	$k = 0.760$
	$C_2H_4O_2$	84	H_2O	$k = 0.772$
14^0	$C_2H_4O_2$	128	H_2O	$k = 0.814$
$14^1/_2{}^0$	$C_2H_4O_2$	± 38	H_2O	$k = 0.78$

Zuringzuur.

$3^1/_2{}^0$	$C_2H_2O_4$	314.6	H_2O	$k = 0.613$
4^0	$C_2H_2O_4$	297.2	H_2O	$k = 0.650$
5^0	$C_2H_2O_4$	314.6	H_2O	$k = 0.658$
$7^1/_2{}^0$	$C_2H_2O_4$	± 135	H_2O	$k = 0.71$
$9^1/_2{}^0$	$C_2H_2O_4$	719.9	H_2O	$k = 0.810$
10^0	$C_2H_2O_4$	719.9	H_2O	$k = 0.839$
$13^1/_2{}^0$	$C_2H_2O_4$	1247	H_2O	$k = 1.049$
14^0	$C_2H_2O_4$	415.5	H_2O	$k = 0.935$
	$C_2H_2O_4$	689	H_2O	$k = 1.013$

Wijnsteenzuur.

2°	$C_4H_6O_6$	416.8	H_2O	$k = 0.339$
$3^1/_2{}^0$	$C_4H_6O_6$	416.8	H_2O	$k = 0.360$
5°	$C_4H_6O_6$	± 155	H_2O	$k = 0.374$
	$C_4H_6O_6$	416.8	H_2O	$k = 0.372$
9°	$C_4H_6O_6$	± 155	H_2O	$k = 0.45$

Druivezuur.

5°	$C_4H_6O_6$	± 155	H_2O	$k = 0.388$
	$C_4H_6O_6$	486.5	H_2O	$k = 0.378$ $(4^1/_2{}^0—5^0)$

De diffusiecoëfficiënten van wijnsteenzuur en druivezuur zijn gelijk. Deze uitkomst is in overeenstemming met de onderzoekingen van Ostwald *, Raoult †, Berthelot en Jungfleisch §, welke hebben aangetoond dat eene oplossing van druivezuur bestaat uit een mengsel van oplossingen van rechts en links wijnsteenzuur.

Barnsteenzuur.

15°	$C_4H_6O_4$	± 125	H_2O	$k = 0.55$

Citroenzuur.

$3^1/_2{}^0$	$C_6H_8O_7$	515.6	H_2O	$k = 0.315$
$4^1/_2{}^0$	$C_6H_8O_7$	515.6	H_2O	$k = 0.338$
9°	$C_6H_8O_7$	± 150	H_2O	$k = 0.41$

Kaliumhydroxyd.

$13^1/_2{}^0$	KOH	1665	H_2O	$k = 1.655$

Natriumhydroxyd.

8°	Na OH	329	H_2O	$k = 1.057$

Ammoniak.

$4^1/_2{}^0$	NH_3	15.9	H_2O	$k = 1.057$
	NH_3	84.5	H_2O	$k = 1.055$

* *Lehrb. der allgemeinen Chemie*, II, 867.

† *Zeitschr. f. phys. Chem.*, 1887, 186.

§ *Compt. Rend.*, 78.

NATRIUMCHLORIDE.

$5^1/_2{}^0$	$NaCl$	11	H_2O	$k = 0.732$
	$NaCl$	24.7	H_2O	$k = 0.727$
	$NaCl$	51.5	H_2O	$k = 0.736$
	$NaCl$	58.1	H_2O	$k = 0.756$
6^0	$NaCl$	106.7	H_2O	$k = 0.753$
7^0	$NaCl$	99.4	H_2O	$k = 0.767$
8^0	$NaCl$	11.1	H_2O	$k = 0.824$

AMMONIUMCHLORIDE.

$17^1/_2{}^0$	NH_4Cl	$\pm$ 61	H_2O	$k = 1.314$

CALCIUMCHLORIDE.

$8^1/_2{}^0$	$CaCl_2$	19.1	H_2O	$k = 0.697$
	$CaCl_2$	19.1	H_2O	$k = 0.746$ (diffundeert in $CaCl_2$ 30.6 H_2O)
9^0	$CaCl_2$	13	H_2O	$k = 0.715$
	$CaCl_2$	296.5	H_2O	$k = 0.637$
	$CaCl_2$	384	H_2O	$k = 0.683$
10^0	$CaCl_2$	27.6	H_2O	$k = 0.675$
	$CaCl_2$	27.6	H_2O	$k = 0.705$ (diffundeert in $CaCl_2$ 111.6 H_2O)

BARYUMCHLORIDE.

8^0	$BaCl_2$	46	H_2O	$k = 0.655$
	$BaCl_2$	337.1	H_2O	$k = 0.651$

KALIUMNITRAAT.

7^0	KNO_3	32.2	H_2O	$k = 0.849$
	KNO_3	106.6	H_2O	$k = 0.918$

NATRIUMNITRAAT.

$2^1/_2{}^0$	$NaNO_3$	7.7	H_2O	$k = 0.565$
	$NaNO_3$	43.6	H_2O	$k = 0.622$
$10^1/_2{}^0$	$NaNO_3$	18.1	H_2O	$k = 0.763$
	$NaNO_3$	95.3	H_2O	$k = 0.833$
$11^1/_2{}^0$	$NaNO_3$	27.7	H_2O	$k = 0.822$
	$NaNO_3$	95.3	H_2O	$k = 0.856$
13^0	$NaNO_3$	6.88	H_2O	$k = 0.766$
	$NaNO_3$	95.3	H_2O	$k = 0.896$

Zilvernitraat.

$3^1/_2{}^0$	$AgNO_3$ 434.7 H_2O	$k = 0.809$
$6^1/_2{}^0$	$AgNO_3$ 10.63 H_2O	$k = 0.4116$ (diffundeert in $AgNO_3$ 14.19 H_2O)
	$AgNO_3$ 10.63 H_2O	$k = 0.573$
$7^1/_2{}^0$	$AgNO_3$ 11.8 H_2O	$k = 0.649$
	$AgNO_3$ 25 H_2O	$k = 0.774$
	$AgNO_3$ 189 H_2O	$k = 0.899$

Loodnitraat.

12^0	$Pb(NO_3)_2$ 135.9 H_2O	$k = 0.659$
	$Pb(NO_3)_2$ 513.8 H_2O	$k = 0.707$

Natriumformiaat.

8^0	$HCOONa \pm 135$ H_2O	$k = 0.690$
$9^1/_2{}^0$	$HCOONa \pm 64$ H_2O	$k = 0.727$

Natriumacetaat.

$4^1/_2{}^0$	CH_3COONa 242.8 H_2O	$k = 0.517$
$14^1/_2{}^0$	CH_3COONa 68.6—161 H_2O	$k = 0.69$

Benzolsulfozuurnatrium.

$14^1/_2{}^0$	$C_6H_5SO_3Na \pm 184$ H_2O	$k = 0.673$

Natriumoxalaat.

6^0	$C_2O_4Na_2$ 376.1 H_2O	$k = 0.515$

Natriumtartraat.

4^0	$C_4H_4Na_2O_6$ 483.3 H_2O	$k = 0.418$

Natriumhyposulfiet.

$10^1/_2{}^0$	$Na_2S_2O_3$ 48.7 H_2O	$k = 0.543$
	$Na_2S_2O_3$ 245 H_2O	$k = 0.635$

Natriumcarbonaat.

$4^1/_2{}^0$	Na_2CO_3 224.3 H_2O	$k = 0.440$

MAGNESIUMSULFAAT.

$5^1/_2{}^0$	$MgSO_4$ 44.8 H_2O	$k = 0.275$
	$MgSO_4$ 184.3 H_2O	$k = 0.318$
7^0	$MgSO_4$ 97.5 H_2O	$k = 0.298$
	$MgSO_4$ 430.1 H_2O	$k = 0.323$
10^0	$MgSO_4$ 29.9 H_2O	$k = 0.274$
	$MgSO_4$ 248.4 H_2O	$k = 0.339$

UREUM.

$7^1/_2{}^0$	$CON_2H_4 \pm 110\ H_2O$	$k = 0.808$

CHLORALHYDRAAT.

9^0	$CCl_3COH \pm 134\ H_2O$	$k = 0.55$

MANNIET.

10^0	$C_6H_{14}O_6$ 220 H_2O	$k = 0.38$

Reeds in mijne vorige mededeeling heb ik gewezen op het verschil in uitkomsten door verschillende onderzoekers verkregen omtrent de veranderlijkheid van den diffusiecoëfficiënt met de concentratie der oplossing. Ik deelde daartoe de door GRAHAM, WEBER en SCHUMEISTER verkregen uitkomsten mede. Terwijl WEBER voor zinksulfaat eene vermindering van den diffusiecoëfficiënt met eene stijgende concentratie der oplossing vond, verkreeg SCHUMEISTER voor de door hem onderzochte zouten eene grootere waarde voor den diffusiecoëfficiënt, naar mate de gebezigde oplossing meer geconcentreerd was, terwijl GRAHAM vroeger voor zoutzuur en zwavelzuur eene uitkomst als die van SCHUMEISTER en voor andere stoffen als die van WEBER verkregen had.

Mijne vroegere onderzoekingen en de boven medegedeelde, welke zich over meer stoffen en over sommige in uitgestrekter grenzen uitstrekken, leeren dat bij nitraten en andere zouten, bijv. natriumhyposulfiet en magnesiumsulfaat, de diffusiecoëfficiënt afneemt met eene stijgende concentratie der oplossing; dat voor natrium- en baryumchloride de concentratie geringeren invloed heeft op de grootte van k, terwijl voor zoutzuur, en evenzoo voor salpeterzuur, zwavelzuur en calciumchloride — al is het dan ook voor deze veel zwakker — een beslist grooter worden van k met de concentratie der gebezigde oplossing optreedt.

De door verschillende onderzoekers verkregen uitkomsten spreken elkander dus niet tegen, en men mag het als vastgesteld beschouwen, dat in het algemeen de diffusiecoëfficiënt met de sterkte der oplossing verandert, en dat zij bij de eene reeks van stoffen met de concentratie toeneemt, bij de andere afneemt.

Uit mijne boven medegedeelde proeven blijkt, dat die verandering van k met de concentratie der gebezigde oplossing het gevolg is van moleculaire werkingen welke bij de diffusie van geconcentreerde oplossingen in water, tengevolge van de met de diffusie gepaard gaande verdunning der oplossing, intreden.

Bij verdunde oplossingen vertoonen de voor $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ gevonden waarden voor alle lagen eener zelfde proef over het geheel eene goede overeenstemming. Daarop maakt soms het gehalte voor de derde laag eene uitzondering. Daar het zoutgehalte dier laag gedurende den duur der proef aan veel geringer verandering onderhevig is dan dat van de drie andere lagen, (zie de noot op blz. 13) heb ik nergens het voor de 3de laag gevonden gehalte gebruikt voor de bepaling van de gemiddelde waarde van $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$, maar deze voor elke proef telkens berekend uit de waarden voor de lagen 1 + 2 en laag 4 gevonden.

Zeer groote afwijkingen vertoont het gehalte van de 3de laag bij de diffusie van sterke oplossingen van zoutzuur en van zilvernitraat in water. Wanneer eene sterke zoutzuuroplossing in water diffundeert, bevat — bij alle proeven — de derde laag veel meer zoutzuur dan theoretisch daarin voorhanden kan zijn. Bij de proef met eene sterke oplossing van zilvernitraat bevat de 3de laag minder dan zij bij dien duur der diffusie moest bevatten. Deze afwijkingen houden op wanneer sterke oplossingen van zoutzuur en van zilvernitraat, in plaats van in water, in minder sterke oplossingen dierzelfde stoffen diffundeeren. De voor de verschillende lagen voor $\frac{h}{2\sqrt{kt}}$ gevonden waarden eener zelfde proef wijken dan niet meer van elkaar af, dan bij proeven met verdunde oplossingen het geval is.

Bij de diffusie van eene sterke zoutzuuroplossing in eene minder sterke treden dus de storingen niet op, welke het onderzoek bij de diffusie dierzelfde oplossing in water leert kennen. Het ligt daarom voor de hand om de verandering van den diffusiecoëfficiënt van het zoutzuur, met toenemende verdunning te zoeken in de vorming van verbindingen tusschen zoutzuur- en watermoleculen, waarvan de vorming met de hoeveelheid water toeneemt en bij eene bepaalde verdunning eene bepaalde grens bereikt. Dan is het duidelijk, dat de diffusie-

coëfficiënt van de sterke oplossing in eene minder sterke oplossing grooter gevonden moet worden dan bij de diffusie in water, daar in het eerste geval de door de diffusie optredende verdunning veel geringer is dan in het tweede geval.

Het feit, dat sterke zoutoplossingen als van kaliumnitraat bij verdere verdunning nog eene sterke warmteabsorbtie vertoonen, als ook dat bij nitraten het vriespunt der oplossing langzamer daalt dan de concentratie toeneemt, heeft LOTHAR MEIJER * vroeger geleid tot de veronderstelling, dat in sterke zoutoplossingen nog molecuulgroepen voorkomen, die eerst bij verdere verdunning zich in kleinere ontleden. Dezelfde hypothese werd later door HITTORF, LENZ † e. a. gebezigd om den invloed van de sterkte van joodcadminmoplossingen op haar electrisch geleidingsvermogen te verklaren. Ook OSTWALD § heeft die hypothese ingevoerd.

In mijne vorige mededeeling wees ik er op, dat de bij de diffusie van verschillend geconcentreerde oplossingen van natrium- en zilvernitraat verkregen uitkomsten ook verklaard kunnen worden door het aannemen van molecuulaggregaten in de oplossing, welke des te volledíger in eenvoudiger groepen worden gesplitst naarmate de hoeveelheid water toeneemt.

De kleinere waarde, welke ik voor den diffusiecoëfficiënt eener sterke zilvernitraatoplossing vind, welke diffundeert in eene zwakkere zilvernitraatoplossing, vergeleken met den diffusiecoëfficiënt dierzelfde oplossing in water, bevestigt deze hypothese opnieuw.

Bij de diffusie in eene zwakke oplossing is de verdunning der oplossing veel geringer dan bij de diffusie in water; in 't eerste geval blijven dus meer molecuulgroepen onontleed, of ontleden zij zich tot groepen welke toch nog samengestelder zijn dan die, welke bij sterkere verdunning gevormd worden. In 't eerste geval moet dus de diffusiecoëfficiënt kleiner worden, en dat wordt door de proefneming bevestigd.

Ten onrechte schrijft m. i. VON WROBLEVSKI ** „Sollten die von H. F. WEBER und SCHUMEISTER behaupteten Beziehungen neben einander bestehen können, so würden wir es hier mit einer Erscheinung zu thun haben die man in keinen Zusammenhang mit den bis jetzt bekannten Eigenschaften der Flüssigkeiten zu bringen im Stande wäre".

Mijne boven medegedeelde onderzoekingen toonen met voldoende zekerheid

---

* *Die mod. Theorien d. Chem.* 3e Aufl. S. 238, u. f.

† OSTWALD, *Lehrb. d. allg. Chem.*, I, S, 567.

§ OSTWALD, *Lehrb. d. allg. Chemie*, I, S. 413, 817.

** *Wied. Ann.*, Bd. 13, S. 608.

aan, dat bij de verdunnung van sterke oplossingen moleculaire werkingen tot stand komen, welke nu eens een toenemen dan weer een afnemen van den diffusiecoëfficiënt met de concentratie der oplossing ten gevolge hebben. Het wordt daardoor duidelijk dat men bij sterke oplossingen van eene diffusie „constante" niet meer kan spreken, alsook dat men eene betrekking tusschen de diffusiesnelheden van verschillende stoffen, — eene betrekking tusschen de diffusiesnelheid van eene stof en hare andere eigenschappen, en de veranderlijkheid van den diffusiecoëfficiënt met de temperatuur — 't gemakkelijkst zal ontdekken bij het onderzoek van oplossingen, welke zoo sterk verdund zijn, dat verdere verdunning geene moleculaire veranderingen meer teweegbrengt.

Veendam, Augustus 1887.

VERDEELING DER WARMTE OVER DE AARDE

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

De temperatuur, welke op een gegeven dag of gemiddeld in eene maand op eene plaats heerscht, hangt af van de warmte welke er aanwezig is, van het bedrag dat zij van buiten te dier tijde ontvangt en naar buiten afgeeft. Onder dit woord „buiten" kan men dan afzonderlijk verstaan wat de grensoppervlakte van den dampkring naar de eene of andere zijde overschrijdt en wat eenvoudig buiten de plaats van waarneming gelegen is. Reeds is het hoogst moeielijk in de eerste beteekenis van het woord het vraagstuk op te lossen, omdat de waarneming niet toelaat de constanten nauwkeurig genoeg te bepalen; maar geheel ontoereikend is nog de theorie om aan te geven, hoeveel door lucht en water aan- en afgevoerd wordt, hoeveel warmte de regen geeft, de uitdamping wegneemt.

Dan eerst zal de meteorologie den naam van wetenschap verdienen, als de kennis der feiten in een logisch verband zal zijn gebracht.

Moet iedere wetenschap verschillende graden van ontwikkeling doorloopen, nadat zij het mythologisch en theologisch tijdperk achter zich heeft gelaten, zoo moet zij bouwsteenen, waarnemingen, verzamelen en kan zij de theorie, den bouwmeester, niet missen. Deze moet haar aanwijzen welke waarnemingen voornamelijk telkens verlangd worden en, waar de meteorologie niet zooals andere wetenschappen proeven kan doen om de aanvankelijk ontworpen hypothesen te toetsen, daar moet zij de statistische methode toepassen, welke minder direct en bepaald is, maar toch nauw zich aan het proefnemen aansluit, daar men door haar geleid wel niet onder omstandigheden, die zekere invloeden buiten sluiten, de werking der overige kan bepalen, maar toch de vroeger gedane waarnemingen zoo kan rangschikken, dat althans een der oorzaken in

verre de grootste mate op die waarnemingen invloed heeft en men dus door weer veranderde rangschikking de verschillende oorzaken kan opsporen.

Zoo was ook de ontwikkelingsgang harer oudere zuster, de astronomie. Deze gaf ook aanvankelijk hare perioden naar de statistische methode, maar vond spoediger, en reeds voordat de meteorologie nog eenige schreden gedaan had op het terrein van wetenschap, hare leidsvrouw in de wet van NEWTON, nadat kort te voren KEPLER door de vreemdste hypothesen maar die hij, zooals het geëischt wordt, steeds aan de waarneming toetste, zijne drie waarheden gevonden had. Het is nu de wiskunde die, naarmate zij meer ontwikkeld wordt, dien tak der sterrekunde, welke alleen over de beweging handelt, voedt en leidt en juister de verschijnselen zal verklaren en voorspellen, enkel aan de waarneming de bepaling der constanten vragende.

Zelfs de natuurkunde kan nog van een statistisch onderzoek veel leeren, en een groot deel van de chemie, waar het de waarheden geldt, welke met die der natuurkunde op een zelfde terrein liggen, tracht nog door zulk een onderzoek op het spoor te komen van theoretische wetten, die haar eens met de natuurkunde zullen vereenigen onder den naam van mechaniek der monaden.

De meteorologie zal wel het langst tot statistische methoden hare toevlucht moeten nemen wegens de zoo veelvuldige werkingen der warmte, die onophoudelijk op elkander wederkeerig invloed oefenen. Toch is het velen reeds gelukt enkele leidende beginselen te ontdekken. Bepaaldelijk zijn ten opzichte van het onderwerp, waarover wij nu handelen, theorieën voorgedragen, en hebben v. HUMBOLDT en DOVE in deze eeuw, en op hun voetspoor anderen, een menigte feiten verzameld en ordelijk vereenigd, waaraan die theorieën getoetst kunnen worden, om ze weder nader te bepalen en te wijzigen.

Ware de aarde een vast lichaam zonder water of dampkring, dan zoude de theorie ons zeer ver kunnen brengen; wij zouden vrij wel kunnen bepalen, hoeveel een plaats aan de oppervlakte aan het binnenste van onze planeet onttrekt, omdat die hoeveelheid uit het geleidingsvermogen, kenbaar vooral aan de toeneming der temperatuur in grootere diepten, zou kunnen worden afgeleid, en die welke van sterren, maan en zon ontvangen wordt en naar buiten wordt uitgestraald zou kunnen bepaald worden. De eerste oorzaak is gering maar toch wezenlijk. Al is de temperatuur aan de oppervlakte naar FOURIER thans vrij constant, toch ontvangt die oppervlakte voortdurend warmte, hier meer daar minder uit de aarde zelve; welke dus afkoelt, niettegenstaande LAPLACE uit de niet merkbaar verminderde lengte van den dag het tegendeel afleidde, daar hij op dat oogenblik buiten rekening liet dat er andere oorzaken zijn die den dag langer moeten maken, bijv. de werking van ebbe en vloed, en dat dus

de dag slechts in zooverre constant blijft, als hij door verminderde warmte der aarde alleen werkelijk evenveel verkort wordt als door de genoemde invloeden verlengd.

Deze geringe warmtebron, uit het binnenste der aarde vloeiende, komt ten opzichte van haren invloed en de wijze van werking in vergelijking met de warmte door de sterren gegeven; want, ofschoon niet zoo volkomen als deze, geeft zij toch hare warmte vrij gelijkmatig aan alle deelen der oppervlakte. De warmte der maan volgt daarentegen nagenoeg dezelfde wet van verdeeling over de aarde als die der zon, maar is millioenen malen geringer dan zij.

Wij hebben dus bijna uitsluitend op de zonnewarmte te letten. Hare werking werd reeds aangegeven door HALLEY en LAMBERT in de vorige eeuw, nu voor een dertigtal jaren door MEECH, en onlangs door ANGOT *.

Is c het aantal caloriën door de zon (steeds door hare halve oppervlakte en wat over de grenzen van de zichtbare helft nog mede kan werken) in een tijddeeltje, waarin de waarde u van den uurhoek du vermindert, naar een vierkanten centimeter aan de oppervlakte der aarde uitgegeven, loodrecht op de richting van daar naar de zon; is verder α het absorptie-vermogen van dat deeltje en ϱ de afstand van dat deeltje tot de zon, dan is de hoeveelheid in een dag op zulk een oppervlakte ontvangen:

$$W = \int \frac{c\alpha}{\varrho_2} \, Sin\ h \, du = \int \frac{c\alpha}{\varrho_2} \left\{ Sin\ \varphi\ Sin\ \delta + Cos\ \varphi\ Cos\ \delta\ Cos\ \varphi \right\} du$$

Voor een dag zijn ϱ en δ nagenoeg constant en daar de grenzen van $h = o$ des ochtends tot $h = o$ des avonds zijn, wanneer $Cos\ u$ van $- tg\ \varphi\ tg\ \delta$ tot $+ tg\ \varphi\ tg\ \delta$ genomen wordt, zoo komt

$$W = \frac{c\alpha}{\varrho_2} \, Sin\ \varphi\ Sin\ \delta\ (u - tg\ u)$$

Deze warmte neemt dus die cM² op, terwijl de anomalie Θ der aarde van den eenen dag op den anderen ongeveer $\frac{360}{365} = \Delta\Theta$ graad veranderd is.

Zoo heeft men dan op eene plaats wier breedte φ is in een jaar

$$W = \int \frac{c\alpha}{\varrho^2} \, Sin\ \varphi\ Sin\ \delta\ (u - tg\ u)\, d\Theta$$

en moet men nu ook de δ en u in functie van Θ uitdrukken.

* SCHMID, *Lehrbuch der Meteorologie*, Leipzig 1860.
MEECH, *On the relative intensity of the Heat and Light of the Sun*, Washington 1856.
ANGOT, *Recherches théoriques sur la Distribution de la Chaleur à la surface du globe*, Paris 1886.

Met nauwkeurigheid is het bijna ondoenlijk die hoeveelheid hieruit te bepalen, daar nog zoovele onvolledig bekende grootheden er in voorkomen, waaromtrent de onzekerheid grooter is dan die door een benaderende berekening veroorzaakt wordt. Het best is het dus voor ieder der 365 dagen, of telkens voor ieder der 30 dagen van eene maand, te berekenen, hoeveel de warmte van het etmaal op een gegeven plaats bedraagt, en dan op te tellen.

Over de geheele aarde zal men de afwisseling kennen, indien O de oppervlakte van den grooten cirkel der aarde, A de halve as der aardbaan, en hare excentriciteit, θ de ware en $a + nt$ de middelbare anomalie is, verbonden door de evenredigheid

$$\int \tfrac{1}{2} \frac{\delta\theta}{\varrho^2} : A\,\pi \sqrt{1-e^2} = a + nt : 2\,\pi$$

uit de formules, waarin $C = ca$ zij

$$W = C\,O \int \frac{1}{\varrho^2} = C\,O \frac{\theta - \theta'}{A^2\, n \sqrt{1-e^2}}$$

waaruit men ziet, dat de hoeveelheid, in eenig tijdsverloop ontvangen, evenredig is aan de verandering in anomalie, gedurende dat tijdsverloop.

Halley leidde uit dergelijke formules reeds af, dat over de verschillende breedtecirkels de betrekkelijke hoeveelheid van de zon ontvangen warmte, wanneer de declinatie der zon $\delta = o$, $+ 23^0$, $- 23^0$ is als hieronder wordt aangegeven:

	$\delta = o$	$\delta = + 23^0$	$\delta = - 23^0$
0	20000	183	183
10	19796	203	158
20	188	217	132
30	173	226	101
40	153	230	69
50	129	230	38
60	100	228	11
70	68	235	0
80	35	247	0
90	0	251	0

Lambert deelde zoodanige tabel uitvoeriger mede en Meech gaf ze het uitvoerigst van tien tot tien dagen. Ik neem ze over uit Schmid, p. 120, waarbij ik de tiende deelen weglaat:

Intensiteit der zonnestraling op de noordelijke breedtecirkels.

Datum.	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Januari 1	77	67	56	43	30	16	5			
" 16	78	69	58	46	33	19	7			
" 31	80	72	62	50	39	25	12	1		
Februari 15	81	75	67	56	45	32	19	6		
Maart 2	82	78	71	63	53	41	28	14	2	
" 17	82	80	76	70	61	50	37	25	12	
April 1	81	81	80	75	69	60	50	38	26	20
" 16	79	82	82	80	75	69	61	51	44	45
Mei 1	77	81	84	84	81	77	71	65	64	65
" 16	75	81	85	87	86	83	80	77	80	81
" 31	73	80	85	88	89	88	86	87	91	92
Juni 15	72	80	85	88	90	90	89	92	96	98
Juli 1	72	80	85	89	90	89	88	91	95	97
" 16	73	80	85	88	88	87	84	84	88	90
" 31	75	80	84	85	84	82	77	73	76	77
Augustus 15	77	81	83	82	80	75	68	61	59	60
" 30	79	81	81	78	72	66	57	48	39	39
September 14	80	80	78	73	66	59	47	34	22	15
" 29	81	78	74	67	58	47	36	23	9	
October 14	81	76	70	61	50	38	26	13	1	
" 29	80	73	65	55	42	30	17	5		
November 13	79	71	61	50	37	24	11	1		
" 28	77	68	57	45	32	19	7			
December 13	77	67	55	43	30	16	5			

Hij gaf ook voor de hoeveelheid door de geheele aarde ontvangen:

	Zomer.	Winter.	Jaar.
Aequator	6.026	6.026	12.052
23° breedte	6.570	4.577	11.147
45° "	6.220	2.682	8.902
67° "	5.307	0.717	6.024
Pool "	5.004	—	5.004

ANGOT heeft onlangs het eerste gedeelte van zijn werk uitgegeven en daarin onderzocht, welken invloed de dampkring naar mate van de meerdere of mindere helderheid heeft, waardoor de hoeveelheid welke onmiddellijk op de oppervlakte der aarde aankomt dikwerf aanmerkelijk wordt gewijzigd; terwijl men dan eigenlijk nog in acht zou moeten nemen, dat warmte in de hoogere lagen opgewekt later en ook op aangrenzende breedten aan de bewoonde aarde wordt medegedeeld.

Neemt men nu uit die uitvoerige tafels voor eenig tijdperk van het jaar op de breedte der plaats, waarvoor men de ontvangen hoeveelheid warmte wil kennen, a maal de hoeveelheid bij de helderheid 1, b maal de hoeveelheid bij de helderheid 0.8 enz., als a, b, c het betrekkelijk aantal dagen is die in zoodanig tijdperk voorkomen, en leidt men daaruit het gemiddelde af, zoo kan men vrij nabij de ontvangen hoeveelheden schatten.

Wat de uitgaven aangaat, zoo moet men erkennen dat die zeer onzeker zijn. In het geheel is de uitgaaf gelijk aan de ontvangst, want de gemiddelde temperatuur blijft zelfs na eeuwen ongeveer dezelfde, maar het is duidelijk dat de aequator, omdat zijn temperatuur het hoogst is, meer verliest bij gelijken aard van de oppervlakte van den grond. De besluiten van POUILLET uit zijne ingenieuse proeven omtrent de temperatuur der hemelruimte 146° C. zijn onzeker, gelijk ook in physisch opzicht die proefnemingen nog onvolkomen moeten geacht worden. LANGLEY schrijft eene hoogere temperatuur aan de hemelruimte toe, maar ook deze schatting is ver van zeker. Daarenboven, al kenden wij die temperatuur volkomen, zoo zou de bepaling van wat door uitstraling verloren gaat toch nog een moeielijk vraagstuk zijn.

Het is niet genoeg het emissievermogen der stoffen te kennen, want een groot gedeelte van de warmte die uitgestraald wordt, wordt door de wolken weerkaatst en voor een ander deel door de lagere en hoogere luchtdeeltjes aangenomen, welke dan weder van onder en van terzijde evenzeer als naar boven die warmte afgeven, zoodat het niet juist bepaald kan worden, hoeveel van een zeker deel der oppervlakte eigenlijk de aarde geheel verlaat.

Zie daar dan nu wat de theorie in staat geweest is te geven en wat zij nog van de physische waarneming verlangt ten opzichte van de totale directe ontvangst en uitgaaf.

Nog veel onvolkomener kan zij de tweede vraag oplossen: hoeveel wordt door water en lucht van de eene plaats naar de andere gevoerd.

Wat daaromtrent theoretisch in het algemeen aangevoerd kan worden, heb ik bij de oprichting van het Instituut aangegeven *. Hoewel die beschouwin-

* BUYS BALLOT. Over lucht- en zeestroomingen, Utrecht 1854, omstreeks 20 jaren later vertaald door den Heer L'ESTOURGIES. Les courants de la mer et de l'atmosphère Bruges 1874.

gen nog geldend en, indien men in aanmerking neemt dat de invloed van de zeestroomingen daarin zwakker is voorgesteld *, ten opzichte van dien der winden, en de temperatuur van het water aan den bodem hooger dan de reizen van de Novara, Challenger, Talisman later geleerd hebben, toch zijn de trekken slechts in het algemeen voorgesteld en ontbreekt ons de kennis nog geheel: hoeveel dan wel van de plaats *a* naar de plaats *b* wordt gevoerd en hoeveel daarvoor in de plaats treedt. De snelheid van de luchtstroomen beneden en hunne temperatuur, die van het water aan de oppervlakte, geven geen recht om quantitatief te doen besluiten tot de hoeveelheden in hoogere en lagere eenigszins verder van de oppervlakte verwijderde lagen over ons hoofd of beneden ons verplaatst.

Zoo moeten wij dan, vooralsnog, de statistische methode aanwenden en vragen hoe hoog dan wel in verschillende tijden van het jaar en op verschillende plaatsen de temperatuur werkelijk waargenomen is en hoeveel zij van de theoretische verschilt.

Over de oppervlakte van eene aarde geheel vast, zonder dampkring of met een dampkring van een doorschijnende vaste stof, zou de temperatuur alleen van de breedte afhankelijk moeten zijn. Ook al ware de dampkring bewegelijk zouden alleen de oneffenheden op de aarde, de bergruggen, eene geringe storing teweeg brengen. Ware de zee onbewegelijk, dan zouden de isothermen gebroken cirkels zijn, aan de grenzen van zee en land plotseling eene verschuiving vertoonende ; maar nu de zee vloeibaar water is en de dampkring luchtvormig, dus ook uiterst bewegelijk, en hij water in den vorm van damp uit de zee opneemt en wegens de omwenteling der aarde oostwaarts weder neer doet vallen, nu is het te verwachten, en de statistiek leert het, dat de isothermen (VON HUMBOLDT ontwierp ze ons juist naar aanleiding van statistische gegevens) onregelmatig golvende lijnen zullen zijn, die alleen in de nabijheid van den aequator en in de zeer zuidelijke breedten, waar geen vaste grond met de wateroppervlakte afwisselt, meer evenwijdig aan de parallelcirkels zullen loopen.

Omtrent het begin der vorige eeuw deden reeds PILGRAM in Oostenrijk, MUSSCHENBROEK in Utrecht, later in Leiden, BOUVARD in Parijs, BRANDES in Duitschland en zoovele anderen meteorologische waarnemingen, maar meer nog met het oog op de verschijnselen aan de plaats zelve. In het einde daarvan vereenigde MAHLMANN ze, VON HUMBOLDT gaf isothermen voor het jaar, terwijl reeds isothermen en isochimenen onderscheiden werden. DOVE die op vele

* JAMES CROLL heeft in zijn werk *On climate and time* en in verhandelingen in het *Philosophical Magazine* de hoeveelheden juister trachten te schatten, die door den golfstroom vervoerd worden.

plaatsen tot waarneming aanspoorde en ze bewerkte, publiceerde reeds Monatsisothermen en isanomalen, hetgeen weer ten gevolge had dat de waarnemingsplaatsen zich vermenigvuldigden, dat, bijzonder na 1848, dat aantal zich aanmerkelijk uitbreidde en na 1874, op het Congres van Weenen, ook getracht werd op verafgelegen bijna ontoegankelijke plaatsen op hooge bergen en in onherbergzame oorden in hooge breedte waarnemingsplaatsen te verkrijgen.

WENCKEBACH bij ons had reeds omtrent 1840 aangevangen den gang van den barometer op eene nieuwe plaats te bepalen door vergelijking van de gedurende weinige jaren aldaar gedane waarnemingen met de gelijktijdige op naburige plaatsen, waarvoor lange reeksen aanwezig zijn; en ik volgde hem spoedig, van 1847 af*, daarin na ten opzichte van den gang der temperatuur, dien ik zelfs met aanwending der zelfde contrôle voor elken datum bepaalde om de afwijkingen ook voor elken datum te kennen en zoo te zien, of er verschillende gedeelten van het jaar waren waarin tijdelijk verhooging of verlaging plaats greep.

De meeste gegevens hebben wel in den laatsten tijd WILD te St. Petersburg †, HANN te Weenen § verzameld, en het is naar zijne uitkomsten door R. SPITALER ** in het licht gegeven, dat ik de afwijking der werkelijke verdeeling van de theoretische in getallen wil doen uitkomen.

Het kwam mij wenschelijk voor om wat DOVE reeds door zijne isothermen en isanomalen op tot het oog sprekende wijze in lijnen en kleuren gaf, nu wij meer en meer betrouwbare gegevens hebben, ook in de ware grootte voor elke plaats in den vorm van afwijkingen numerisch te geven.

Daartoe vulde ik eerst door interpolatie de temperaturen voor de bij SPITALER opengelaten plaatsen aan. Zijne kaart vermeldt namelijk wel voor de meridianen van vijf tot vijf graden getrokken de temperatuur van elk kruispunt met den breedtecirkel van tien graden getrokken, maar voor de breedtecirkels, welke door een oneven aantal van vijf graden bepaald zijn, vermeldt hij alleen die, welke gelden voor de meridiaancirkels, wier rang door een even aantal van vijf graden is voorgesteld. Voor de overblijvende plaatsen dus voegde ik bij benadering het rekenkundig midden van de aan ter weerszijde gegeven kruispunten toekomende

* In mijne *prière à ceux qui veulent bien de la météorologie*, Utrecht 1856, verzocht ik de instrumenten en hunne plaatsen niet te verwisselen zonder gelijktijdige waarnemingen op de oude plaats eenigen tijd te laten staan, omdat het anders zoo moeielijk is verschillende reeksen met elkander in verband te brengen.

† WILD, *Die Temperatur-verhältnisse des Russischen Reichs St. Petersburg* 1881.

§ HANN, Verschillende onderzoekingen in de *Sitzungsberichte der K. K. Akademie* en in het *Meteorologische Zeitschrift*.

** R. SPITALER, Denkschriften der *Mathemathisch naturwissenschaftlichen Classe der Kaiserlichen Akademie*. Wien, 1885.

temperatuur, zoodat bijv. de temperatuur van 55° breedte en 55° lengte tot waarde kreeg de halve som van de temperatuur op de plaatsen van 40° en 60° lengte op dienzelfden breedtecirkel. Enkele malen op en bij de grenzen van land en zee kan daardoor een kleine onnauwkeurigheid ontstaan, omdat dan de twee getallen wel eens een vrij groot verschil toonen, maar over het algemeen kan die onnauwkeurigheid geen storing brengen in de wet. De gemiddelde waarde van den breedtecirkel verandert daardoor niet; ik kon dus al de door SPITALER gegeven middelbare temperaturen gebruiken, met uitzondering van een die foutief is opgegeven: 4°.26 in plaats van 5°.57, voor den breedtecirkel van 65° N. Br.

Ter vergelijking voer ik ook de door DOVE, volgens de hiervoor toen bestaande waarnemingen, aangenomen waarden aan en laat ik de waarden voor de N. breedten $(2n + 1) \times 5^0$ en die voor de zuidelijke breedten ter bekorting weg, omdat die door DOVE niet gegeven zijn.

	Januari			Juli			Jaar		
	DOVE	SPITALER		DOVE	SPITALER		DOVE	SPITALER	
	N. Br.	N. Br.	Z. Br.	N. Br.	N. Br.	Z. Br.	N. Br.	N. Br.	Z. Br.
80	— 29.1	— 32.0		+ 1.1	+ 2.6		— 14.0	— 16.5	
70	— 24.4	— 25.5		7.3	7.2		— 8.9	— 9.9	
60	— 15.8	— 16.0		13.5	14.1		— 1.0	— 0.8	
50	— 6.8	— 7.2	8.0	17.0	18.1	5.2	+ 5.1	+ 5.6	5.9
40	+ 4.6	+ 3.9	16.1	22.4	23.8	9.7	+ 13.6	+ 14.0	11.8
30	+ 14.8	+ 13.9	22.6	25.8	28.3	15.3	+ 21.0	+ 20.3	18.5
20	+ 21.1	+ 21.7	25.5	27.6	28.1	20.5	+ 25.2	+ 25.6	22.7
10	+ 25.1	+ 25.7	28.8	27.1	26.7	24.0	+ 26.2	+ 26.4	25.0
0	+ 26.4	+ 26.2		25.9	25.5		+ 26.5	+ 25.9	

Men ziet, dat de waarden der breedtecirkels, met uitzondering van die der hoogste breedten, bij DOVE en SPITALER nauwelijks een graad uiteenloopen en dat het dus weinig verschil zou gemaakt hebben, al had ik de getallen van DOVE gebruikt. In Juni neemt de temperatuur van 0° tot 80° N. Br. geen 25° af, in Januari 55°; zoodat in den winter de pool- en de aequatoraalstroomen beide sterker moeten zijn.

De snelheid van afneming der jaarlijksche temperatuur, met toenemenden afstand van den aequator, is grooter dan men allicht zou verwachten, als men er alleen op lette, dat de hoeveelheden warmte, welke die hooge breedten in een geheel jaar ontvangen, toch bijna gelijk zijn aan die, welke aan den aequator worden medegedeeld en slechts minder bij niet genoegzame doorschijnendheid van den

dampkring; maar men moet niet vergeten, dat er zooveel ijs te smelten is, 'twelk in de voorgaande maanden gevormd werd, en dat de geheele aardkorst, aldaar van 30° onder nul af, moet worden verwarmd. Men vindt ook slechts even een maximum der temperatuur omstreeks den N. keerkring, waar dan toch de meeste warmte ontvangen wordt, om dergelijke reden.

Met de zoo verkregen gemiddelde waarden van de breedtecirkels vergelijk ik nu de waarde van elk punt der aardoppervlakte. In plaats van de laatste zelve te geven, geef ik hare verschillen met de eerste en duid die met gewone dunne cijfers aan als de temperatuur eener plaats beneden, met vette cijfers, als zij boven de gemiddelde temperatuur zijn van den breedtecirkel, waartoe zij behooren. Gewone en vette cijfers spreken even duidelijk als twee verschillende kleuren, zooals die door anderen algemeen gebezigd worden, maar behalve dat zij onkosten uitsparen, vooral als men in de kleuren nog donkerder en lichter tinten wil aanbrengen, geven zij ook onmiddellijk het juist gevonden bedrag der afwijking.

Men vermijdt door de gewone en vette cijfers tevens het ongerief om telkens + of — voor de getallen te zetten. Deze voorstelling met vette en gewone cijfers acht ik voor tabellen zelfs duidelijker, omdat men plaats wint en meer wit kan overlaten.

In de Nederlandsche jaarboeken heb ik deze voorstellingswijze reeds meer dan dertig jaren lang gegeven. Daar dient zij om voor elke plaats gemakkelijk te doen zien, hoelang achtereen in tijd, thermometers en ook barometers in den zelfden zin afwijken, gelijk dit voor Utrecht in elke daar voorkomende tabel D aangewezen is, hier hoever in ruimte zich zulk eene afwijking uitstrekt.

Op de drie eerste kaarten ziet men dus voor het jaar, voor de koudste maand Januari, en voor de warmste maand Juli, waar het warmer, waar het kouder is dan gemiddeld op zoodanigen breedtecirkel, en men ziet dat dit kouder en warmer zijn voornamelijk van de verdeeling van land en zee over de oppervlakte der aarde afhangt, op de zee zelve ook van de zeestroomingen, die nog aan de kusten haren invloed doen gevoelen. De grootte der getallen wijst de grootte der *anomalie* aan en geeft gelegenheid om door onderling even groote getallen de door Dove ingevoerde *isanomalen* te trekken. Door de kleinste getallen, weinig naar de eene of andere zijde van nul verschillende, gaat dan de thermische lijn van het jaar op de eerste kaart, en die van Januari of van Juli op de beide andere.

Deze thermische lijnen liggen ongeveer, zooals dat in de werken van Dove *

* Dove, *Die Verbreitung der Wärme auf der Oberfläche der Erde*, Berlin 1852. Verg. zijne latere uitgaaf der *Monats- und Jahres-isothermen*, Berlin 1864.

aangegeven is, niettegenstaande sedert dien tijd twintig jaren verloopen zijn en wij veel meer en veel beter betrouwbare uitkomsten voor de temperatuur verkregen hebben. Om de kaartjes niet te overladen, zijn die lijnen er niet bijgeteekend. De gemiddelde temperaturen van elken breedtecirkel, die wij ook ter zijde van de kaartjes vermelden om door optrekking en aftrekking de getallen van SPITALER terug te kunnen vinden, kan men in het vorige tafeltje bladz. 9 vergelijken met die, welke DOVE in 1867 moest aannemen.

Wij vinden, door de afwijkingen op te tellen welke achtereenvolgens hetzelfde teeken hebben, dat die sommen op de volgende wijze over de breedtecirkels verdeeld zijn, gelijk Tabel I ook aanwijst.

Op de drie hoogste breedtegraden hebben wij dus slechts één tegenstelling. Over Groenland tot boven het westelijk deel van Azië, zijn de afwijkingen positief.

Op de parallellen van 60°—30° komen twee tegenstellingen voor, omdat beide werelddeelen hun invloed uitoefenen, Amerika zwakker dan Azië; het eerste heeft aan de oostzijde beneden de 45° lage temperaturen. Een kleine verdeeling beoosten Azië tusschen 50° en 70° O. L., tellen wij niet mede, omdat die nog geen graad bedraagt.

Als nu Amerika op 20° N. Br. en de linie zeer smal wordt, is er weder slechts één tegenstelling. Dan weder twee, totdat Australië op 25° Z. Br. een derde verhooging van temperatuur geeft. Verder zuidelijk op heeft men weder slechts twee of één tegenstelling.

De westkust van Afrika wordt in het bijzonder koud, welke koude zich verder en verder in den Atlantischen Oceaan uitstrekt. De grootte van de gedeeltelijke tegenstellingen zal men meer in het algemeen, maar dan ook duidelijker, uit de volgende tabel zien, waarin de geheele som der afwijkingen, onverschilig welk teeken zij hebben, opgenomen is.

N. Br.		N. Br.		N. Br.		Z. Br.		Z. Br.	
80	218	55	254	30	136	0	39	30	125
75	302	50	234	25	130	5	38	35	101
70	368	45	172	20	117	10	87	40	107
65	310	40	131	15	102	15	113	45	108
60	276	35	129	10	85	20	124	50	131
				5	48	25	114	55	130

De tegenstelling en daarmede de luchtstroomen, welke de warmte meer in den zin der breedtecirkels verplaatsen, zijn in het noordelijk-halfrond dus veel sterker dan in het zuider-halfrond, het sterkst op de noorderbreedte van ongeveer

*

70°, alwaar de Noordkaap twintig graden warmer is dan het oosten van Azië, terwijl het verschil met een punt op de linie op denzelfden meridiaan nauwelijks grooter is: — 9°.9 + 13°.2 of 3°.3 voor de Noordkaap tegen + 25°.9 + 0°.1 of 26° op de linie. Ook liggen die uiterste punten langs den breedtecirkel niet zoover uiteen. De 105 graden lengte hebben aldaar de waarde van 60 graden op den aequator, terwijl het breedteverschil 70° bedraagt en dus grooter is.

Geen wonder dan, dat boven de oostelijke gedeelten van Azië en Amerika groote afwisselingen en buiten deze periodische afwisselingen ook nog zoo zeer groote aperiodische storingen worden waargenomen, waardoor het gelijktijdig verschil tot boven het dubbele van de even vermelde waarde kan stijgen. In het zuidelijk-halfrond bedraagt het gemiddeld warmteverschil op geen enkel paar plaatsen van den breedtecirkel 10 graden, of het moest zijn aan de oostpunt van Afrika waar langs de koude stroom, welke van het zuidpoolbekken afkomt, opstijgt en een bijzonder groot verschil teweeg brengt tusschen de zee ten westen van Afrika en de zuidoostpunt van dat werelddeel. Deze strooming brengt de ijsbergen tot dicht bij de Kaap de Goede Hoop en daarmede lage temperatuur langs het oosten van Azië, terwijl zij den warmen stroom, die tusschen Afrika en Madagascar afdaalt voor het grootste gedeelte, zooals dat in de werken van het Instituut * aangeduid is, terug keert en verder naar Java en Australië heendrijft.

In Januari is de tegenstelling der positieve en negatieve temperatuur-afwijkingen natuurlijk nog sterker. De eerste zijn in het noorder-halfrond boven de zeeën op te merken en boven de westelijke kusten, waar de zeestroomingen, vooral de golfstroom, haren invloed nog doen gelden; en in het zuider-halfrond boven Australië en aan de oostkust van de vaste landen. De negatieve afwijkingen komen dus voor boven Amerika en Azië ten noorden, ook in de zeeën noordelijk daarvan gelegen, terwijl de Noord-Atlantische Oceaan tot boven de 80° en nog wel tot 60° O. L. het te warm heeft. In het zuider-halfrond is de oceaan alleen tusschen Australië en Zuid-Amerika te warm. Terwijl evenwel op de zee de afwijkingen in den een of anderen zin slechts vier graden hoogstens bedragen, heeft men in de noorderzee, voor zoover de golfstroom aldaar zich beweegt, eene verwarming van tien ja meer dan van twintig graden. De negatieve afwijkingen boven het land gaan in oostelijk Amerika tot 10°, in oostelijk Azië ook tot 20 graden. Men vindt dat in maat in tabel II aangegeven.

---

* *Onderzoekingen met den zee-thermometer*, Kemink & Zn., Utrecht 1861. Alle werken van het Instituut zijn te verkrijgen bij H. G. Bom te Amsterdam.

De samenhang der afwijkingen van gelijk teeken is als volgt: wij hebben boven de 60° N. Br. slechts één tegenstelling, ongeveer tusschen 60° W. L. en 65° O. L., met de andere deelen der breedtecirkels; dan twee tegenstellingen op de volgende breedtecirkels tot 25° N. Br. Tusschen den keerkring en den aequator zijn er drie à vier flauwere tegenstellingen. Tot vijf graden ter weerszijden van de linie is weder slechts één tegenstelling, evenals op 50° en 55° Z. Br.; tusschen den zuider keerkring en 40° Z. Br. drie, op 40° en 45° Z. Br. twee.

Wij willen, om de grootte der tegenstellingen te laten zien van land en zee, voor elk der 28 parallellen de grenzen aangeven waartusschen de afwijking positief en die, waar zij negatief is; hoe groot de som en hoe groot het gemiddelde is, en welke de som van de afwijkingen op een geheelen breedtecirkel is zonder op het teeken acht te geven. De helft daarvan is dus de geheele som der positieve en ook der negatieve afwijkingen, op kleine verschillen na, omdat de afwijkingen slechts in tiende deelen van graden berekend zijn. De temperatuur op zee is minder nauwkeurig bekend dan op het land. Op schepen is de temperatuur moeielijk waar te nemen, daarenboven zijn er minder waarnemingen. Daar konden dus eerder de gemiddelde temperaturen van een plaats een halven of een geheelen graad verkeerd zijn aangenomen. Het komt daar dan ook wel voor dat, midden tusschen eenige negatieve afwijkingen van enkele tiende deelen van een graad, weder eens een paar positieve van diezelfde grootte voorkomen. In dit geval heb ik ze niet afzonderlijk vermeld, als de zekerheid mij noch van de eene, noch van de andere groot genoeg scheen en heb ik alleen hare waarde in acht genomen, tenzij er een reden voor was in de geographische ligging. Zoo bijv. komen op 10° N. Br., juist aan de landengte van Panama, drie positieve afwijkingen voor, ieder van + 0.3 en ook op Malacca twee van die grootte. Deze zijn dus opgenomen. De geringe afwijking daarentegen in den meridaan van 35° W. L. op 0°—10° Z. Br. beschouw ik als geheel toevallig.

Men zal het mij ten goede houden als ik zonder bijzondere vermelding dergelijke anomalieën, die samen geen twee graden bedragen, onvermeld laat en alleen haar bedrag in aanmerking neem. Wij vinden dat daardoor het algemeen overzicht duidelijker wordt en de parallelcirkels niet in zoo groot aantal deelen vervallen.

Zoo heeft men boven de 60° dus slechts twee banen. Zuidelijker tot 25° N. Br. vier, dan tot 10° N. Br. zes; dan weer een geringer aantal op 5° Z. Br. gelijk ook in de hooge zuidelijke breedten; maar op de parallellen van 35° en 30° Z. Br., welke over de drie werelddeelen gaan zonder dat een geheele tusschenliggende Oceaan in hun temperatuur deelt, weer zes.

Telt men in de volgende tabel alle geschillen, zonder onderscheid van teeken

op, dan volgt daaruit de veranderlijkheid van ieder dier breedtecirkels. Zij is voor:

N. Br.		N. Br.		N. Br.		N. Br.		Z. Br.		Z. Br.		Z. Br.	
80	400	60	695	40	403	20	99	0	39	20	125	40	118
75	568	55	676	35	316	15	60	5	36	25	163	45	141
70	741	50	654	30	223	10	44	10	50	30	195	50	162
65	722	45	552	25	132	5	42	15	73	35	113	55	192

Minder sprekend zijn vooral in de hoogere breedten de getallen, welke de afwijkingen van Juli voorstellen. In de gemiddelde breedten zijn de verschillen iets grooter dan in het jaar in dezelfde breedte, maar toch geringer dan in Januari, natuurlijk in tegengestelden zin. In de omgeving van den aequator zijn de afwijkingen zeer klein, en in het zuiderhalfrond, dat nu in dezelfde omstandigheid verkeert als in Januari het noorderhalfrond, is wegens de groote uitgebreidheid der Oceanen het verschil zeer veel minder, zooals de volgende Tabel III doet zien (zie Tabel III)

Geven wij in woorden het hoofdzakelijke dezer tabel weer, dan hebben wij slechts één tegenstelling op 80° N. Br. en zoo ook op 50°—55° Z. Br. Overigens vertoonen zich twee tegenstellingen, zelden drie als op 70° N. Br. en enkele malen, maar zeer flauwtjes, bezuiden den aequator meer.

Zoo zijn er dan bijv. op 45° Z. Br. drie tegenstellingen, evenals in het jaar en in Januari; en terwijl de verschillen, evenals de totale som, nu nog kleiner zijn, wordt laatstgemelde eerst op hoogere breedte grooter, maar toch niet zoo groot als op de overeenkomstige N. Br. in Januari, zelfs nauwelijks zoo groot als die reeds op 50° N. Br. in den winter is.

Er is dan slechts één tegenstelling.

De warmte ligt nu, omgekeerd als in Januari, boven het land en de aangrenzende zee, de koude boven den Oceaan. Evenwel blijft in het noorden de werking van den golfstroom nog merkbaar, ofschoon in geringere mate.

Tellen wij weder positieve afwijkingen op dan zijn sommen:

N. Br.		N. Br.		N. Br.		Z. Br.		Z. Br.	
80°	48	55°	248	30	256	0	66	30	105
75	63	50	279	25	210	5	88	35	76
70	196	45	276	20	195	10	86	40	53
65	256	40	300	15	162	15	95	45	47
60	250	35	262	10	77	20	112	50	107
				5	23	25	112	55	198

waaruit men de waarheid der bovenstaande opmerking ziet.

Een zelfde onderzoek als voor de breedtecirkels hebben wij ook voor de meridianen gedaan. Daar was het te verwachten, dat de pooleinden kouder, de gewesten ter weerszijden van den aequator tot buiten de keerkringen warmer zouden zijn.

Wij vinden dan ook dat de warmtegordel zich in het jaar tot 40° N. Br. en 35° a 40° Z. Br. uitstrekt, iets verder in de westelijke iets minder ver in de oostelijke meridianen, en dat de warmte het grootst is op de breedtecirkels van de linie tot 10° N. Br.

In Januari is de noordelijke grens op 30° N. Br., de zuidelijke omstreeks 45° Z. Br., in Juni ligt de noordelijke grens op omstreeks 45° tot 55° N. Br., de zuidelijke op omstreeks 25° Z. Br.. Die grenzen gaan natuurlijk met de zon op en neder. Slechts aan de grenzen komen in ieder der drie tijdperken uitzonderingen voor, maar volstrekt niet als men de binnenste der hierboven aangegeven grenzen neemt. Het was dus onnoodig de verschillen voor elken meridiaan afzonderlijk te geven. Maar wel is het van belang de temperaturen van de meridianen zelve te vermelden. Volledig kan dit niet geschieden, omdat boven de 75° N. Br. en bezuiden 50° Z. Br. de temperaturen onzeker of zelfs geheel onbekend zijn. In die onbekende streken is toch waarschijnlijk wel de temperatuur op elken meridiaan niet in die mate verschillend, althans niet in de Z. Br., dat de onderlinge verhouding daardoor veel veranderen zal.

Wij geven dan in tabel IV de gemiddelde temperaturen van elken meridiaan voor het jaar, voor Januari en voor Juli, en in tabel V de sommen der aaneensluitende positieve afwijkingen op de middelbare breedtecirkels, waaraan die van de negatieve gelijk zijn, voor ieder dier tijdperken.

In Januari vindt men de geringste tegenstelling op de meridianen tusschen 55° W. L. en 20° O. L., en in mindere mate tusschen 180° W. L. en 125° W. L., terwijl verreweg de grootste wordt aangetroffen tusschen 80° en 155° O. L.

In Juli komt de grootste gelijkmatigheid voor tusschen 160° en 80° W. L., dan tusschen 110° en 165° O. L., en de grootste ongelijkmatigheid tusschen 50° W. L. en 110° O. L., die evenwel nog vrij wat geringer is dan de geringste ongelijkmatigheid in Januari.

De gemiddelde temperatuur der meridianen wisselt in het jaar af tusschen 10° en 15° W. L. en 110° O. L. en 0° O. L, in Januari tusschen 28° en 12° en 110° O. L. en 35° W. L., in Juli tusschen 16° en 150° O. L. en 196° en 30° zoodat Juli in elk opzicht de gelijkmatigste maand is voor de verschillende meridianen. De meridianen over Azië zijn in Januari de koudste, in Juli de warmste, maar lijden een veel grootere afwijking in de eerstgenoemde maand.

Vandaar dat de som der Januari- en Juli-temperaturen op eene plaats dan ook niet juist de dubbele temperatuur van het jaar geeft, maar boven het oos-

telijk halfrond, bepaaldelijk boven het vaste land, daaronder blijft, overigens er iets boven is. Geringer verschillen zullen deze twee wijzen van berekening opleveren, als men met de temperatuur van een noorder-breedtecirkel op φ graden tevens die van den zuider-breedtecirkel op φ graden in aanmerking nemende, het rekenkunstig midden daarvan beschouwt als de temperatuur van een cirkel, op een afstand van φ graden van den aequator gelegen. Werkelijk bieden de derde en tiende kolommen van de laatste tabel VII, waarin dit naar SPITALER uit het jaar (kolom 3) en uit Juli en Januari (kolom 10) gedaan is, een zeer groote onderlinge overeenkomst aan.

Men vergelijke hierbij de onderzoekingen van den Heer ALEXIS DE TILLO * die ook uit de getallen van SPITALER en SUPAN de temperaturen van de continenten en oceanen en van bepaalde gedeelten der aardoppervlakte afleidde.

Hoe is het nu met de verschillen der temperaturen in de verschillende tijden des jaars op een zelfde plaats? Wij geven ze in opzettelijk daarvoor ingerichte kaarten en vereenigen die door lijnen „Isoparallagen," getrokken over de plaatsen waar het verschil even groot is.

Zoodanige kaart is wel het eerst gegeven door Dr. KRECKE, den toenmaligen Directeur van de eerste afdeeling van het Instituut, en te vinden in de verslagen van de Sectie-vergaderingen van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenshappen in 1862.

Ik heb er nu en dan op gewezen, maar zij trokken weinig de aandacht, waarschijnlijk doordien zij niet afzonderlijk uitgegeven zijn en dus niet gekend werden. Toen de voortreffelijke temperatuurkaarten van Profr. WILD uitkwamen, werd mijne aandacht er bij vernieuwing op gevestigd en besloot ik die, zoodra er meer gegevens zouden zijn, vollediger uit te geven. Ook Profr. HANN schijnt er in den laatsten tijd aan gedacht te hebben, daar in den Meteorologischen Atlas eene kaart voorkomt, waaruit men eigenlijk die verschillen kan zien. Inmiddels waren mijne kaarten reeds geteekend en gedrukt, en bovendien is de vorm van tabel IV en V, overeenkomstig met die van Dr. KRECKE, veel aanschouwelijker. Wij zien de lijn, welke een verschil van slechts 5 graden tusschen de Januari- en de Juli-temperatuur aanwijst, over den Oceaan bijna evenwijdig tusschen de breedtecirkels van 5^0 en 10^0 N. Br. voortloopen, met verheffing tot hoogere breedte in den grooten Oceaan.

De isoparallage van omstreeks 0^0 loopt dichter langs den aequator heen en

* ALEXIS DE TILLO Température de la Terres *Compt. Rend.* CV. p. 865

buigt zich in de Nederlandsch Oost-Indische bezittingen zelfs tot op het zuider halfrond, oostwaarts evenwel zich verheffende tot op 155° O. L.

De lijnen welke grootere verschillen aanduiden, vol gelaten als zij juist veelvouden van 10° voorstellen en slechts met punten aangeduid als het oneven-veelvouden van vijf graden geldt, zijn aanvankelijk ook nog wel boven de vaste landen evenwijdig met breedtecirkels, maar klimmen boven de Oceanen met steeds sterker inbuigingen hooger en hooger op, vooral in den Atlantischen Oceaan en bij Behringstraat; zoodat de lijnen van 30° en meer graden in de beide Oceanen zeer dicht in de nabijheid der N. Pool komen. Aanvankelijk loopen zij nog de aarde rond, maar meer en meer vormen zij langwerpige figuren in Azië en Amerika, het verst van de pool verwijderd in die meridianen omstreeks op 40° N. Br.

De isoparallage van 40° is in twee kringen verdeeld: de eene strekt zich zeer langwerpig uit in N. Amerika, de andere over N. O. Azië. Deze sluit nog vijf kringen in zich van 45, 50, 55, 60 en 65 graden verschil. In de omgeving van Werchojansk is dus het gemiddelde verschil tusschen Januari en Juli meer dan driemaal zoo groot als in het grootste gedeelte van Europa, viermaal zoo groot als in Engeland en zelfs bij de Noordkaap, die nog noordelijker gelegen is dan Werchojansk. De temperatuur der uiterste datums wijkt nog iets meer af, ofschoon dat verschil niet zoo groot is, aangezien in de nabijheid van maximum en minimum de temperatuur weinig verandert; maar op enkele gegeven dagen is het verschil nog veel grooter en kan zeker wel tot 100° Celsius klimmen tusschen een hoogst en laagst waargenomen stand.

Evenals in het noordelijk halfrond komen ook in het zuidelijk halfrond de grootste verschillen voor boven de continenten. In het zuiden van Afrika heeft men een kring van 10° en waarschijnlijk enkele plaatsen van 15°, terwijl in Zuid Amerika een langwerpige ellips met de groote as evenwijdig aan de oostelijke kustlijn voorkomt van 15°, en in Zuid Australië een van 20°, ten naastenbij evenwijdig loopende aan de kustlijn van het continent in de nabijheid der zuidkust. Zelfs Nieuw Zeeland doet zijn invloed gevoelen, daar in de nabuurschap daarvan de temperatuurwisseling tot 10° stijgt. In de Poolzee zelve, voor zoover men die kent, is vijf graden wel het grootste verschil tot op 60° Z. Br.

Wijden wij nog eenige woorden aan hetgeen wij wenschen dat bereikt worde.

Hadden wij voor elke maand de gemiddelde temperaturen van iedere plaats, zooals zij nu voor Januari en Juli genoegzaam bekend zijn en uit de beide platen kunnen afgeleid worden, dan hadden wij, wat wij in het werkje over

de waarnemingen van WENCKEBACH p. 47 noemden * tj, tj, tm enz. d. i. de werkelijk gemiddeld waargenomen, de normale temperatuur van Januari, Februari, Maart.

Noemen wij dan nog Θja, Θf enz. de theoretische waarden voor Januari en Februari enz. volgens de bepaling van MEECH of ANGOT; Θja en Θf de waarde die men met inachtneming van de uitstraling, voor zoover wij daarvan rekening kunnen houden, voor ieder der breedtecirkels afzonderlijk heeft te schatten; vervolgens φja en φf de gemiddelde temperaturen van de breedtecirkels φ, gelijk die werkelijk gevonden en hier aangegeven zijn; zoo zou men in $\Theta ja - \varphi ja$, $\Theta f - \varphi f$ de algemeene storing van de temperatuur van zoodanigen breedtecirkel hebben door de gemiddelde winden en stroomen.

Wij zijn nog niet zoover om deze verschillen voor iedere maand te kunnen aangeven; daarnaar moeten wij nog trachten; maar wij kennen reeds voor twee maanden, Januari en Juli φja en φjl; zij zijn voor de overige maanden door Prof. HANN reeds verzameld en wachten nog slechts op de openbaarmaking. Dan zullen wij voor die maanden dezelfde rekeningen kunnen uitvoeren, als hierboven voor Januari en Juli uitgevoerd zijn.

Is eindelijk Tf de gemiddelde Februari-temperatuur van een geheelen breedtecirkel φ in een bepaald jaar, zoo zou het verschil $\varphi f - Tf$ aangeven hoeveel in dien Februari de geheele breedtecirkel, wat nooit veel zal zijn, gestoord is door de winden en stroomen in dat jaar, en de verschillen $Tj - tj$, $Tf - tf$ zouden dus beantwoorden aan de wijziging, welke de winden en stroomen in Februari van dat jaar op die plaats hebben vertoond met hun normale richting en kracht. Verder zouden wij door interpolatie voor iederen dag en groep van dagen eveneens dien invloed kunnen vinden en, gelijk wij die in een opzettelijk stukje over de veranderlijkheid der temperatuur hebben aangegeven, ook voor die tijdperken de hoegrootheden dier wijziging kunnen vaststellen.

De veranderlijkheid der temperatuur †, door mij voor verscheidene plaatsen berekend, hetzij naar de verandering van den eenen dag op den anderen, hetzij door het verschil van maximum en minimum, of door de som der afwijkingen voorgesteld, of door de langdurigheid van voortduring in den zelfden zin, zou dan ook juister kunnen gewaardeerd worden.

• *Uitkomsten der meteorologische waarnemingen gedaan te Breda van* 1839—1846 door W. WENCKEBACH p. 47 Utrecht bij C. v. d. POST 1849. Zie vooral *Fortschritte der Physik* T. III, p. 568. Berlin 1850, waar dit denkbeeld onder den titel BUYS BALLOT, *Meteorologische Preisfrage* verder uitgewerkt is.

† *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad.* Serie T. IX en *Archives Neerlandaises.* T. XV.

Wanneer wij dan in een gegeven jaar andere waarden voor zoodanige plaats hebben waargenomen, dan zouden wij weten, welken invloed de afwijking in de richting der winden van de normale richting, voortgebracht door de afwijkingen van den barometerstand, ook van den normalen barometerstand, op de temperatuur gehad heeft.

Daarenboven zouden wij uit de vergelijking van de uitkomsten in ieder dier maanden of gedeelten van maanden ook kennen de snelheid, waarmede in sommige meridianen de temperatuur verandert, alles in betrekking tot het toe- en afnemen der temperatuur van den geheelen breedtecirkel en het tijdsverloop tusschen die twee groepen, dus in betrekking tot eene grootheid, die in elk jaar dezelfde is.

Op de breedtecirkels toch mogen hier en daar storingen voorkomen, deze zullen weder verschillende meridianen in tegengestelden zin treffen en wel nagenoeg elkander zoo compenseeren, dat de gemiddelde temperatuur van een breedtecirkel niet noemenswaard van zijne normale temperatuur zal afwijken.

Zoo zou men dan juister kunnen beoordeelen of algemeene kosmische oorzaken in zekere tijdpunten der jaren de geheele aarde sneller in temperatuur doen toenemen of die toeneming vertragen, dan wel of de invloeden locaal zijn, van het heerschen van andere winden afhangen, misschien ook van het smelten van ijs in den eenen zin, van het bevriezen in anderen zin. Mochten bijv. ten gevolge van hevige winden in het voorjaar aanmerkelijk veel meer ijsbrokken van de noordelijke Gletschers losgemaakt worden en omstreeks Mei op lagere breedten in den Atlantischen Oceaan smelten, dan zou daardoor wel heel wat meer warmte aan die breedten ontrokken worden, en die verkoeling zou in oostelijk Amerika het klimmen van de temperatuur eenigszins vertragen, maar toch in Europa reeds weinig merkbaar wezen. Een plaatselijke storing, welke ook, en dus ook de hier genoemde, kan over de geheele aarde slechts een geringen invloed oefenen, en de door waarnemingen veronderstelde en aan de ijsmassen toegeschrevene afkoeling in Mei kan er niet uit worden verklaard *.

Als op zekeren tijd van het jaar werkelijk een meer dan gewone snelheid van toenemen der temperatuur aan de Adriatische zee plaats had of wel eene verkoeling, waarop VON BEZOLD wees, dan zou men behooren na te gaan of in het algemeen, of wel in dat jaar, de richting van den wind over Europa eene andere is geweest dan overigens en dan in denzelfden tijd van een ander jaar.

---

* *The anomalies in the annual range of temperature. How to detect them.*, BUYS BALLOT, Quart. Journal. London 1885, p. 104. Zie ook *Changements de température*. Utrecht 1847.

Vragen wij eindelijk, welke de warmte is van het noorder en zuider halfrond en welke afwisseling de temperatuur der aarde als geheel, in den loop der jaren ondervindt, dan kunnen wij nog slechts bij benadering die vragen beantwoorden, omdat in de lage breedten de gemiddelde temperaturen slechts onnauwkeurig en in het zuider halfrond in het geheel niet bekend zijn. Voor het zuider halfrond kunnen wij van 60, 65. 70, 75 en 80 naar die temperaturen gissen en aannemen dat elke 5° meer zuidelijk gelegen parallel drie graden kouder is dan van de voorgaande door SPITALER is opgegeven. Wij nemen dan, naar het waarschijnlijk beloop der getallen, voor die vijf breedtecirkels:

		in Januari	in Juli
voor 60°	Z. Br.	1.6	— 2.4
65°	„	— 1.4	— 5.4
70°	„	— 4.4	— 8.4
75°	„	— 7.4	— 11.4
80°	„	— 10.4	— 14.4

Elke andere gissing zou even willekeurig zijn. Veel kan zij niet van de waarheid afwijken. Wegens het geringere gewicht dat deze strooken in hoogere breedte in de schaal leggen, zal de uitkomst niet veel daardoor veranderd worden. Naar deze heeft dus het jaar ook in de hooge zuidelijke breedte eene iets hoogere temperatuur dan het gemiddelde van Januari en Juli.

Neem ik nu de getallen van SPITALER die op de drie eerste kaartjes voorkomen zoo, dat ik telkens de temperaturen voor twee op een volgende parallelcirkels optel, welke som dan als de dubbele gemiddelde temperatuur van de tusschen liggende strooken kan beschouwd worden, zoo heeft men voor die dubbele sommen wat in kolom (2) (3) (5) (6) van Tabel VI staat opgeteekend.

Kolom 4 bevat, zooals men licht ziet, de verschillen van de getallen in kolom 3 en 2; evenzoo kolom 7 die van kolom 6 en 5. Gemakkelijk kan men ook vinden Juli + Jan. voor het noorder halfrond N. en eveneens Juli + Jan. voor het zuider halfrond Z., welke ter vereenvoudiging van de Tabel VI daarin niet voorkomen, maar wel herleid worden aangetroffen in kolom 8 en 9 van Tabel VII. Zoo lieten wij ook in de eerste tabel weg Juli — Jan. voor het noorder en zuider halfrond, maar gaven die verschillen herleid in kolom 6 en 7 van de tweede tabel, terwijl men in de sommen der beide laatstgenoemde kolommen de herleide waarde van kolom 8 van Tabel VI herkennen zal. Deze leert dus dat onze aarde bijna algemeen hooger temperatuur heeft in Juli dan in Januari, behalve in de strooken zeer dicht aan den aequator.

Kolom 9 en 10 van Tabel VI, samengetrokken en herleid in kolom drie van Tabel VII, geven de warmte van elke strook van de aarde over het geheele jaar.

Al deze getallen toch van Tabel VI zijn slechts betrekkelijke, soms dubbel, soms viermaal zoo groot als in de werkelijkheid, daar ter vermijding van honderdste steeds opgeteld is, zonder telkens na de optelling ter verkrijging van het rekenkundig midden door twee te deelen. Daarenboven zijn zij niet gecorrigeerd voor de oppervlakte der strooken die, ofschoon telkens vijf breedtegraden bevattende, toch niet dezelfde oppervlakte hebben. De ware oppervlakte is telkens $r\,(sin\,(\varphi^0 + 5) - sin\,\varphi^0)$ en geldt dan voor de middelbare breedte, $\varphi^0 + 2^0.5$, die in de eerste kolom van de beide tabellen voorkomt. De coëfficiënten, waarmede zij moeten vermenigvuldigd worden om vergelijkbaar te worden en op eene maat teruggebracht, zijn te vinden in kolom 2 van Tabel VII. Zoo geeft dan kolom 3 de waarden, onmiddellijk afgeleid uit de gemiddelde temperatuur der breedtecirkels, welke in kolom 9 en 10 van Tabel VI uit het aangehaalde werk van SPITALER herhaald zijn, en kolom 10 van Tabel VII zeer overeenkomstige waarden, uit de insgelijks aan SPITALER voor Juli en Januari ontleende gegevens. Kolom 6 en 5 geven de gemiddelde temperaturen van elk paar evenver van den aequator liggende strooken in Januari en in Juli afzonderlijk. Uit haar verschil, licht op te maken, ziet men hoeveel in Juli de aarde warmer is dan in Januari, bijna over hare geheele oppervlakte behalve in den gordel die den aequator eng omsluit; telt men evenzoo op het gezicht de getallen van kolom 6 en 7 op, dan vindt men, na deeling door twee, hetzelfde.

De som van kolom 6 is $+ 14^0.1$, van kolom 7 is $- 8^0.3$, ieder uit zestien strooken verkregen; dus is de aarde in Juli $\frac{1}{32}$ $(24^0.4)$ of bijna $0^0.8$ warmer dan in Januari, niettegenstaande zij in eerstgenoemde maand verder van de zon is; het grootste verschil wordt in de middelbare breedten aangetroffen.

Tabel I, II en III hebben wij achteraan uitslaande gemaakt, om te gemakkelijker met den text, bladz. 11—14, te kunnen vergelijken.

TABEL IV.

GEMIDDELDE TEMPERATUUR DER MERIDIANEN.

Oostelijke Lengte.				Westelijke Lengte.			
	Jaar.	Januari.	Juli.		Jaar.	Januari.	Juli.
0°	14.7	11.6	17.8	180°	12.8	10.0	16.0
5	14.7	11.5	17.8	175	12.9	10.2	16.0
10	14.4	11.3	18.0	170	12.9	10.5	16.2
15	15.1	11.7	18.6	165	13.0	10.5	16.4
20	15.9	12.7	19.1	160	13.0	10.5	16.7
25	15.9	12.1	19.5	155	13.1	10.4	16.8
30	15.7	11.3	19.5	150	13.2	10.4	16.8
35	15.5	10.6	19.5	145	13.1	10.3	16.5
40	15.2	9.7	18.5	140	12.9	9.9	16.4
45	14.7	8.7	19.7	135	12.6	9.0	16.2
50	14.3	8.7	19.4	130	12.2	9.0	16.1
55	14.1	8.1	19.2	125	12.5	8.1	16.1
60	13.7	7.5	18.9	120	13.0	7.1	17.3
65	13.7	7.1	18.8	115	12.9	6.8	18.0
70	14.0	6.4	18.8	110	12.4	6.5	18.6
75	13.3	6.2	18.9	105	12.1	5.1	18.5
80	12.8	5.7	19.0	100	11.8	5.6	18.3
85	12.1	5.4	19.0	95	11.7	5.4	17.8
90	12.1	5.1	19.0	90	11.1	5.7	17.4
95	11.6	4.5	19.2	85	10.9	5.7	16.9
100	11.7	4.0	19.5	80	10.8	5.8	16.6
105	11.0	3.4	19.5	75	10.9	6.3	16.5
110	10.3	2 8	19.4	70	11.5	7.5	16.2
115	10.6	2.8	19.0	65	12.9	9.2	16.5
120	10.7	3.1	18.6	60	13.2	10.6	16.5
125	10.6	3.3	18.1	55	13.3	10.7	16.5
130	10.5	3.6	17.5	50	13.3	11.0	16.5
135	11.0	4.6	17.0	45	13.3	11.4	16.6
140	11.5	6.0	16.7	40	13.6	11.7	16.6
145	11.7	6.4	16.3	35	13.6	12.6	16.4
150	11.7	6.6	16.1	30	13.6	12.2	16.5
155	11.7	6.9	16.4	25	13.6	12.4	16.3
160	11.9	7.7	16.6	20	13.6	12.5	16.2
165	12.2	8.1	16.3	15	13.7	12.6	16.1
170	12.5	8.1	16.1	10	14.0	12.5	16.4
175	12.6	9.2	16.7	5	14.4	12.0	17.3

TABEL V.

SOMMEN VAN DE AFWIJKINGEN OP DE MERIDIANEN.

Oostelijke Lengte.				Westelijke Lengte.			
	Jaar.	Januari.	Juli.		Jaar.	Januari.	Juli.
0°	12.4	13.3	12.7	180°	15.1	21.1	11.4
5	12.3	13.4	12.7	175	14.7	21.0	11.6
10	12.2	13.9	12.2	170	13.9	20.5	10.9
15	12.9	15.1	11.6	165	14.8	20.6	10.5
20	14.0	17.5	11.3	160	14.8	20.6	10.1
25	14.4	19.3	11.5	155	14.5	20.5	9.7
30	14.3	19.7	11.5	150	14.2	20.0	9.6
35	14.2	19.9	12.1	145	14.0	19.9	9.4
40	14.4	20.3	10.8	140	13.9	20.1	9.0
45	14.6	20.0	12.4	135	14.0	20.4	8.7
50	14.7	20.4	12.0	130	14.1	20.6	8.2
55	15.1	21.8	12.1	125	14.2	21.9	9.5
60	15.5	23.7	12.1	120	15.4	23.3	10.4
65	16.2	24.0	12.3	115	15.8	24.1	11.0
70	17.1	24.3	12.1	110	15.9	25.0	11.0
75	17.3	24.9	12.0	105	16.5	25.9	10.6
80	17.4	25 5	11.8	100	16.7	26.0	10.2
85	16.8	26.1	11.3	95	16.8	26.0	9.9
90	17.0	26.6	11.2	90	16.5	26.0	9.9
95	17.1	27.0	11.2	85	16.5	25.8	10.0
100	17.2	27.2	11.4	80	16.5	25.5	10.7
105	17.0	27.8	11.8	75	16.4	25.1	10.7
110	16.7	28.6	11.2	70	16.2	26.0	11.2
115	17.7	29.3	10.4	65	17.3	24.9	11.4
120	18.2	30.7	10.0	60	16.1	23.8	11.9
125	18.6	31.8	10.2	55	15.8	21.8	11.8
130	18.7	31.3	10.8	50	15.0	10.8	11.5
135	18.8	31.2	10.2	45	14.5	10.7	11.2
140	18.9	29.7	10.3	40	13.9	18.0	11.0
145	18.0	28.0	10.4	35	12.2	17.9	9.0
150	17.5	26.8	10.6	30	11.6	16.1	10.2
155	16.9	25.5	10.3	25	12.2	15.0	10.3
160	16.0	24.9	10.2	20	12.8	14.0	10.2
165	15.8	23.3	10.6	15	11.8	13.4	10.4
170	15.3	22.2	11.2	10	10.8	13.2	11.1
175	15.1	22.0	11.4	5	12.4	13.1	12.2

TABEL VI.

Breedte.	JANUARI. N	JANUARI. Z	JANUARI. N—Z	JULI. N	JULI. Z	JULI. N—Z	Jul.-Jan. N+Z	Spitaler. N	Spitaler. Z
77½	— 61.1	— 17.8	— 43.3	+ 6.6	— 25.8	+ 32.4	+ 59 7	— 29.8	— 20.8
72½	— 54.6	— 11.8	— 43.8	11.2	— 19.8	31.0	57.8	— 23.2	— 14.8
67½	— 48.0	— 5.8	— 32.2	19.4	— 13 8	33.2	59.4	— 15.5	— 8.8
62½	— 38.5	+ 0 2	— 38.7	26.3	— 7.8	34.1	56.8	— 6.4	— 2.8
57½	— 26.9	6.2	— 33.1	29.8	— 1.8	31.6	48.7	+ 1.5	+ 3.2
52½	— 18.1	12 6	— 30.7	33.8	+ 2.8	31.0	42.1	7.9	9.0
47½	— 9.5	20.5	— 30.0	38.9	9.9	29.0	37.8	15.2	14.8
42½	+ 1.6	28.6	— 27.0	44.6	16.4	28.2	30.8	23.6	20.7
37½	12.7	35.4	— 22.7	49.6	22.1	27.5	23.6	31.2	27.0
32½	22.7	41.9	— 19.2	53.1	27.7	25.4	16.2	37.5	33.7
27½	32.3	47.2	— 14.9	55.3	33.4	21.9	9.2	44.0	39.4
22½	40.1	50.1	— 10.0	56.1	38.6	17.5	4.5	49.3	43.6
17½	45.6	51.2	— 5.6	56.0	43.1	12.9	2.3	51.9	46.8
12½	49.6	51.6	— 2.0	54.6	46.6	8.0	0.0	52.7	49.1
7½	51.9	52.0	— 0.1	52.8	48.9	3.9	— 2.2	52.5	50.5
2½	52.4	52.4	— 0.0	51.5	50.3	1.2	— 3.0	52.0	51.4

TABEL VII.

Breedte.	Coëfficnt.	Spitaler Jaar. N+Z	Januari. N+Z	Juli. N+Z	Jul.—Jan. N	Jul.—Jan. Z	Jul.+Jan. N	Jul.+Jan. Z	Jal.+Jan. N+Z
77½	0 020	— 0.25	— 0.40	— 0.10	+ 0.68	— 0.08	— 0.27	— 0.22	— 0.25
72½	0.026	— 0.25	— 0.43	— 0.06	0.86	— 0.10	— 0.28	— 0.21	— 0.25
67½	0.033	— 0.21	— 0.46	+ 0.05	1.15	— 0.14	— 0.25	— 0.17	— 0.23
62½	0.040	— 0.09	— 0.39	+ 0.19	1.30	— 0.16	— 0.12	— 0.08	— 0.10
57½	0.047	+ 0.06	— 0.25	0.34	1.36	— 0.19	+ 0.04	+ 0 06	+ 0.05
52½	0.053	+ 0.23	— 0.08	0.51	1.40	— 0.26	+ 0.21	+ 0 21	+ 0.21
47½	0.059	0.45	+ 0.02	0.73	1.45	— 0.32	0.44	0 46	0.45
42½	0.064	0.71	+ 0.49	0.98	1.38	— 0.39	0.74	0.72	0.73
37½	0.069	1.02	0.84	1.26	1.29	— 0.47	1.08	1.01	1.04
32½	0.074	1.32	1.20	1.50	1.12	— 0.53	1.40	1 29	1.34
27½	0.077	1.63	1.55	1.73	0.90	— 0.54	1.71	1.57	1 64
22½	0.081	1.91	1.85	1.94	0.66	— 0.47	1.97	1.82	1.90
17½	0 083	2.08	2.04	2.08	0.44	— 0.34	2.14	1.98	2.06
12½	0.085	2.19	2.18	2.18	0.22	— 0.22	2.24	2.11	2.18
7½	0.086	2.22	2.24	2.19	0.04	— 0.13	2.25	2.17	2.21
2½	0.087	2.28	2.31	2.24	— 0.04	— 0.09	2.29	2.26	2.25

TABEL.

$\frac{h}{2\sqrt{kt}}$	I.	II.	III.	IV.
0.10	2414	2465	2535	2587
	— 84	— 34	— 33	— 79
0.11	2330	2431	2568	2666
	— 109	— 49	— 49	— 112
0.12	2221	2384	2617	2778
	— 136	— 55	— 54	— 136
0.13	2085	2329	2671	2914
	— 150	— 64	— 64	— 154
0.14	1935	2265	2735	3068
	— 163	— 71	— 64	— 165
0.15	1772	2194	2799	3233
	— 165	— 73	— 67	— 171
0.16	1607	2121	2866	3404
	— 167	— 73	— 68	— 172
0.17	1440	2048	2934	3576
	— 156	— 76	— 60	— 175
0.18	1284	1972	2994	3751
	— 149	— 76	— 55	— 170
0.19	1135	1896	3049	3921
	— 139	— 80	— 48	— 167
0.20	996	1816	3097	4088
	— 241	— 156	— 75	— 323
0.22	755	1660	3172	4411
	— 192	— 156	— 45	— 305
0.24	563	1504	3217	4716
	— 151	— 154	— 19	— 285
0.26	412	1350	3236	5001
	— 112	— 147	— 6	— 266
0.28	300	1203	3230	5267
	— 86	— 140	— 29	— 249
0.30	214	1063	3201	5516
	— 58	— 128	— 35	— 230
0.32	156	935	3166	5746
	— 48	— 118	— 52	— 214
0.34	108	817	3114	5960
	— 32	— 107	— 60	— 197
0.36	76	710	3054	6157
	— 24	— 94	— 64	— 184
0.38	52	616	2990	6341
	— 16	— 83	— 70	— 169
0.40	36	533	2920	6510
	— 12	— 74	— 71	— 156
0.42	24	459	2849	6666
	— 7	— 65	— 73	— 145
0.44	17	394	2776	6811
	— 6	— 56	— 70	— 134
0.46	11	338	2706	6945
	— 3	— 49	— 71	— 124
0.48	8	289	2635	7069
	— 4	— 43	— 69	— 115
0.50	4	246	2566	7184
	— 1	— 36	— 70	— 107
0.52	3	210	2496	7291
	— 1	— 31	— 67	— 99
0.54	2	179	2429	7390
	— 1	— 28	— 65	— 93
0.56	1	151	2364	7483
	— 0	— 23	— 62	— 86
0.58	1	128	2302	7569
	— 1	— 20	— 61	— 81
0.60	0	108	2241	7650

TABEL I.

BEDRAG DER AFWIJKINGEN VAN GELIJK TEEKEN TUSSCHEN DE AANGEGEVEN LENGTEN:
IN HET JAAR

N. Br.	180 W.L.	tot	90° W.	en	0.	tot	90° O.L.	en	180° O.L.
80		51.5	65°		**108.8**	70°		56.9	
75		77.1	60°		**151.9**	60°		73.4	
70		89.3	65°		**182.6**	60°		95.0	
65		62.6	65°		**155.0**	60°		92.4	
60	**20.3**	125°	61.4	60°	**114.2**	60°		79.0	175° **0.8**
55	**33.1**	115°	63.3	50°	**89.3**	60°		66.0	165° **2.7**
50	**42.2**	115°	41.7	50°	**73.3**	50°		69.9	160° **2.9**
45	**25.6**	110°	28.1	55°	**55.6**	50° 0.6 65° **0.9** 80°		57.9	155° **3.7**
40	7.6	125° **8.1** 105°	18.5	65°	**58.0**		85°	38.9	
35	21.7	120° **5.2** 95°	3.6 75°		**60.9**		90°	38.0	
30	34.0	120°	**21.5**	35° 2.7 15°		**47.9**	90°	30.3	
25	37.5	115°	**8.2**	55° 10.4 15°		**57.3**	95°	11.7 125° **1.4** 150°	4.1
20	30.9	110°	**2.8**	65° 17.1 15°		**53.9**	95°	7.3 130° **0.6** 140°	4.3
15		42.5		20°		**51.3**	95°	8.0	
10		36.9		15°		**41.4**	95°	6.8	
5		22.5		15°		**23.7**	95°	1.7	
0	**0.6** 150°	13.7	85°	**0.9** 40° 7.6	10°			**10.7**	
S. Br.									
5	**3.8**	135°	17.1	75° **2.8** 35° 12.2	15°			**23.3**	
10	**8.1**	135°	23.6	70° **3.3** 40° 19.2	15°			**31.0**	
15	**10.7**	120°	24.5	65° **2.6** 40° 29.9	15°			**44.9**	
20	**8.0**	120°	22.5	70° **7.0** 40° 38.5	15°			**48.9**	
25	0.5 165° **2.7**	120°	14.3	70° **6.4** 40° 39.2	15°	**28.2**	90° 0.5 110°	**21.9**	
30	**9.3**	90° 6.8	70° **5.4** 40° 42.4		15°	**21.3**	75° 10.1 110° **25.2**	150° 4.7	
35	**30.4**	85° 0.3	70° **4.1** 50° 30.8		15°	**8.6**	75° 20.5	140° **6.1**	
40	**33.0**	85° 0.7 75°	**8.5** 50° 17.6			35° **8.1** 70°	33.9	165° **1.9**	
45	**40.3**		45° 7.5			30° **5.0** 70°	46.8	150° **7.3**	
50	**53.7**		50° 18.2		15°	**5.3** 60°	46.6	155° **7.4**	
55	**62.4**		50°		64.4	60°	**2.8**		

TABEL II.

BEDRAG DER AFWIJKINGEN VAN GELIJK TEEKEN TUSSCHEN DE AANGEGEVEN LENGTEN IN JANUARI.

NBr.	180° W.L.	tot	90° W.L.	en	0°	tot	90° O.L	180° O.L
80°		94.4	50°		**199 1**	65°	106.6	
75		108.8	50°		**286.5**	70°	172.4	
70		125.9	65°		**369 2**	65°	245.9	
65		108.8	70°		**359.7**	65°	253.0	175° **0.9**
60	**66 7**	130° 105.7	65°	**265 6**		50° 244.2	165° **15.7**	
55	**115.8**	125° 120.9	55°	**195 8**		3.° 215.8	160° **26 8**	
50	**132.2**	120° 78.4	55°	**168.0**		30° 245.7	150° **26.4**	
45	**110 6**	115° 50.3	60°	**139.6**		35° 231.3	155° **17 8**	
40	**71 6**	115° 39.1	60°	**118.3**		30° 163.2	165° **12 9**	
35	**55.2**	120° 26.6	70°	**91.6**		30° 133.0	165° **9.2**	
30	**36 2**	130° 13.3	80°	**68.3**	10°	98.0	160° **6.6**	
25	**17.7**	135° 1.1	90°	**41.8**	10°	62.3	125° **8 8**	
20	**10 5**	140° 4.4	115°	**31.4**		35° 25.9 55° **6 6**	95° 16.6 130° **3 9**	
15	**1.3**	115° 1.2	125° **12.6**	45° 20.8		25° **7.5**	95° 7.6 125° **5 1**	155° 1.1
10	**0.4**	155° 9.3	100° **0.9**	60° 8.2	20°	**18 3**	95° 3 5 120° **2.1**	160° 1.0
5		15.1			0 **20.6**	45°	6.9	
0		14.4			5° **18.6**	45°	5.8	
Z. Br.								
5		13.8			10° **18.6**	45°	3.1	
10	**3.8**	125° 12.0	70° **1.4**	25° 11.6	15°	**23.5**		
15	**1.9**	125° 19.0	65° **1.2**	40° 18.7	15°	**32.2**		
20		34.9	70° **3 6**	40° 28.5	15°	**59.2**		
25		38.8	65° **7.0**	15° 33.1	10° **15.7**	35° 5.6	105° **60.5**	160° 2.0
30	**0.5**	175° 29.1	70° **18.5**	40° 38.4	15° **17 2**	30° 16.2	115° **63.9**	160° 0.7
35	**9.7**	140° 3.9	80° **25.2**	40° 32.9	15° **1.0**	25° 13.4	110° **0.8** 120° 5.5	135° **20.5**
40	**16.2**	135° 1.8	110° **29.1**			40° 58.5	140° **12.9**	
45	**18.5**	125° 1.3	105° **28.4**			45° 70.6	130° **22.2**	
50	**56.1**		40°			84.5	125° **21 7**	
55	**80.7**		35°			96.0	130° **14.9**	

N.Br.	180 W. L.
80	. . . . .
75	. . . . .
70	. . . . .
65	10.8 . 165° .
60	. 21.7 . 15
55	. . . . 41.
50	. . . . 61.
45	. . . . 56.
40	. . . . 62.
35	. . . . 67.
30	. . . . 71.
25	. . . . 88.
20	. . . . .
15	. . . . .
10	. . . . .
5	. . . . .
0	. 2.5 . .
Z.Br.	
5	. . 7.7 .
10	. . 14.1
15	. . 14.4
20	 11
25	 11
30	. . . . .
35	. . . . .
40	. . . . .
45	. . . . .
50	. . . . .
55	. . . . .

TABEL III.

BEDRAG DER AFWIJKINGEN VAN GELIJK TEEKEN TUSSCHEN DE AANGEGEVEN LENGTEN IN JULI.

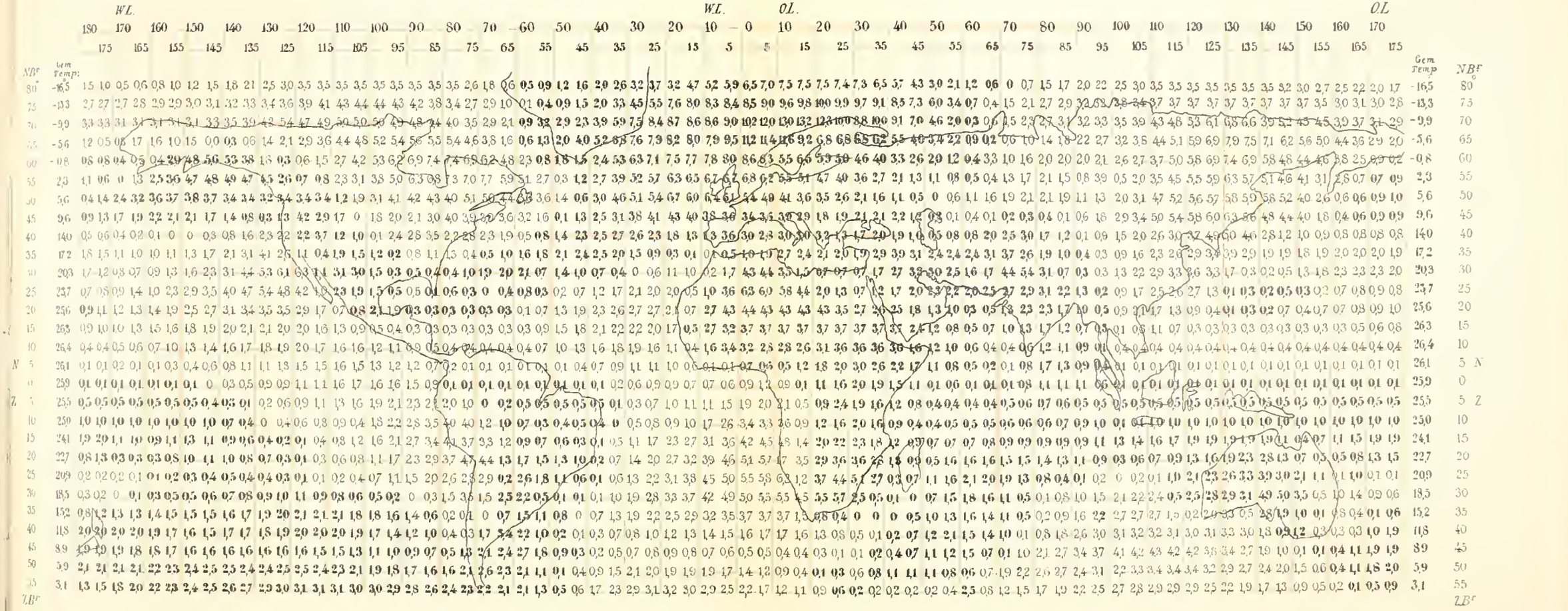
N.Br.	180 W. L.	tot	90° W. L.	en	0°	tot	90° O. L.	en	180 O. L.
80	7.3.	100°	**2.4**			50°	15.1		
75	15.3	80°	**17.2**			45°	11 3	85°	**14.2**	145°	5 5
70	64.9	50°	**2 8** 30°	14.4	5°	**16.8**	40°	14.1	75°	**27.2**	165°	5.6
65	10.8	165°	**21 5**	125°	104.6	10°	**105 7**	160°	13.3
60	21 7	155°	**17.5**	105°	76.8	5°	**107.7**	140°	26.3
55	41.4	130°	**18.8**	95°	54.6	0°	**102.9**	135°	30.2
50	61.5	125°	**25.4**	90°	47.1	0°	**113 7**	135°	31.5
45	56.1	125°	**30 2**	85°	46 5	0°	**106.9**	130°	36.1
40	62.7	125°	**31.0**	75°	42.3	10°	**121.4**	125°	43.8
35	67.6	115°	**19 4**	80°	32 1	10°	**113.4**	120°	30.0
30	71.5	115°	**18 5**	90°	35.5	10°	**108.1**	130°	22.4
25	88 1	115°	**7.4**	90°	27.4	15°	**98.4**	125°	18.1
20	17.5	105°	**1.8**	95°	19 8	15°	**94.7**	60°	8.1	95°	**1.0**	110°	22.1
15	48.1	20°	**80.0**	55°	10.5	95°	**0.3**	110°	22.7
10	21.0	25°	**35.8**	50°	7.7	100°	**3.7**	125°	8.4
5	5 3	15°	**7.5**	45°	6.4	95°	**4.3**	125°	1.1
0	**2 5**	150°	17 2	80°	**15.7**	20°	8.8	15°	**5.6**	45°	4.1	90°	**13.1**
Z.Br.									
5	**7 7**	130°	22.8	75°	**16 0**	25°	16.7	20°	**2.9**	15°	4.2	90°	**17.8**
10	**11 1**	120°	24.6	70°	**11.0**	25°	22.4	25°	**2 3**	50°	1.7	85°	**23.9**
15	**14.1**	120°	21.0	65°	**4.9**	30°	26.5	25°	**19.0**	135°	1.3	155°	**7 9**
20	**19 8**	110°	15 2	65°	**3.8**	25°	23.6	20°	**32.5**	120°	15 2	165°	**1 2**
25	**19 8**	115°	10 3	50°	**5.8**	25°	18.3	15°	**31.2**	115°	27.0
30	**21.4**	85°	11.3	50°	**6 3**	25°	14.3	15°	**25 5**	110°	26.5
35	**21 2**	85°	11.3	50°	**5.2**	20°	5.4	15°	**11.0**	110°	19.1
40	**11 6**	80°	10.0	50°	**4 8**	15°	0.5	5°	**6.0**	85°	15.7
45	**19.8**	75°	2.1	10°	**1.3**	40°	18.5	145°	**1.6**	160°	3.0
50	**51 4**	50°	55.0
55	**98 7**	45°	99.1

I.

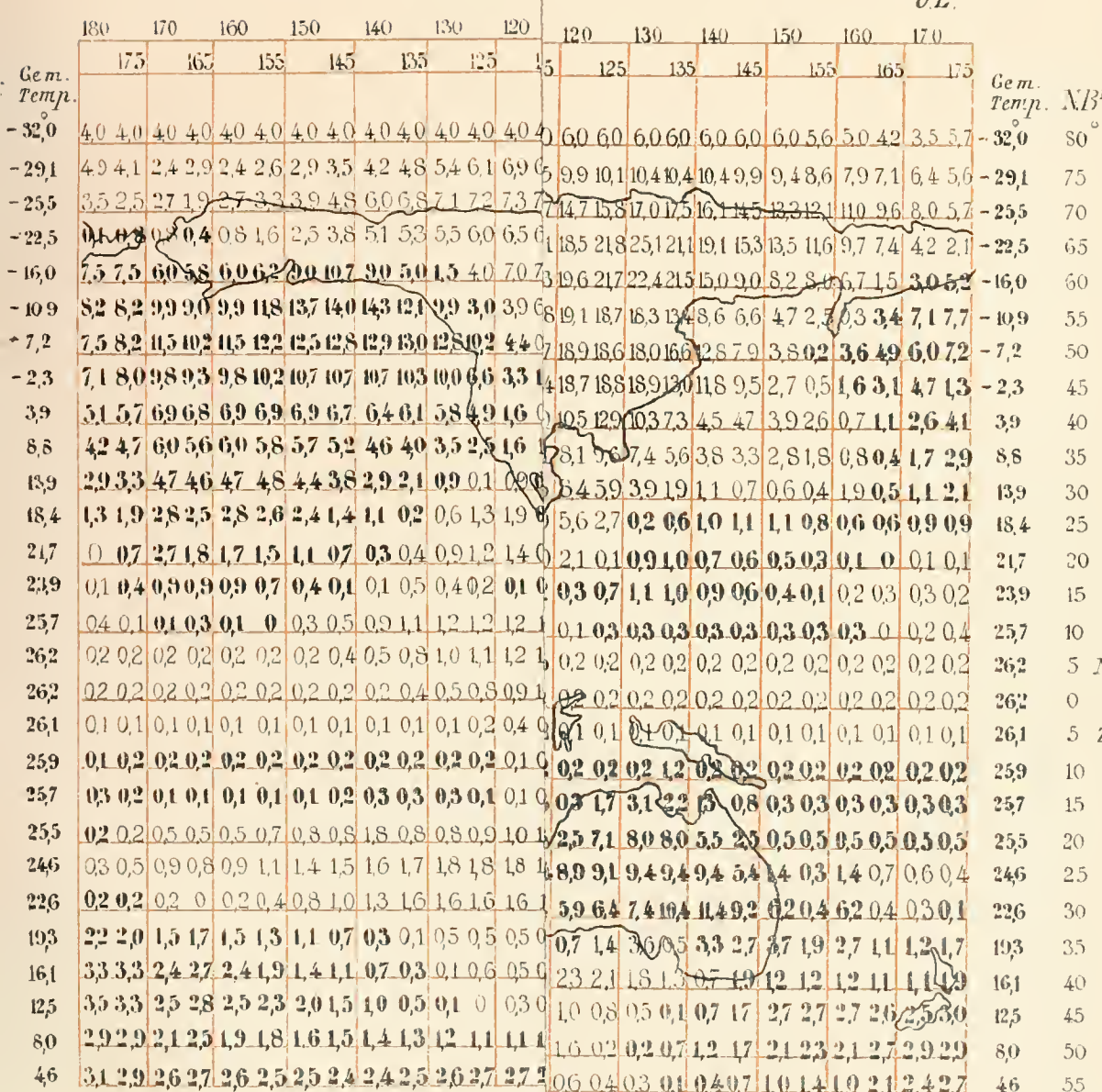
Gem: Temp:	*W.L.* 180	175	170	165	160	155	150	145	140	135	130	125	230	135	140	145	150	155	160	165	*O.L.* 170	175	Gem Temp.	*NB.E.*
-16,5	1,5	1,0	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8	2,1	2,5	3,0	3,5	3,5	3,5	3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	-16,5	80
-13,3	2,7	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,6	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,5	3,0	3,1	3,0	2,8	-13,3	75
-9,9	3,3	3,3	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,3	3,5	3,9	4,2	5,4	4,5	6,6	3,9	5,2	4,5	4,5	3,9	3,7	3,1	2,9	-9,9	70
-5,6	1,2	0,5	0,3	1,7	1,6	1,0	1,5	0,0	0,3	0,6	1,4	2,1	2,7	9,7	7,5	7,1	6,2	5,6	5,0	4,4	3,6	2,9	2,0	-5,6	65
-0,8	0,8	0,8	0,4	0,5	0,4	2,9	4,8	5,6	5,3	3,8	1,8	0,3	0,4	6,9	5,8	4,8	4,4	4,6	3,8	2,5	0,9	0,2	-0,8	60
2,3	1,1	0,6	0	1,3	2,5	3,6	4,7	4,8	4,9	4,7	4,5	2,6	0,5	3,3	5,7	5,1	4,6	4,1	3,1	2,8	0,7	0,7	0,9	2,3	55
5,6	0,4	1,4	2,4	3,2	3,6	3,7	3,8	3,7	3,4	3,4	3,2	3,4	3,5	5,8	5,9	5,8	5,2	4,0	2,6	0,6	0,6	0,9	1,0	5,6	50
9,6	0,9	1,3	1,7	1,9	2,2	2,1	2,1	1,7	1,4	0,8	0,3	1,3	4,5	3,3	8,6	4,8	4,4	4,0	1,8	0,4	0,6	0,9	0,9	9,6	45
14,0	0,5	0,6	0,4	0,2	0,1	0	0	0,3	0,8	1,6	2,3	2,2	2,5	0	4,6	2,8	1,2	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	14,0	40
17,2	1,8	1,5	1,1	1,0	1,0	1,1	1,3	1,7	2,1	3,1	4,1	2,5	1,9	2,9	1,9	1,9	1,8	1,9	2,0	2,0	2,0	1,9	17,2	35
20,3	1,7	1,2	0,8	0,7	0,9	1,3	1,6	2,3	3,1	4,4	5,3	6,1	6,7	0,3	0,2	0,5	1,3	1,8	2,3	2,3	2,3	2,0	20,3	30
23,7	0,7	0,8	0,9	1,4	1,0	2,3	2,9	3,5	4,0	4,7	5,4	4,8	4,2	1,0	3,0	2,0	5,0	3,0	0,2	0,7	0,8	0,9	0,8	23,7	25
25,6	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,9	2,5	2,7	3,1	3,4	3,5	3,5	2,9	1,0	3,0	2,0	0,7	0,4	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	25,6	20
26,3	0,9	1,0	1,0	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,0	2,0	3,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,5	0,6	0,8	26,3	15
26,4	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	1,0	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	4,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	26,4	10
26,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3	0,4	0,6	0,8	1,1	1,1	1,3	1,5	1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	26,1	5 N
25,9	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0,3	0,5	0,9	0,9	1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	25,9	0
25,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,1	0,2	0,6	0,9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	25,5	5 Z
25,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,7	0,4	0	0,4	0,6	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0	25,0	10
24,1	1,9	2,0	1,1	1,0	0,9	1,1	1,3	1,1	0,9	0,6	0,4	0,2	0,1	1,9	1,9	1,9	1,1	0,4	0,7	1,1	1,5	1,9	1,9	24,1	15
22,7	0,8	1,3	0,3	0,3	0,3	0,8	1,0	1,1	1,0	0,8	0,7	0,3	0,1	1,9	2,3	2,8	1,3	0,7	0,5	0,5	0,8	1,3	1,5	22,7	20
20,9	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,4	0,4	0,3	0,1	2,6	3,3	3,9	3,0	2,1	1,1	0,1	1,0	0,1	0,1	20,9	25
18,5	0,3	0,2	0	0,1	0,3	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	2,9	3,1	4,9	5,0	3,5	0,5	1,0	1,4	0,9	0,6	18,5	30
15,2	0,8	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,7	1,9	2,0	2,1	3,3	0,5	2,8	1,9	1,0	0,1	0,8	0,4	0,1	0,6	15,2	35
11,8	2,0	2,0	2,0	2,0	1,9	1,7	1,6	1,5	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	3,3	3,0	1,8	0,9	1,2	0,3	0,3	0,3	1,0	1,9	11,8	40
8,9	1,9	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	4,4	2,7	1,9	1,0	0,1	0,1	0,4	1,1	1,9	1,9	8,9	45
5,9	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,4	2,4	2,5	2,3	3,9	2,7	2,4	2,0	1,5	0,6	0,4	1,1	1,8	2,0	5,9	50
3,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,0	3,1	2,2	1,9	1,7	1,3	0,9	0,5	0,2	0,1	0,5	0,9	3,1	55
																									Z.B.E.

Pl I.

Afwijkingen der Jaar temperaturen van elken vijfden meridiaan van de temperatuur des breedte cirkels.

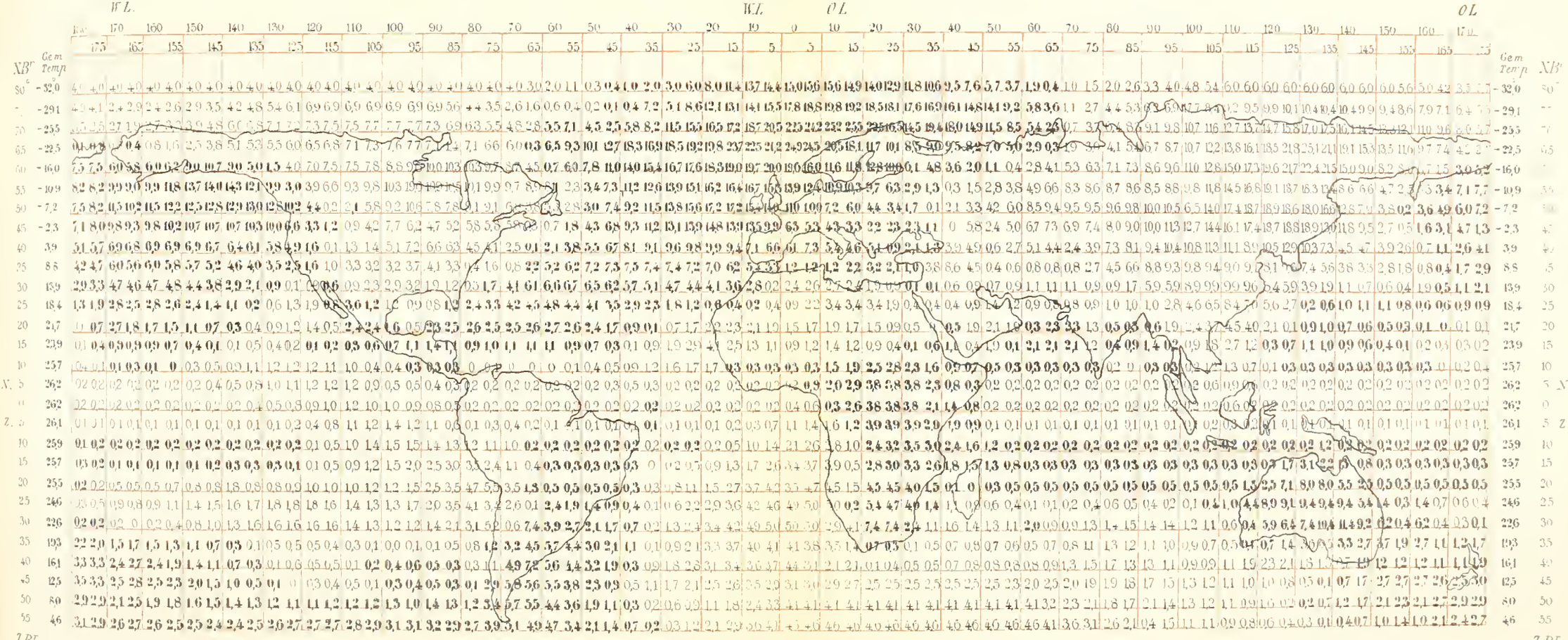


PL II.

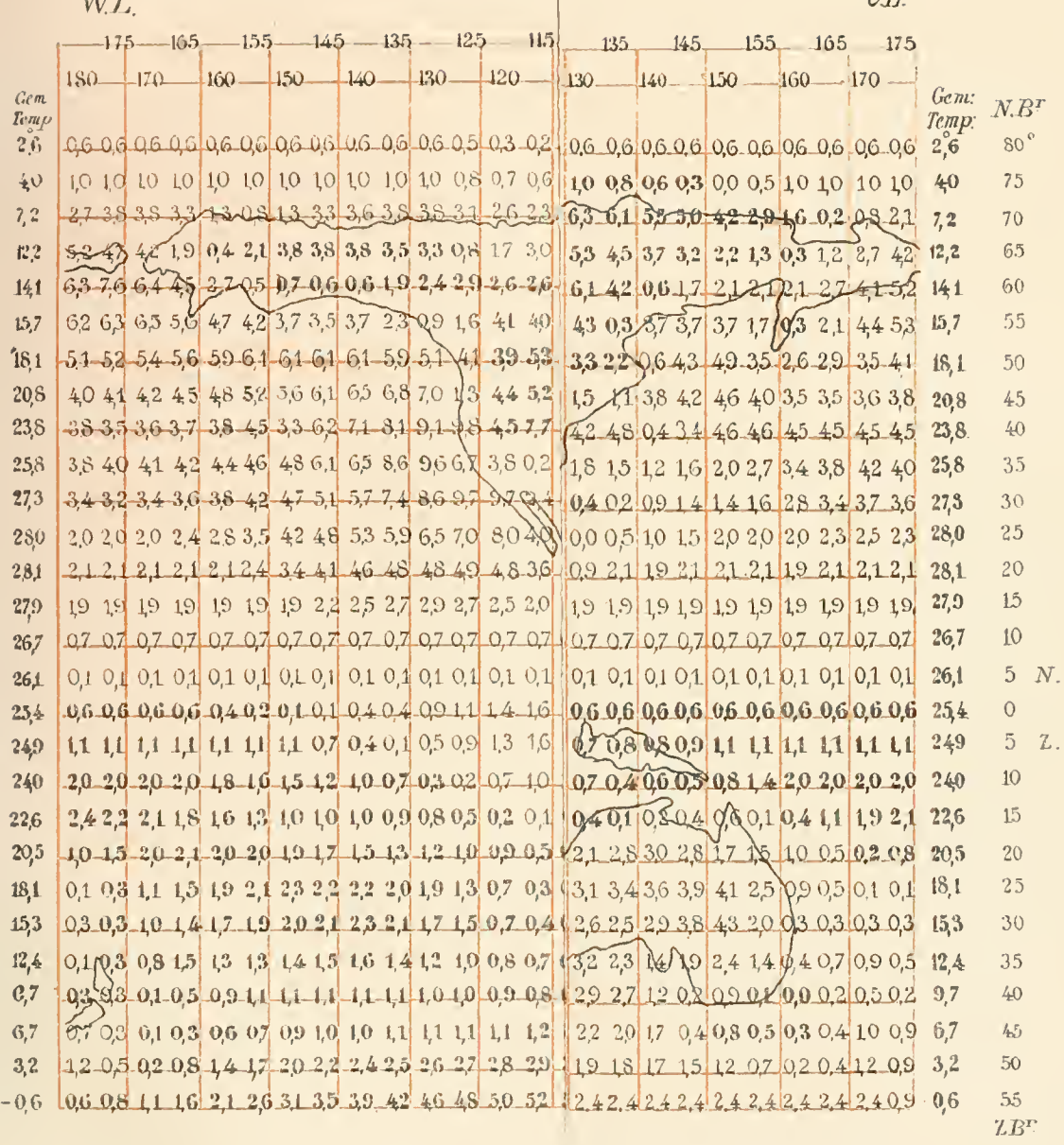

W.L.
O.L.
180 170 160 150 140 130 120
120 130 140 150 160 170
175 165 155 145 135 125 115
125 135 145 155 165 175
Gem. Temp.
Gem. Temp.
NB.
ZB.
-32,0 -29,1 -25,5 -22,5 -16,0 -10,9 -7,2 -2,3 3,9 8,8 13,9 18,4 21,7 23,9 25,7 26,2 26,2 26,1 25,9 25,7 25,5 24,6 22,6 19,3 16,1 12,5 8,0 4,6
80° 75 70 65 60 55 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5 N. 0 5 Z.

Pl II

Afwijkingen der Januari temperaturen van elken vijfden meridiaan van de temperaturen des breedte cirkels

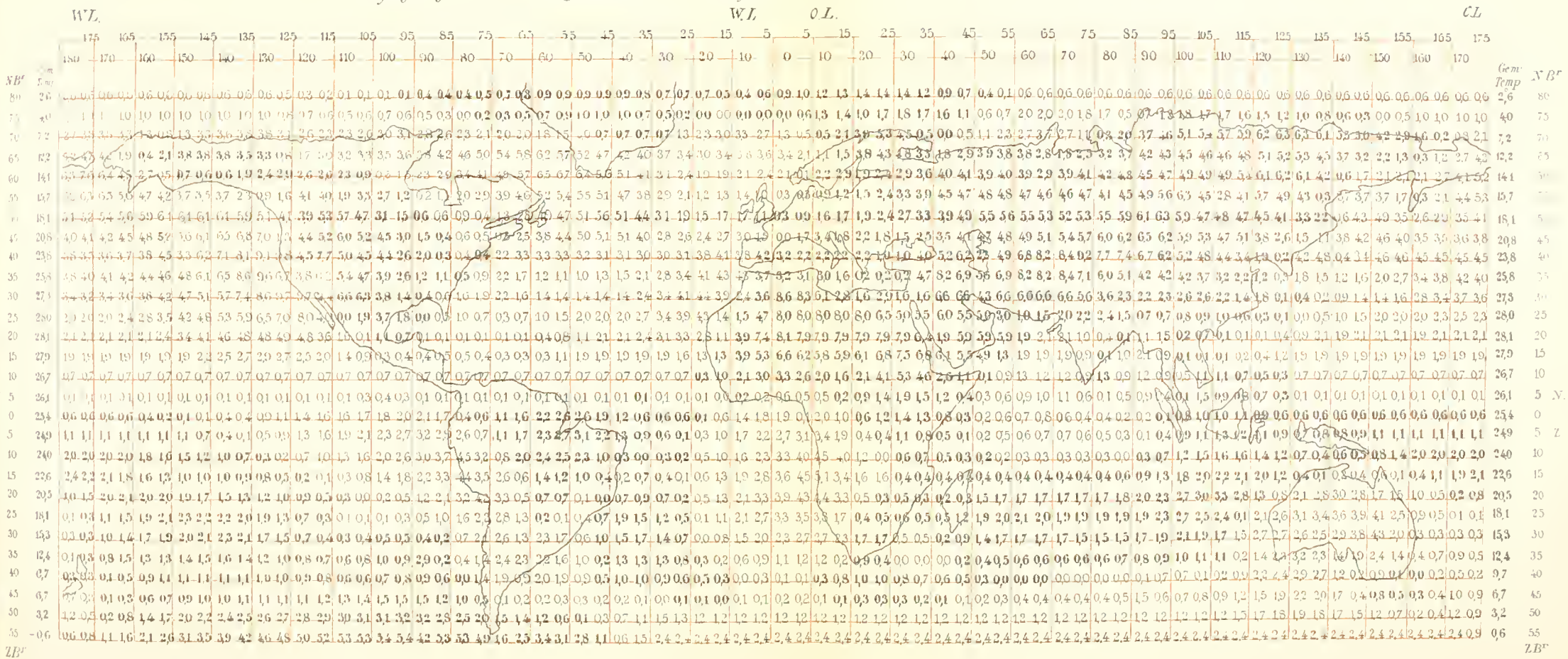


Pl. III.


W.L.
O.L.
175 165 155 145 135 125 115
180 170 160 150 140 130 120
135 145 155 165 175
130 140 150 160 170
Gem. Temp.
Gem. Temp.
N.B^r
2,6 80°
4,0 75
7,2 70
12,2 65
14,1 60
15,7 55
18,1 50
20,8 45
23,8 40
25,8 35
27,3 30
28,0 25
28,1 20
27,9 15
26,7 10
26,1 5 N.
25,4 0
24,9 5 Z.
24,0 10
22,6 15
20,5 20
18,1 25
15,3 30
12,4 35
9,7 40
6,7 45
3,2 50
0,6 55
ZB^r

Pl. III.

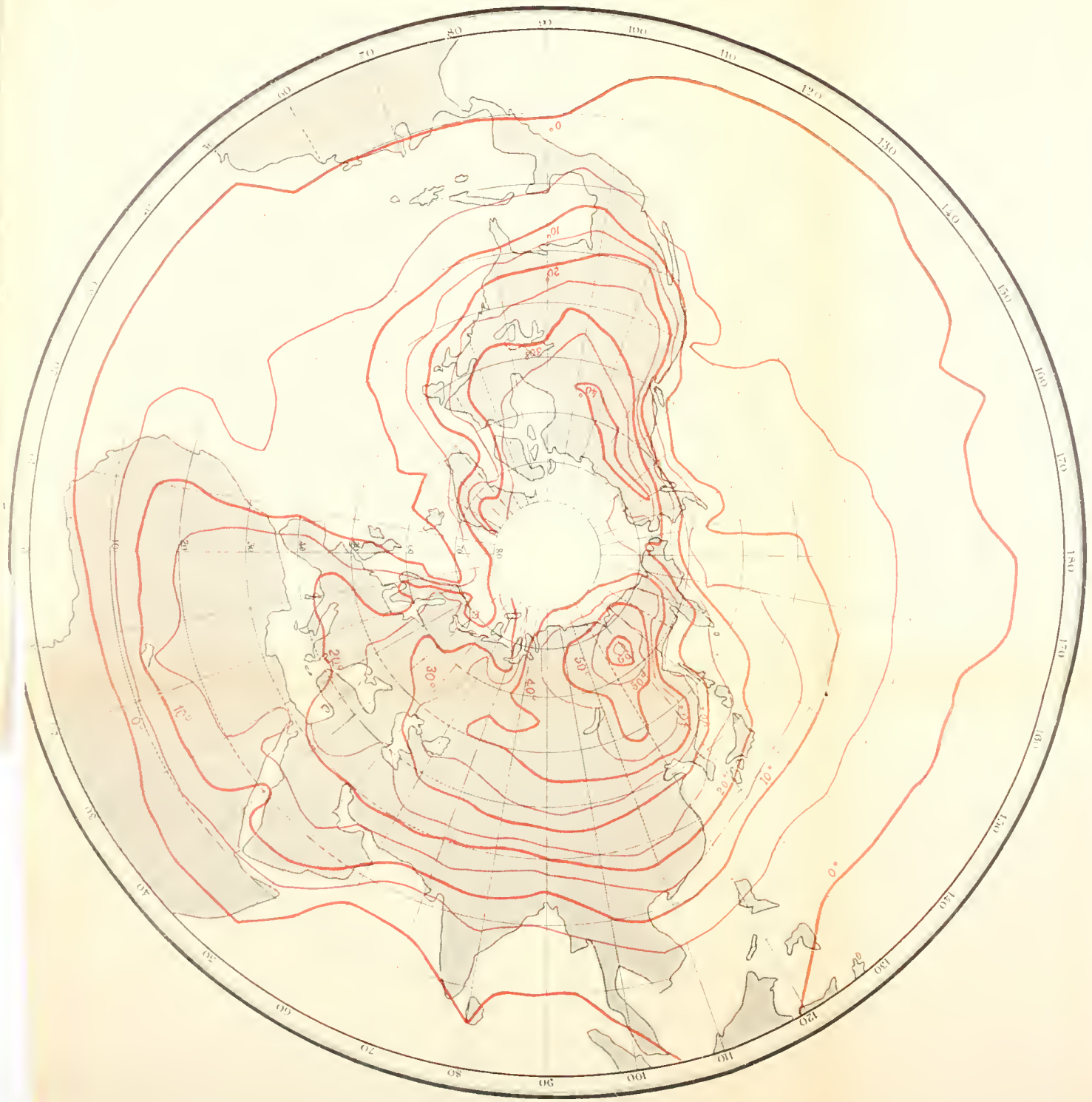
Afwijkingen der Juli temperaturen van elken vijfden meridiaan van de temperatuur des breedte cirkels



Pl. IV.

Pl. IV

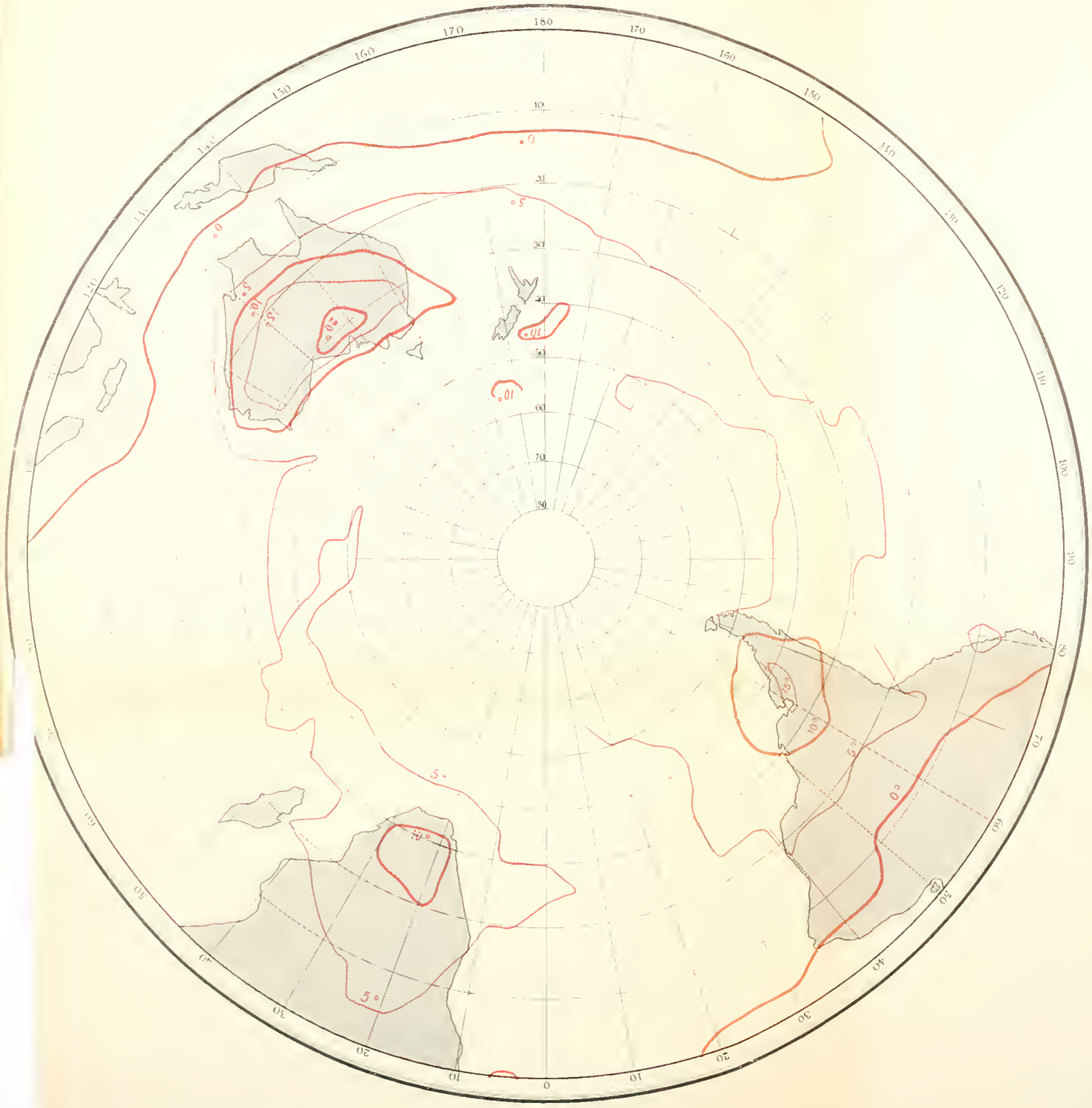
Isoparallagen der Temperatuur.



V.

DR. C. H. D. BUYS BALLOT V

Isoparallagen der Temperatuur



OVER DE

LINEAIRE SPECTRA DER ELEMENTEN,

DOOR

V. A. JULIUS.

OVER DE

LINEAIRE SPECTRA DER ELEMENTEN,

DOOR

V. A. JULIUS.

Inleiding.

1. Tot het onderzoek in deze verhandeling uiteengezet, ben ik gekomen door de bestudeering van de bezwaren, welke tegen de kinetische gastheorie zijn aangevoerd.

De kinetische gastheorie kan wijzen op schitterende uitkomsten; de hypothese van Avogrado, waarop de geheele nieuwere chemie is opgebouwd, vloeit uit haar voort als noodzakelijke gevolgtrekking; zij heeft van de wetten van Boyle en Gay Lussac de verklaring gegeven; zij heeft het onverwachte feit aangekondigd, dat de wrijvingscoëfficient voor gassen binnen wijde grenzen onafhankelijk is van de dichtheid; zij heeft van der Waals in staat gesteld haar het uitgangspunt te maken voor zijn theorie omtrent de continuiteit van gassen en vloeistoffen. Toch heeft zij ook haar zwakke zijde.

In 1885 heeft in sectie A van de British Association for the advancement of science een discussie plaats gehad, ingeleid door Crum Brown, over de kinetische gastheorie. De discussie leerde wel, dat de verschillende sprekers niet geneigd waren de kinetische gastheorie ter wille van de geopperde bedenkingen los te laten; maar aan den anderen kant was de weerlegging er van in termen vervat, te algemeen om ze als vervallen te kunnen beschouwen.

De bezwaren zijn gelegen in het theorema van Maxwell omtrent de snel-

heidsverdeeling en in het theorema van BOLTZMANN, volgens hetwelk het arbeidsvermogen van een atoom of van een molecule gelijkelijk verdeeld moet zijn over de verschillende graden van vrijheid.

Als toch het theorema van MAXWELL juist was en bij iedere temperatuur alle mogelijke snelheden voorkwamen, dan zouden bij een mengsel van twee gassen steeds de omstandigheden aanwezig zijn, waaronder een scheikundige verbinding intreedt; dan zou het niet noodig wezen een mengsel van waterstof en zuurstof tot een vrij hooge temperatuur te verhitten, wil men dat de scheikundige werking begint. Want een temperatuursverhooging zou geen grootere snelheden brengen, doch slechts een wijziging in het aantal moleculen met bepaalde snelheid. En nu zijn er tal van gevallen bekend, waarin de scheikundige werking gebonden is aan vrij nauwe grenzen van temperatuur.

Wel kan men onderstellen, dat bijv. in een mengsel van waterstof en zuurstof reeds bij lage temperaturen een weinig waterdamp gevormd wordt, maar tot heden heeft men dit niet kunnen bewijzen. Alleen heeft H. B. DIXON volgens het verslag van *Nature* 32, p. 535 (in het officieele verslag heb ik hieromtrent niets kunnen vinden) bij die gelegenheid in sectie A medegedeeld, dat hij door een reeks van waarnemingen op een mengsel van waterstof en zuurstof met tusschenruimten van 1000 uren had gevonden, dat er bij temperaturen beneden het dissociatie-punt sporen van verbinding waren aan te wijzen. Hoe hoog deze temperaturen geweest zijn, wordt niet vermeld. En moge het DIXON al gelukt zijn met bijzondere hulpmiddelen de aanwezigheid van waterdamp te ontdekken bij waarschijnlijk reeds hooge temperaturen, hiertegenover staat het feit, ook door CRUM BROWN aangehaald, dat men een mengsel van waterstof en zuurstof geruimen tijd kan houden op een temperatuur, welke weinig beneden de verbindingstemperatuur gelegen is, zonder dat er, althans gemakkelijk waarneembare, verbinding intreedt.

Wanneer het theorema van BOLTZMANN waar is, vindt men uit de soortelijke warmte bij constante spanning en die bij constant volume een aantal graden van vrijheid voor de molecule, dat onaannemelijk is.

De meeste sprekers in sectie A van de British Association ontkenden eenvoudig de juistheid van het theorema van BOLTZMANN, zonder scherp aan te wijzen, waar de fout in BOLTZMANN's redeneering schuilde, of welke praemisse verworpen moest worden.

Daarentegen toonde H. A. LORENTZ* aan, dat BOLTZMANN in zijn beschou-

---

* H. A. LORENTZ, *Ueber das Gleichgewicht der lebendigen Kraft unter Gasmolekülen.* Wien. Sitz. 95, p. 115 (1887).

wingen van een stelling gebruik maakte, die niet algemeen geldig is, en dat de uitkomsten van BOLTZMANN omtrent meer-atomige gasmoleculen daarom niet zonder nader onderzoek aanvaard mochten worden. Alleen voor één-atomige gasmoleculen bleef de uitkomst van BOLTZMANN en hiermede het theorema van MAXWELL ongedeerd; zelfs gaf LORENTZ een veel eenvoudiger bewijs, dat bij één-atomige gassen de MAXWELL'sche snelheidsverdeeling de eenig mogelijke is.

BOLTZMANN * erkende, dat hij een fout had gemaakt; maar hij wist voor zijn theorema een nieuw bewijs te geven, waarvan ook LORENTZ † zegt, dat het hem toeschijnt juist te zijn.

2. Het komt mij voor, dat BOLTZMANN ten onrechte den invloed van den ether buiten beschouwing laat.

Wanneer men eenmaal de hypothese aanvaardt, dat elk lichaam opgebouwd is uit moleculen, kan men de voorstelling niet ontgaan, dat elke molecule behalve translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen, ook vibratorisch arbeidsvermogen kan bezitten. Bij gasvormige lichamen kan het translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen der moleculen omgezet worden in vibratorisch arbeidsvermogen en ook omgekeerd; doch dit kan alleen geschieden bij botsing. Verder kunnen het translatorisch en het rotatorisch arbeidsvermogen eener molecule uitsluitend veranderen tengevolge van botsing; maar dit is niet het geval met het vibratorisch arbeidsvermogen. Dit kan toenemen of afnemen door tusschenkomst van den ether.

Stel dat een gasvormig lichaam van buiten stralende energie ontvangt. Het vibratorisch arbeidsvermogen der moleculen neemt dan toe, en bij botsing komt hiervan een deel ten goede aan het translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen. Stel dat een gasvormig lichaam tegenover een voorwerp van lage temperatuur wordt gebracht, dan neemt het vibratorisch arbeidsvermogen der moleculen af, maar wordt bij botsing gedeeltelijk aangevuld uit het translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen. Hoe snel dit in zijn werk gaat, leeren de proeven met den radiophoon §.

Er moet dus noodzakelijk een zekere betrekking bestaan tusschen de verandering (positief of negatief) van het vibratorisch arbeidsvermogen van twee moleculen bij botsing en het bedrag van het translatorisch, rotatorisch en vibra-

---

* BOLTZMANN, Neuer Beweis zweier Sätze über das Wärmegleichgewicht unter mehratomigen Gasmolekülen. *Wien. Sitz.* 95, p. 153 (1887).

† LORENTZ, l. c. p. 144.

§ RÖNTGEN, Ueber Töne, welche durch intermittirende Bestrahlung eines Gases entstehen. *Wied. Ann.* 12, p. 155 (1881).

torisch arbeidsvermogen vóór de botsing; bovendien kan natuurlijk die verandering nog samenhangen met de betrekkelijke ligging der moleculen op het oogenblik van botsing.

Stelt men zich nu een gasvormig lichaam voor, geplaatst in een omgeving van constante temperatuur; neemt men tevens aan, dat de verschillende moleculen oorspronkelijk verschillende bedragen aan vibratorisch arbeidsvermogen bezitten; dan zal, nog voordat eenige botsing heeft plaats gehad, door tusschenkomst van den ether een nivelleering van dit vibratorisch arbeidsvermogen intreden. Deze nivelleering zal eerst ophouden, wanneer alle moleculen een even groot bedrag aan vibratorisch arbeidsvermogen bezitten.

Laat ons voor een oogenblik aannemen, dat dit laatste stadium is bereikt. Hebben nu de verschillende moleculen verschillende bedragen aan translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen, dan zal tengevolge van botsing tusschen de eene groep van moleculen het vibratorisch arbeidsvermogen dier moleculen toenemen, en bij een andere groep zal de botsing een vermindering van het vibratorisch arbeidsvermogen ten gevolge hebben. Maar dadelijk begint de ether weer zijn nivelleerende tusschenkomst.

Nu zal, naar het mij voorkomt, zelfs in een omgeving van constante temperatuur het vibratorisch arbeidsvermogen van elke molecule niet even groot zijn; de nivelleering kost tijd; maar bij een bepaalde temperatuur zal het vibratorisch arbeidsvermogen toch binnen zekere, misschien nauwe, grenzen gelegen zijn. En dit zal terugwerken op het translatorisch en rotatorisch arbeidsvermogen der moleculen; ook dit zal nu voor elke molecule binnen zekere grenzen worden gehouden.

3. Door de beschouwing, in de vorige paragraaf uiteengezet, kan men, dunkt mij, de aanvaarding van het theorema van BOLTZMANN ontgaan. Is zij juist, dan kan ook het theorema van MAXWELL omtrent de snelheidsverdeeling niet geldig wezen. Maar het is niet terstond uit te maken, wat er voor in de plaats moet komen.

Hoe gewenscht het zou zijn, in de kinetische gastheorie rekening te houden met het vibratorisch arbeidsvermogen der moleculen, men zal hiermede waarschijnlijk moeten wachten totdat onze kennis omtrent de vibratorische beweging der moleculen aanzienlijk is uitgebreid. Tot deze uitbreiding schijnt mij de bestudeering der spectraal-verschijnselen de aangewezen weg.

Deze bestudeering te vergemakkelijken, en zoo mogelijk een nieuwen stoot er aan te geven, is het doel van deze verhandeling.

Onder de spectraal-verschijnselen zijn zeker de lineaire spectra der elementen de minst samengestelde; daarom heb ik mij het eerst tot deze gewend.

In de eerste plaats geef ik een overzicht van het belangrijkste, dat op dit gebied door anderen is gevonden en gedacht. Daarna tracht ik zelf een stap te doen in een richting, die mij toeschijnt eenige hoop op resultaten te wettigen.

Homologieën in spectra van verschillende elementen.

4. Mascart * maakte er opmerkzaam op, dat de zes hoofdlijnen van natrium alle dubbel zijn en dat de beide lijnen van elk dezer zes groepen nagenoeg denzelfden afstand tot elkander vertoonen. Iets dergelijks vond hij bij magnesium; in het groen heeft men hier een groep van drie lijnen en in het ultraviolet nog twee dergelijke groepen. De golflengten van de minst breekbare lijn van elke groep zijn 5182, 3864, 3335; intusschen zijn de afstanden tusschen de lijnen van de meest breekbare groep iets grooter dan die tusschen de groene lijnen. Het kwam Mascart niet aannemelijk voor, dat zulk een herhaling geheel toevallig zou zijn. Hij hielde er toe over aan te nemen, dat die groepen van overeenkomstige lijnen te vergelijken waren met boventonen.

5. Deze opmerkingen van Mascart gaven Lecoq de Boisbaudran † aanleiding in drie mededeelingen tot de Academie te Parijs gericht, zijn denkbeelden omtrent het vraagstuk uiteen te zetten en er een reeks waarnemingen aan toe te voegen.

Volgens Lecoq de Boisbaudran is het de geheele molecule, die trilt; want als een samengesteld lichaam aan een hooge temperatuur weerstand biedt, geeft het eigenaardige lijnen, verschillende van de lijnen der elementen. Oorsprong van de spectraallijnen is nu de draaiing der molecule om een as. Als de molecule een omwentelingslichaam was, zou zij den omringenden ether niet in trilling kunnen brengen; maar als zij oneffenheden heeft, zal er telkens wanneer deze een meridiaanvlak, dat in de ruimte vast is, doorgaan, een golf ontstaan. De afstanden tusschen de verschillende oneffenheden bepalen den tijd, welke verloopt tusschen de uitzending van twee opeenvolgende golven, en dus de golflengte. Van het aantal oneffenheden en van haar betrekkelijke plaatsing hangt de eigenaardigheid af van een eerste spectrum, het spectrum dat karakteristiek

---

* Mascart, Sur les spectres ultra-violets. *C. R.* 69 p. 337 (1869).

† Lecoq de Boisbaudran, Sur la constitution des spectres lumineux, *C. R.* 69 p, 445, 606, 657 (1869).

is voor de molecule, en dat basis is van het geheele spectrum zooals het wordt waargenomen.

Vervolgens wordt aangenomen, dat het zwaartepunt der molecule tengevolge van de aanwezigheid van één of meer middelpunten van aantrekking, zich in een ellipsvormige baan beweegt; LECOQ DE BOISBRAUDRAN meent verschillende gronden te hebben voor de onderstelling, dat zulk een ellips zeer excentrisch is.

Nu is de golflengte bepaald door het tijdsverloop tusschen twee opeenvolgende doorgangen van de oneffenheden door het heliocentrisch meridiaanvlak, waarbij de oneffenheden de krachtlijn snijden, die de molecule met het aantrekkingscentrum verbindt.

LECOQ DE BOISBAUDRAN onderscheidt twee gevallen. Was de baan der molecule een cirkel, dan zou de duur van den dag voor de molecule constant zijn en het spectrum geen verandering ondergaan. Maar nu de baan een ellips is, krijgt men iets anders. Nu moeten onderscheiden worden het geval A, waarbij de rotatie om de as der molecule in denzelfden zin plaats grijpt als de voortbeweging om het krachtcentrum, en het geval B, waarbij deze beide bewegingen niet in denzelfden zin gebeuren.

In het geval A zal in het perihelium de lengte van den dag grooter zijn dan de gemiddelde daglengte. Daardoor zal het spectrum, dat karakteristiek voor de molecule is, in zijn geheel verplaatst worden naar het rood. Wanneer nu een molecule in de nabijheid van het perihelium eenige omwentelingen maakt, zal bij een omwenteling in de onmiddelijke nabijheid van het perihelium het oorspronkelijke karakteristieke spectrum naar het rood gedrongen worden, en bij een omwenteling iets verder van het perihelium wat minder naar het rood. Van daar dat het karakteristieke spectrum zich zelf als het ware herhaalt. Daar volgens LECOQ DE BOISBAUDRAN de amplitude der vibraties in de nabijheid van het perihelium het grootst is, nemen wij alleen waar wat er in de nabijheid van het perihelium gebeurt. In het geval A zullen de lijnen in de nabijheid van het rood grootere intensiteit hebben dan de lijnen in het violet; in het geval B, waar in het perihelium de dag korter is dan de gemiddelde dag, zullen de violette lijnen grootere intensiteit hebben dan de roode.

Op deze wijze heeft LECOQ DE BOISBAUDRAN opgebouwd wat hij noemt het spectrum van den tweeden graad. Om tot het spectrum van den derden graad te komen, onderstelt hij, dat het middelpunt van de ellipsvormige baan der molecule zich beweegt langs een tweede ellips. Hiermede kan men natuurlijk voortgaan zoover als men dat wenschelijk acht.

Eindelijk komen nog de boventonen.

6. Ik heb zoo kort mogelijk eenige hoofdpunten van de theorie van LECOQ DE BOISBAUDRAN aangegeven. Zij wordt nog eenigszins nader door hem ontwikkeld. Maar het komt mij overbodig voor hem hierin verder te volgen. Ik geloof, dat weinige natuurkundigen in de geheele theorie van LECOQ DE BOISBAUDRAN iets anders zullen zien als een opeenstapeling van geheel willekeurige onderstellingen en van onverdedigbare gevolgtrekkingen.

In de eerste plaats: als werkelijk het grondspectrum bepaald werd door de rotatie van de molecule, dan zou het spectrum met de temperatuur geleidelijk moeten veranderen; want niemand zal toch willen onderstellen, dat de rotatietijd der moleculen onafhankelijk is van de temperatuur. Maar zelfs, wanneer men over dit bezwaar wilde heen stappen, waardoor is dan de amplitude van de trillende beweging bepaald en om welke reden wordt aangenomen, dat deze amplitude het grootst is in het perihelium?

Bovendien, als in het geval A een molecule in de nabijheid van het perihelium eenige omwentelimgen maakt en bij een omwenteling in de onmiddelijke nabijheid van het perihelium het oorspronkelijke karakteristieke spectrum naar het rood gedrongen wordt maar bij een omwenteling iets verder van het perihelium iets minder naar het rood, waarom wordt dan het spectrum niet continu? Men kan moeilijk aannemen, dat slechts in enkele standen deze verschuiving plaats grijpt.

Ik zou nog tal van bedenkingen tegen de theorie kunnen aanvoeren, maar ik meen dat dit niet noodig is.

7. Van meer belang zijn de waarnemingen en opmerkingen van LECOQ DE BOISBAUDRAN omtrent het spectrum der alcali-metalen en dat van de metalen der alcalische aarden.

In de BUNSEN'sche vlam werden achtereenvolgens kaliumchloruur en rubidiumchloruur verhit.

De volgende getallen worden medegedeeld.

1°. Kaliumchloruur:

	Golflengte.	Verschil.
gemiddelde van 2 roode lijnen	7680	187.5
„ van een groep van 3 gele lijnen .	5805	466
„ van den eersten groenen band . . .	5339	232
„ van den tweeden groenen band . .	5107	161
„ van den derden groenen band . . .	4946	119
lijn waargenomen door THALÈN.	4827	777
midden van een violette lijn	4050	

LECOQ DE BOISBAUDRAN merkt op, dat tusschen de verschillen 119, 161 en 232 een geometrische evenredigheid bestaat, als men voor 119 in de plaats stelt 112.

2°. Rubidiumchloruur:

	Golflengte.	Gemiddelde.	Verschil.
eerste roode lijn, ongeveer	7909	7851	
voornaamste roode lijn	7790		1673
gemiddelde van een groep van 4 lijnen		6178	492
groen-gele lijn	5722	5686	
dito	5650		290
groene lijn	5429	5396	
dito	5364		169
dito	5258	5227	
dito	5197		97
dito	5157	5130	
dito	5102		920
violette lijn	4217	4210	
dito	4203		

De getallen 97, 169, 290 en 492 vormen weder volgens LECOQ DE BOISBAUDRAN een meetkundige reeks.

Bij vergelijking van de beide spectra wordt het volgende resultaat verkregen. Beide bestaan:

1°. uit een dubbele roode lijn;

2°. uit vijf banden omstreeks het midden van de spectra;

3°. uit een lijn of een dubbele lijn in het violet.

LECOQ DE BOISBAUDRAN meent nu dat de verschillende banden in de beide spectra homoloog zijn. Deelt men de overeenkomstige golflengten op elkander, dan vindt men:

$$\frac{6178}{5805} = 1.064, \quad \frac{5686}{5339} = 1.065, \quad \frac{5396}{5107} = 1.056, \quad \frac{5227}{4946} = 1.058, \quad \frac{5130}{4827} = 1.063.$$

Het gemiddelde van deze quotienten is 1.061.

Maar de roode lijn van rubidium schijnt niet te correspondeeren met de roode lijn van het kalium; dit doet LECOQ DE BOISBAUDRAN het bestaan vermoeden van een roode kalium-lijn tusschen 7400 en 7450; maar het is hem niet gelukt deze waar te nemen.

De verhouding tusschen de golflengten der violette lijnen is bovendien als 1.04 tot 1.

LECOQ DE BOISBAUDRAN houdt het er voor, dat het verschil tusschen de spectra van kalium en rubidium samenhangt met de atoomgewichten; hij meent, dat er voor de alcali-metalen één spectrum bestaat, dat in zijn geheel des te meer naar het rood verschoven is, naarmate het atoomgewicht grooter bedrag heeft, en des te meer naar het violet, naarmate het atoomgewicht kleiner is. Een dergelijke betrekking als hij gevonden heeft tusschen de spectra van kalium en rubidium, bestaat volgens hem ook tusschen die van rubidium en caesium; daar het atoomgewicht van caesium zoo veel grooter is dan dat van rubidium, zijn de violette groepen van het kalium en van het rubidium homoloog met de twee blauwe lijnen van het caesium. Maar getallen omtrent deze betrekking tusschen het rubidium- en het caesium-spectrum worden niet gegeven.

Nog uitvoeriger worden de spectra van calciumchloruur, strontiumchloruur en baryumchloruur vergeleken. Maar ik moet hieromtrent naar de oorspronkelijke verhandelingen verwijzen. Om te kunnen volhouden, dat ook bij de metalen der alcalische aarden er slechts één spectrum bestaat, dat in zijn geheel meer naar het rood verschoven is, naarmate het atoomgewicht grooter is, moet aangenomen worden, dat het zichtbare spectrum van baryum de octaaf is van het eigenlijke baryum-spectrum, hetwelk homoloog is met de zichtbare spectra van strontium en calcium.

8. De opmerkingen van LECOQ DE BOISBAUDRAN zijn wel de aandacht waard. Toch vind ik het bezwaarlijk aan te nemen, dat werkelijk die lijnen homoloog zijn, welke door hem als zoodanig worden aangewezen. In de eerste plaats maakt hij herhaaldelijk gebruik van de gemiddelde van de golflengten van een groep lijnen; had men werkelijk met homologie te doen, dan zou dit niet noodig moeten zijn. Maar bovendien komt het mij onwaarschijnlijk voor, dat de invloed van het atoomgewicht zoo gering zou wezen. Het atoomgewicht van rubidium verhoudt zich tot dat van kalium als 85 tot 39 en volgens LECOQ DE BOISBAUDRAN zou de golflengte van een rubidium-lijn zich tot die van de homologe kalium-lijn verhouden als 1.061 tot 1.

9. Met het zoeken naar homologieën heeft zich in het bijzonder bezig gehouden CIAMICIAN*. De meening van LECOQ DE BOISBAUDRAN, dat homologe

* CIAMICIAN, Ueber die Spectren der chemischen Elemente und ihrer Verbindungen, *Wien. Sitz.* 76 p. 499 (1877); Ueber den Einfluss der Dichte und der Temperatur auf die Spectren von Dämpfen und Gasen, *Wien. Sitz.* 78 p. 867 (1878); Spektroskopische Untersuchungen, *Wien. Sitz.* 82 p. 425 (1880).

lijnen van verwante elementen des te meer van het violet naar het rood verschoven zijn, hoe grooter het atoomgewicht van het beschouwde element is, wordt geheel verworpen, * en wel met beroep op de spectra van phosphor, arsenicum en antimonium, evenals op die van chloor, broom en jodium, zooals zij door CIAMICIAN worden opgevat. Deze komt tot het besluit, dat de golflengten der overeenkomstige lijnen van verwante elementen toenemen met de chemische levende kracht in den zin, welke hieraan wordt gehecht door FRIEDRICH MOHR †.

Hoe groot bij de aanwijzing van homologieën de invloed is van de subjectieve opvatting, kan blijken bij vergelijking van de uitkomsten van CIAMICIAN met die van LECOQ DE BOISBAUDRAN, in de eerste plaats met betrekking tot de groep der alcali-metalen.

CIAMICIAN meent, dat deze groep gekarakteriseerd is door twee scherpe intensieve dubbellijnen $a_1\,a_2$ en $b_1\,b_2$. Volkomen ontwikkeld is dit spectrum alleen bij rubidium; bij kalium reduceeren zich de twee lijnen van kleinere golflengten ($b_1\,b_2$) tot een enkele (b). Bij het caesium komen alleen de lijnen $b_1\,b_2$ voor; daar vallen waarschijnlijk de twee roode lijnen in het ultra-rood; bij het natrium vindt men alleen de lijnen $a_1\,a_2$ (de bekende gele lijnen) en bevinden zich de violette lijnen waarschijnlijk in het ultra-violet. Caesium en rubidium hebben behalve de genoemde hoofdlijnen nog een groep lijnen van geringere intensiteit; in deze groepen correspondeeren de lijnen niet stuk voor stuk, maar toch moeten de groepen in haar geheel als homoloog beschouwd worden.

Ziedaar nagenoeg woordelijk alles, wat CIAMICIAN mededeelt omtrent de groep der alcali-metalen; en hij schijnt dit zoo voldoende te vinden voor de vaststelling der homologieën, dat hij er in zijn latere verhandelingen niet meer op terug komt.

Het moet natuurlijk een ieder, die een oogenblik over het onderwerp nadenkt, opvallen dat zulke gewichtige gevolgtrekkingen afgeleid worden uit zulke onvolledige gegevens. Want het is bekend, dat elk van de genoemde metalen nog vrij wat meer lijnen oplevert, dan degene waarop CIAMICIAN de aandacht vestigt. En al waren deze laatste de eenige bekende lijnen, dan zou er toch nog een groote mate van meegaandheid vereischt worden om aan de door CIAMICIAN aangewezen homologieën geloof te slaan.

CIAMICIAN geeft slechts enkele malen eenige getallen. Zoo vermeldt hij ook niet de golflengten van deze karakteristieke lijnen. Maar uit de gegeven aanwijzingen is het gemakkelijk af te leiden, dat de rubidium-lijnen $a_1\,a_2$ dezelfde

---

* *Wien. Sitz.* 76 p. 506.

† F. MOHR, *Mechanische Theorie der chemischen Affinität* p. 77 (1867).

zijn als die, waarvoor LECOQ DE BOISBAUDRAN de golflengten 7909 en 7790 opgeeft; de rubidium-lijnen $b_1 b_2$ zijn de lijnen 4217 en 4203 van LECOQ DE BOISBAUDRAN. Bij kalium is evenzoo het gemiddelde van de golflengten der lijnen $a_1 a_2$ 7680 en de golflengte van b 4050.

Nu hebben wij in § 7 gezien, dat LECOQ DE BOISBAUDRAN de rubidium-lijnen 7909 en 7790 *niet* voor homoloog houdt met de roode kalium-lijnen; en daarentegen de homologie zoekt in de vijf groepen van lijnen tusschen het rood en het violet, over welke groepen bij het kalium CIAMICIAN eenvoudig zwijgt.

10. Is CIAMICIAN het op het punt van de alcali-metalen niet eens met LECOQ DE BOISBAUDRAN, de metalen der alcalische aarden brengen hem met zich zelven in strijd. In de eerste der aangehaalde verhandelingen * „ist das Zurückweichen der sich entsprechenden Linien gegen das Violette in dem Masse, als die Elemente an Intensität ihrer chemischen lebendigen Kraft verlieren, sehr ausgesprochen; die Linie d ist beim Baryum grün, beim Strontium und Calcium blau." Behalve deze lijn d worden nog de homologe lijnen a, b, c, e en f in die metalen aangewezen. In de derde der aangehaalde verhandelingen komt hij ook tot het besluit †, dat de golflengte van homologe lijn-groepen toeneemt van het calcium tot het baryum; wederom worden de homologe groepen aangewezen, evenwel onder erkenning, dat de vergelijking niet altijd tot in bijzonderheden kan worden voortgezet; doch CIAMICIAN schrijft dit hieraan toe, dat de verkregen spectra nog altijd onvolledig zijn. Maar de homologie is geheel gewijzigd. In de eerste verhandeling waren bijv. homoloog de baryum-, strontium- en calcium-lijnen welke zich bevonden tegenover de verdeelingen resp. 68, 130 en 228 van de willekeurige schaal door CIAMICIAN gebruikt. In de derde verhandeling is dezelfde schaal aangewend en worden als homoloog opgegeven een groep baryum-lijnen van 61—68, een groep strontium-lijnen van 63—74 en een groep calcium-lijnen van 85—89. En zoo gaat het ook met de overige homologieën.

De verandering van zienswijze wordt door CIAMICIAN hieruit verklaard, dat bij de proeven, in zijn eerste verhandeling beschreven, hij gebruik had gemaakt van oplossingen der chloriden, die in den fulgurator van DE LA CHANAL lichtgevend werden gemaakt; daarentegen liet hij bij latere proeven vonken overspringen tusschen metaal-electroden, die zich in waterstof bevonden. Bij de vroegere proeven belemmerde hem de aanwezigheid van de spectra der verbindingen in de juiste beoordeeling van de metaal-spectra.

---

* *Wien. Sitz.* 76 p. 508.

† *Wien. Sitz.* 82 p. 439.

Ik wijs nog op het verschil tusschen LECOQ DE BOISBAUDRAN en CIAMICIAN omtrent de spectra van de metalen der alcalische aarden. Terwijl CIAMICIAN in de zichtbare spectra van calcium, strontium en baryum de homologieën weet aan te wijzen, acht LECOQ DE BOISBAUDRAN het hiertoe noodig het zichtbare spectrum van baryum te vervangen door het ultra-roode, dat een octaaf lager is.

11. Volgens CIAMICIAN is de homologie van de spectraallijnen van verwante elementen het duidelijkst uitgesproken in de groep cadmium en zink *.

Van de cadmium-lijnen worden de volgende opgegeven:

a	tegenover	de	streep	71	van	zijn	verdeelde schaal;
α				74			
β				141			
b				168			
c				204			
γ				215			
d				222.5			

Van het zink worden de volgende genoemd:

a	tegenover	de	streep	75	van	zijn	verdeelde schaal;
δ				148			
b				202			
c				215			
d				222.			

Nu zijn volgens CIAMICIAN de lijnen a, b, c en d van het cadmium homoloog resp. met de lijnen a, b, c en d van het zink. Dit is moeilijk aan te nemen; terwijl toch de a van het zink meer naar het violet ligt dan de a van het cadmium en de b van het zink veel meer naar het violet dan de b van het cadmium, wordt de d van het zink iets meer naar het rood gevonden dan de d van het cadmium. CIAMICIAN schijnt dit bezwaar gevoeld te hebben; hij wil dan ook bij elk der metalen de drie lijnen b, c en d vervangen door één gemiddelde M. Uit zijn teekening blijkt, dat hij zulk een gemiddelde lijn vindt door de som te nemen van de schaalstrepen tegenover welke de lijnen b, c en d staan en deze som door 3 te deelen. Zoo komt de lijn M bij het cadmium te staan tegenover de streep 198 en bij het zink tegenover de streep 213. Een dergelijke handelwijze veroordeelt zich zelve.

---

* *Wien. Sitz.* 76, p. 509.

Van de lijnen α, β en γ van het cadmium en de lijn δ van het zink maakt hij zich met de volgende woorden af: „die Linien $\alpha\,\beta\,\gamma$ des Cadmiums und δ des Zinks lassen sich nicht vergleichen, sie sind besondere Linien je eines der beiden Elemente".

Wanneer nu CIAMICIAN zelf zegt, dat de homologie het duidelijkst aan den dag treedt bij het cadmium en het zink, dan is dit niet zeer geschikt om veel vertrouwen in te boezemen in de overige door hem ontdekte homologieën.

Toch gaat CIAMICIAN, vooral in de derde van de aangehaalde verhandelingen ontzettend ver in het opsporen van homologieën. Zoo vindt hij dat de lijnspectra van koolstof, boor, silicium en aluminium onderling homoloog zijn; hierbij merkt hij op, dat het minder breekbare gedeelte van de spectra van silicium en aluminium geen overeenkomstige lijnen vindt in de spectra van koolstof en boor, maar vergelijkbaar is met het minder breekbare gedeelte van de spectra der elementen, behoorende tot de zuurstofgroep. Verder meent hij, dat de lijnspectra van koolstof en magnesium onderling volkomen homoloog zijn; dat de meer breekbare helft van de onderling homologe spectra van baryum, strontium en calcium homoloog is met het magnesium-spectrum; dat de spectra van zuurstof, zwavel, selenium en tellurium onderling volmaakt homoloog zijn; dat de spectra van phosphor, arsenicum en antimonium slechts in het roode gedeelte homoloog zijn met het spectrum van stikstof, en evenzoo dat slechts het minder breekbare gedeelte van de spectra der halogenen homoloog is met het fluorspectrum; eindelijk dat het meer breekbare gedeelte van de spectra van chloor, broom, jodium, phosphor, arsenicum en antimonium homoloog is met het meer breekbare gedeelte van de spectra der zuurstofgroep.

Op deze uitkomsten bouwt hij zelfs een methode om de samenstelling der elementen te leeren kennen. Zoo bestaat silicium uit koolstof en zuurstof; enz.

12. Dat er tusschen de spectra van verschillende elementen homologieën bestaan, betwijfel ik niet; en van onberekenbaar gewicht zou het wezen, als men ze op overtuigende gronden kon aanwijzen. Maar ik geloof niet dat LECOQ DE BOISBAUDRAN en CIAMICIAN gelukkig geweest zijn bij het nasporen.

Als men de verhandelingen van CIAMICIAN met aandacht bestudeert, zooals ik getracht heb te doen, en zijn afbeeldingen nagaat, dan is men nu en dan wel geneigd aan een enkele homologie te gelooven; maar over het geheel maakt het den indruk, dat CIAMICIAN zich lichtvaardig heeft laten meeslepen door zijn wensch, homologieën te vinden. Het komt mij voor, dat bij dergelijke onderzoekingen in de eerste plaats noodig is de kennis van de golflengten der verschillende lijnen; de gelijktijdige waarneming van twee spectra kan tot het vermoeden van homologie aanleiding geven, maar ten slotte zullen de getallen

moeten beslissen. En CIAMICIAN erkent zelf, dat hij slechts voor enkele lijnen de golflengte heeft bepaald.

13. In 1871 maakte CORNU * er opmerkzaam op, dat niet alle spectraallijnen, afkomstig van een gloeiende dampmassa van een of ander metaal, tegelijk omgekeerd worden. Als men een gloeiende dampmassa heeft van geringe dichtheid, krijgt men met behulp van den spectroscoop één of meer scherpe lijnen. Neemt nu de dichtheid tegelijk met de temperatuur van die dampmassa toe, dan worden de intensiteit en de breedte van zulk een lijn grooter; zij wordt een lichte band met weinig scherpe randen; maar spoedig ziet men dan ook een donkere lijn optreden op de plaats, waar eerst de scherpe lichte lijn gevonden werd. Deze „spontane" omkeering doet zich niet bij alle lijnen voor; soms slechts bij enkele. En terwijl de lichte banden der omkeerbare lijnen in breedte toenemen, verdwijnen de niet omkeerbare lijnen op den meer helderen achtergrond geheel.

In 1885 kwam CORNU † op dit onderwerp terug. Het was ook hem opgevallen, dat men in de zichtbare spectra van gloeiende dampen dikwijls lijngroepen waarneemt, die zich minder of meer regelmatig herhalen; die herhalingen waren nog opvallender, als men de waarnemingen uitstrekte tot de uiterste grens van het ultra-violet. Tusschen de verschillende lijnen van hetzelfde spectrum een eenvoudige numerische betrekking te vinden, was hem niet gelukt. Maar de beschouwing van verschillende photographieën van lijngroepen, die zich bijzonder regelmatig herhalen, leerde hem, dat zulke groepen juist tot de spontaan omkeerbare lijnen behooren. Wel zijn voor hetzelfde metaal de omkeeringen meer of minder volkomen naarmate de omstandigheden, onder welke de proeven genomen worden, verschillend zijn; wel vertoonen zij zich bij het eene metaal gemakkelijker dan bij het andere; maar altijd vond hij dezen regel terug, dat de genoemde lijnen aan de meest breekbare zijde het dichtst bij elkander worden gevonden en in die richting in intensiteit afnemen. Het scheen CORNU toe, dat bij voortgezette verhooging van temperatuur elk spectrum nadert tot een zeker grensspectrum, waarin zich een continue achtergrond bevindt zonder eenige lijn behalve die van de spontaan omgekeerde lijnen. En in dergelijke grensspectra van verschillende metalen meende CORNU een zekere homologie te bespeuren.

De onderzoekingen van HUGGINS omtrent het spectrum der witte sterren gaven CORNU aanleiding te vermoeden, dat de lijnen, door HUGGINS aan waterstof

---

* CORNU, Sur le renversement des raies spectrales des vapeurs métalliques. *C. R.* 73, p. 332 (1871).

† CORNU, Sur les raies spectrales spontanément renversibles et l'analogie de leurs lois de répartition et d'intensité avec celles des raies de l'hydrogène. *C. R.* 100, p. 1181 (1885).

toegeschreven, spontaan omkeerbare lijnen van waterstof waren; HUGGINS had toch in het spectrum donkere lijnen gevonden.

Werkelijk kon CORNU * na veel moeite aantoonen, dat die lijnen van HUGGINS tot waterstof behoorden; door verijlde waterstof met groote zorg van onzuiverheden te ontdoen, wist hij ze langs photographischen weg voor een ieder waarneembaar te maken.

Nu ging CORNU het waterstof-spectrum, door HUGGINS gevonden, vergelijken met de grensspectra van eenige metalen, voornamelijk in het ultra-violet. In het bijzonder geeft hij als voorbeeld de spectra van aluminium en thallium. In de door hem toegevoegde teekening ziet men in de eerste plaats de waterstof-lijnen van HUGGINS op een schaal voor golflengten. De omkeerbare lijnen in het ultra-violette aluminium-spectrum vormen een dubbele reeks; men heeft, als het ware, een reeks van dubbellijnen. Deze aluminium-lijnen worden nu geteekend op een andere schaal, zoodat de eenheid van golflengte door een langer lijntje wordt voorgesteld, en zoodanig, dat de twee uiterste aluminium-lijnen behoorende tot hetzelfde lid van de dubbele reeks, samenvallen met waterstof-lijnen (de lijn G' en de lijn δ van HUGGINS). Men ziet dan, dat alle aluminium-lijnen, behoorende tot hetzelfde lid van de dubbele reeks overeenkomen met waterstof-lijnen. Er moet dus een lineaire betrekking bestaan tusschen de golflengten der waterstof-lijnen en die der aluminium-lijnen. CORNU vond dan ook, dat voor het eerste lid van de dubbele reeks der aluminium-lijnen de betrekking geldt:

$$\lambda_1 = 47.30 + 0.43783\, h$$

en voor het tweede lid:

$$\lambda_2 = 47.18 + 0.43678\, h$$

waarin λ_1 of λ_2 voorstelt de golflengte van een aluminium-lijn en h de golflengte van de homologe waterstof-lijn. Iets dergelijks werd gevonden voor het omkeerbare ultra-violette thallium-spectrum. Ook hier heeft men een dubbele reeks; men kan de golflengte der thallium-lijnen voorstellen door de empirische formules:

$$\lambda_1 = 94.61 + 0.29776\, h \text{ en } \lambda_2 = 111.31 + 0.75294\, h.$$

De golflengten zijn hierbij uitgedrukt in millioenste millimeters.

---

* CORNU, Sur le spectre ultra-violet de l'hydrogène. *Journal de Physique.* 5 [2], p. 341 (1886).

CORNU komt tot het besluit: in de spectra der metalen volgen zekere reeksen van spontaan omkeerbare lijnen vrij wel (sensiblement) dezelfde wetten van verdeeling en intensiteit als de waterstof-lijnen. Die wijze van opeenvolging moet wel, volgens CORNU, uit te drukken zijn door middel van een zelfde functie, voor welke hij den naam waterstoffunctie (fonction hydrogénique) voorslaat.

14. CORNU zelf merkt op, dat het feit van de omkeering van een lijn bevredigend te verklaren is uit opslorping door de omringende dampmassa van lagere temperatuur; maar veel minder gemakkelijk is het, de reden aan te wijzen, waarom sommige lijnen in hetzelfde spectrum wèl en andere niet worden omgekeerd. Het is naar mijn meening de vraag of werkelijk die spontaan omkeerbare lijnen tot een bepaalde categorie behooren, die meer of minder op zich zelf staat. Was dit het geval, dan zou een groote stap gedaan zijn; dan zou bij de pogingen tot het verklaren van het optreden van een spectrum, het probleem veel vereenvoudigd zijn, omdat men zich dan voorloopig alleen met de spontaan omkeerbare lijnen zou bezig te houden hebben, en de niet omkeerbare bij een eerste poging kon laten rusten.

Maar ten eerste weet men nog weinig van den invloed, dien de omstandigheden, onder welke de proef genomen wordt, hebben op de omkeering van een lijn, en ten tweede kan men verschillende voorbeelden aanhalen van een spectrum, waarin sommige lijngroepen zich regelmatig herhalen, terwijl toch niet van alle groepen de omkeering gelukt is. Zoo heeft natrium zes dubbellijnen en toch heeft CORNU* slechts de *D*-lijnen omgekeerd kunnen krijgen. Het komt mij daarom nog niet als vaststaande voor, dat de spontaan omkeerbare lijnen een eigen categorie vormen.

Afgezien intusschen van deze vraag, is de door CORNU aangewezen homologie tusschen de spectra van waterstof, aluminium en thallium zeer opvallend. Men zou alleen wenschen voor de overige metalen even nauwkeurige opgaven te bezitten als voor aluminium en thallium. Er blijft toch bij het aanwijzen van de homologie een element van willekeur over. Zoo heeft CORNU de uiterste door hem beschouwde aluminium-lijnen homoloog verklaard met de waterstoflijnen G' en δ van HUGGINS. Gelukt het nu door een geschikte keuze van homologe lijnen in het waterstof- en het metaal-spectrum in talrijke gevallen de overeenstemming bevredigend te maken, dan wordt de kans dat die overeenstemming toevallig is, uiterst gering. Maar een tweetal gevallen als die van

* *C. R.* 73, p. 335.

aluminium en thallium is niet voldoende om de mogelijkheid van toeval buiten te sluiten.

15. Daar ik mij in dit onderzoek tot de lineaire spectra der elementen wensch te beperken, vermeld ik slechts met een enkel woord, dat sommige schrijvers homologieën hebben aangewezen in de banden-spectra der elementen. Zoo kwamen TROOST en HAUTEFEUILLE * aan den eenen kant en DITTE † aan den anderen kant tot het besluit, dat er in de spectra van elke familie der metalloïden een zelfde aantal licht-maxima zijn, welke zich, evenals het geheele spectrum, van het rood naar het ultra-violet bewegen, als men van de elementen, die het meest electro-negatief zijn, overgaat tot de elementen, die het dichtst bij de metalen staan.

Doch uitvoeriger moet ik stilstaan bij een verhandeling van GRÜNWALD §, die voor korten tijd verschenen is.

Het is bekend, dat waterstof twee lineaire spectra geeft; het meest bekende (het elementaire) wordt verkregen, als men door waterstof van niet te geringe dichtheid krachtige inductie-vonken zendt. Het andere is het eerst door PLÜCKER en HITTORF waargenomen en beschreven. Men doet het ontstaan, als men door een GEISSLER'sche buis, waarin zich waterstof van zeer kleine dichtheid bevindt, zwakke ontladingen laat gaan. Met dit laatste spectrum heeft zich in het bijzonder HASSELBERG bezig gehouden. Door ÅNGSTRÖM en SALET werd het oorspronkelijk toegeschreven aan acetyleen; maar de onderzoekingen van HASSELBERG hebben allen redelijken twijfel hieromtrent weggenomen; men moet het wel beschouwen als een spectrum dat toekomt aan waterstof, maar aan waterstof waarin de moleculen grootere samengesteldheid hebben. Misschien heeft men recht te beweren, dat het gewone waterstof-spectrum uitgaat van de atomen, het PLÜCKER'sche van de twee-atomige moleculen.

Nu heeft GRÜNWALD een zeer merkwaardige betrekking gevonden tusschen de golflengten van het PLÜCKER'sche waterstof-spectrum en de golflengten van het spectrum van waterdamp. Wanneer men de lijnen, door HASSELBERG gevonden, ontdoet van eenige, die tot het elementaire waterstof-spectrum schijnen te be-

---

* TROOST et HAUTEFEUILLE, Sur les spectres du carbone, du bore, du silicium, du titane et du zirconium, *C. R.* 73 p. 620 (1871).

† DITTE, Sur les spectres du soufre, du sélénium et du tellure, *C. R.* 73 p. 622 (1871); Sur les spectres des corps appartenant aux familles de l'azote et du chlore, *C. R.* 73 p. 738 (1871).

§ GRÜNWALD, Ueber die merkwürdigen Beziehungen zwischen dem Spektrum des Wasserdampfes und den Linienspektren des Wasserstoffes und Sauerstoffes, sowie über die chemische Struktur der beiden letztern und ihre Dissociation in der Sonnenatmosphäre. *Astr. Nachr.* N°. 2797, Bnd. 117, p. 201 (1887).

hooren, en de overblijvende golflengten deelt door 2, dan krijgt men golflengten, die voorkomen in het waterdamp-spectrum.

Op grond van voorloopige resultaten heeft GRÜNWALD een reeks van golflengten opgemaakt, die in het spectrum van waterdamp zouden moeten voorkomen, maar nog niet waargenomen waren. Deze reeks heeft hij gezonden aan LIVEING. Per brief heeft nu LIVEING aan GRÜNWALD medegedeeld, welke golflengten hij bij onderzoek in het waterdamp-spectrum heeft aangetroffen. De overeenstemming tusschen de voorspelling van GRÜNWALD en de uitkomsten van LIVEING kan men volkomen noemen. In zijn verhandeling plaatst GRÜNWALD 58 golflengten door hem verwacht, naast de door LIVEING waargenomene; zij zijn gelegen tusschen 2800.5 en 2449 tien-millioenste millimeter.

Dit is het hoogst belangwekkende feit, door GRÜNWALD aan den dag gebracht. De waarde er van zal nog verhoogd worden, wanneer LIVEING een uitvoerig verslag openbaar zal maken van zijn proeven, zoodat men er de overtuiging uit kan putten, dat LIVEING werkelijk lijnen, die tot het spectrum van waterdamp behooren, heeft waargenomen, en de mogelijkheid uitgesloten blijkt, dat hij lijnen heeft gemeten, die aan waterstof moeten worden toegeschreven.

Maar GRÜNWALD heeft hieraan ook een theorie vastgeknoopt omtrent de chemische structuur der elementen waterstof en zuurstof.

Hij stelt het volgende grondtheorema op:

Men noeme a een primair chemisch element, dat in een gasvormige stof A met andere elementen chemisch verbonden is, en in de volume-eenheid van A het volume $[a]$ inneemt. Het lichaam A verbinde zich chemisch met een ander gasvormig lichaam B tot een derde lichaam C. Bij deze verbinding ga het element a in een anderen chemischen toestand a' over, terwijl het om de nieuwe verbinding mogelijk te maken, een zekere hoeveelheid warmte afgeeft (bij uitzondering opneemt) en zich tengevolge hiervan chemisch verdicht (eventueel verijlt). Het volume, dat door a in het lichaam C, na het tot stand komen van het nieuwe chemische beweeglijke evenwicht, ingenomen wordt, zij $[a']$, waarbij het quotient $[a']:[a]$ volgens een bekende chemische wet meestal een zeer eenvoudig geheel getal is. Dit vooropgesteld zijnde, verhouden zich de golflengten λ van alle stralen, welke in het lijn-spectrum der vrije stof A tot het element a behooren, en dus hierdoor uitgezonden worden, tot de golflengten λ' van de overeenkomstige stralen, die hetzelfde element in den nieuwen chemischen toestand a', waarin het zich in de nu chemisch verbondene stof A binnen de gevormde verbinding C bevindt, uitzendt, als de overeenkomstige volumina $[a]$ en $[a']$.

Begrijp ik GRÜNWALD goed, dan verstaat hij onder $[a]$ de som van de volumina, die de atomen of de atoom-complexen innemen, welke som natuurlijk niets

te maken heeft met het volume, dat het gasvormig lichaam bij bepaalde temperatuur en spanning bezit. Daarom geloof ik niet, dat GRÜNWALD het recht heeft te zeggen, dat het quotient $[a']:[a]$ volgens een bekende chemische wet meestal een zeer eenvoudig geheel getal is.

De verklaring van het door GRÜNWALD ontdekte feit wordt nu de volgende. Het spectrum door waterstof uitgezonden, zooals het door HASSELBERG is bestudeerd, is afkomstig van een meer samengestelde waterstof-molecule; deze modificatie van waterstof wordt door GRÜNWALD H′ genoemd. In een molecule H_2O neemt nu volgens GRÜNWALD de aanwezige waterstof juist de helft in van het volume, dat zij in vrijen staat en dus in de modificatie H′ inneemt.

Tot zoover zou men met GRÜNWALD mede kunnen gaan, als men zich door zijn grondtheorema aangetrokken gevoelt. Maar nu zegt hij verder:

„De golflengten van het *elementaire* waterstof-spectrum laten zich in twee „groepen (a) en (b) splitsen, zoodanig dat de golflengten van de eene groep (a) „vermenigvuldigd met den factor 0.6336 (bijna $= {}^{19}/_{30}$), en de golflengten van „de andere groep (b) vermenigvuldigd met ${}^{4}/_{5}$, overgaan in overeenkomstige „golflengten van het H_2O-spectrum. Hieruit volgt met behulp van het grond-„theorema, dat de waterstof uit twee primaire elementen a en b bestaat, waar-„van het eene, a, de groep (a) onder den invloed van b, de andere, b, de groep „(b) onder den invloed van a doet ontstaan. Zijn nu resp. $[a]$ en $[b]$ de vo-„lumina, welke de stoffen a en b in een volume-eenheid waterstof innemen, dan is

$$[a] + [b] = 1$$

„en verder volgens het grondtheorema:

$$\frac{19}{30}[a] + \frac{4}{5}[b] = \frac{2}{3}.$$

Tegen deze laatste vergelijking heb ik overwegend bezwaar. Zij zou volgens het grond-theorema juist zijn, indien binnen een molecule water de waterstof-atomen ${}^{2}/_{3}$ van het atoom-volume innamen, dat zij in vrijen staat hebben. Nu heeft men hier te doen met de waterstof, die het elementaire lijn-spectrum geeft, en dus niet eens met de modificatie H′. En er is reeds gebleken, dat in de molecule H_2O de waterstof juist de helft inneemt van haar volume in de reeds verdichte modificatie H′. Dan is het ook ontoelaatbaar aan te nemen, dat in de watermolecule de waterstof ${}^{2}/_{3}$ gedeelte inneemt van het volume, dat zij heeft als zij het elementaire lijn-spectrum uitzendt. Het komt mij voor, dat GRÜNWALD hier de condensatie van $[a]$ tot $[a']$ uit zijn grondtheorema verwart met

de volume-condensatie, die bij scheikundige werkingen soms intreedt, waardoor bijv. 2 volume-deelen waterstof en 1 volume-deel zuurstof vormen 2 volume-deelen waterdamp. Wil men aannemen, dat hij in zijn theorema eigenlijk alleen de laatst genoemde soort van condensatie bedoelt, dan begrijp ik in het geheel niets van zijn theorie.

Maar als de laatstgenoemde vergelijking niet juist is, dan vervalt verder de waarde van de geheele beschouwing, die GRÜNWALD er op bouwt.

Waren de beide vergelijkingen juist, dan zou hieruit volgen:

$$[a] = \frac{4}{5}, \qquad [b] = \frac{1}{5}.$$

Volgens GRÜNWALD bestaat daarom de waterstof uit een verbinding van twee primaire stoffen a en b; vier volume-deelen van stof a en 1 volume-deel b zouden zich vereenigen. De waterstof zou dus volgens hem analoog zijn aan het ammonium NH_4, waarvan GRÜNWALD beweert, dat het zich bij dissociatie, als de temperatuur hoog genoeg werd, zou uitzetten in verhouding van 2 tot 3.

Hoe GRÜNWALD komt tot deze betrekking 2 : 3, begrijp ik niet. Wanneer ammonium in vrijen staat bestaanbaar was, zou bij volledige dissociatie het volume toenemen in verhouding van 2 tot 5.

Met behulp van het grondtheorema en de verhouding $^2/_3$ (die naar mijn inzien $^2/_5$ zou moeten zijn) worden nu de lijn-spectra bepaald van de primaire stoffen a en b. Men verkrijgt deze, door de golflengten van het elementaire waterstof-spectrum, behoorende tot de groep a, en evenzoo die behoorende tot de groep b, te vermenigvuldigen met $^3/_2$.

Het doel van GRÜNWALD is, aan te toonen, dat in het zonnespectrum de lijnen behoorende tot de primaire stoffen a en b als FRAUNHOFER'sche lijnen voorkomen. Hij vindt voor elk van de door hem berekende lijnen der stoffen a en b een FRAUNHOFER'sche lijn in de onmiddelijke nabijheid.

GRÜNWALD meent, dat de helium-lijn toekomt aan de primaire stof b, welke stof door hem dan ook helium genoemd wordt. Vermenigvuldigt men nu de golflengte van de helium-lijn (5874.9) met $\frac{2}{3}$, dan zou men dus als golflengte van een waterstof-lijn 3916.6 krijgen. Deze waterstof-lijn kan ik niet vinden in de opgaven van ÅNGSTRÖM, HUGGINS en VOGEL.

De primaire stof a wordt door GRÜNWALD coronium genoemd, als zijnde waarschijnlijk het hoofdbestanddeel van de corona der zon.

Behalve de samenstelling van waterstof, wordt nu ook de constitutie van

zuurstof bepaald. Maar ik zal hierover niet in bijzonderheden treden, omdat GRÜNWALD niet de golflengten vermeldt, waaruit hij zijn resultaten verkrijgt.

De geheele genoemde verhandeling is nog slechts een voorloopige mededeeling. GRÜNWALD belooft een uitvoeriger verhandeling met de noodige tabellen. Hoewel, zooals ik uiteengezet heb, naar mijn inzien twee gewichtige bezwaren aangevoerd kunnen worden tegen de wijze, waarop GRÜNWALD tot de constitutie van waterstof besluit en de spectra der bestanddeelen van waterstof bepaalt, zal men toch deze uitvoeriger verhandeling moeten afwachten, alvorens men een eindoordeel vestigt.

BETREKKINGEN TUSSCHEN DE GOLFLENGTEN DER LIJNEN, DIE TOT HETZELFDE SPECTRUM BEHOOREN.

16. Hebben sommige natuuronderzoekers zich bezig gehouden met het vinden van homologieën tusschen spectra van verschillende elementen, andere hebben getracht een betrekking aan te toonen tusschen de lijnen, welke tot hetzelfde element behooren.

Gewoonlijk heeft men gepoogd verschillende lijnen als harmonische lijnen aan te wijzen van een zekere grondlijn, in analogie met de harmonische tonen, die een snaar of een orgelpijp oplevert.

STONEY * wil zelfs door een theoretische beschouwing bewijzen, dat een dergelijke harmonische betrekking moet bestaan. Hij neemt aan, dat de etherverstoringen het gevolg zijn van periodische bewegingen binnen de moleculen. Welken vorm, zoo redeneert hij, de hierdoor in den ether opgewekte, vlak onderstelde, golven hebben, zoo kan toch altijd de betrekking tusschen de verplaatsing van een ether-element en den tijd voorgesteld worden door een zekere kromme lijn, welke zich telkens herhaalt. Deze kromme lijn mag één continue kromme zijn of wel bestaan uit deelen van verschillende krommen, altijd zal toch volgens het bekende theorema van FOURIER, indien de uitwijking y is, τ de volledige periode van een golf en men kortheidshalve voor $2\pi \frac{t}{\tau}$ schrijft x:

$$y = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + \ldots$$
$$+ B_1 \sin x + B_2 \sin 2x + \ldots$$

---

* STONEY, On the cause of the interrupted spectra of gases, *Phil. Mag.* 41 [4] p. 291 (1871).

waarin

$$\int_0^{2\pi} y \cos nx \, dx = \pi A_n$$

$$\int_0^{2\pi} y \sin nx \, dx = \pi B_n.$$

Hieruit volgt dus dat, wat ook de vorm van de vlakke golf zijn moge, zij beschouwd kan worden als een superpositie van enkelvoudige trillende bewegingen met trillingstijden τ, $\frac{1}{2}\tau$ enz. Intusschen kunnen sommige coëfficienten A_n en B_n de waarde nul hebben, en ook acht STONEY het mogelijk, dat in de moleculen van een bepaalde soort meer dan één periodische beweging plaats heeft, zoodat men meer dan één serie harmonische lijnen in het spectrum vindt.

Dat deze beschouwing van STONEY niet afdoende is, ziet men gemakkelijk in, wanneer men let op zijn uitgangspunt. Hij neemt aan, dat de betrekking tusschen de verplaatsing van een ether-element en den tijd voorgesteld kan worden door een kromme lijn, die zich telkens herhaalt. Dit nu zal alleen waar zijn, als de enkelvoudige trillende bewegingen, waaruit de samengestelde trillende beweging bestaat, onderling meetbare trillingstijden hebben. Zijn die trillingstijden onderling onmeetbaar, wat zeer wel mogelijk geacht moet worden, dan is zijn uitgangspunt onjuist en vervalt zijn beschouwing.

Maar in ieder geval is de meening, dat elk spectrum uit één of meer reeksen van harmonische lijnen bestaat, als hypothese toelaatbaar.

STONEY neemt voor de bekende waterstof-lijnen *C*. *F* en *h* de golflengten aan, zooals deze door ÅNGSTRÖM zijn gevonden in lucht van 14°, namelijk 6562.10, 4860.74 en 4101.2 tienmilliocnste millimeter. Door gebruik te maken van de waarnemingen van KETTELER omtrent de dispersie van lucht, leidt STONEY voor de golflengten in het luchtledige de getallen af: 6563.93, 4862.11 en 4102.37. Deze lijnen zouden nu zijn de 20ste, 27ste en 32ste harmonische bovenlijn van een grondlijn met golflengte 131277.14 en met trillingstijd 4.4×10^{-14} sec., indien men voor de snelheid van het licht 298000 kilometers per seconde aanneemt. Immers:

$$\frac{1}{20} \times 131277.14 = 6563.86 = 6563.93 - 0.07$$

$$\frac{1}{27} \times 131277.14 = 4862.12 = 4862.11 + 0.01$$

$$\frac{1}{32} \times 131277.14 = 4102.41 = 4102.37 + 0.04.$$

De 19de, 21ste, enz. harmonische bovenlijnen ontbreken. Maar STONEY gelooft dat de lijn-spectra (de spectra tweede orde van PLÜCKER) veel minder volledig zijn dan de banden-spectra (de spectra eerste orde van PLÜCKER). Hij verwacht, dat in de spectra eerste orde niet zoo vele harmonische bovenlijnen zullen ontbreken; maar de noodige waarnemingen, om dit te kunnen onderzoeken, zijn nog niet gedaan. Alleen heeft STONEY uit de waarnemingen van PLÜCKER omtrent het spectrum eerste orde van stikstof afgeleid, dat in het meer breekbare gedeelte 35 lijnen voorkomen, die beschouwd kunnen worden als ongeveer de 1960ste tot 1994ste harmonische bovenlijnen van een grondlijn met golflengte 0.89376 millimeter. Maar STONEY zelf erkent, dat twijfel hier gerechtvaardigd is.

Op de waterstof-lijnen is STONEY * later nog eens terug gekomen. De lijn H_1, door HUGGINS in het spectrum der witte sterren gevonden, staat in harmonische betrekking tot de bekende waterstof-lijn nabij G. De lijn H_1 is namelijk de 35ste en de lijn bij G de 32ste harmonische bovenlijn van een grondlijn, waarvan de trillingstijd is $\tau/72.003$, als τ de tijd is, welken het licht noodig heeft om 1 millimeter in de lucht af te leggen. De grondlijn, tot welke de lijnen C, F en h in harmonische betrekking staan, heeft een trillingstijd $\tau/76.2$. Hiermede zou STONEY dus twee reeksen van harmonische lijnen in het waterstofspectrum gevonden hebben.

17. Om zijn theorie verder te toetsen heeft STONEY in vereeniging met EMERSON REYNOLDS † een onderzoek ingesteld omtrent het absorptie-spectrum van damp van chromylchloruur ($Cr\,O_2\,Cl_2$). Eenigszins toevallig waren zij er toe gekomen juist van deze stof gebruik te maken. Zij zonden kalklicht door een dampkolom, die afwisselend een lengte had van 4 tot 80 cm. Het absorptie-spectrum bestond uit talrijke donkere lijnen in het oranje, geel en groen, die nagenoeg op denzelfden afstand van elkander verwijderd waren. In de richting naar het rood verdwenen de lijnen en werd het spectrum continu; in de richting van het violet gingen de lijnen over in een algemeene verduistering van het spectrum met geheel donkere banden. Nergens waren de lijnen scherp begrensd of smal, en ook de tusschenruimten waren nevelachtig.

STONEY en REYNOLDS telden 106 lijnen, uitgaande van een lijn, die zich tusschen de twee D-strepen voordeed; van 31 dezer lijnen bepaalden zij de deviatie, verder hieruit de golflengten en daarna de reciproke waarden der golflengten, dus getallen evenredig met de trillingsgetallen. Is van een lijn de

---

* *Nature* 21 p. 508 (1880).

† STONEY and EMERSON REYNOLDS, An inquiry into the cause of the interrupted spectra of gases, *Phil. Mag.* 42 [4] p. 41 (1871.)

golflengte 2000 tien-millioenste millimeter, dan wordt voor de reciproke waarde dezer golflengte aangenomen 5000. Om het werkelijke trillingsgetal te vinden, zou men dus de reciproke waarde 5000 moeten deelen door den tijd τ, dien het licht besteedt om 1 millimeter af te leggen, of moeten vermenigvuldigen met het aantal millimeters, dat het licht in 1 seconde doorloopt. Kortheidshalve laten wij dien factor weg en noemen 5000 het trillingsgetal.

Er werd nu gevonden dat, binnen de grenzen der waarnemingsfouten, het verschil tusschen de trillingsgetallen van twee opeenvolgende lijnen steeds bedroeg 2.70. Dit blijkt uit een tabel, waarin zij naast de waargenomen trillingsgetallen plaatsten de berekende, in de onderstelling, dat het verschil tusschen de trillingsgetallen van twee opeenvolgende lijnen werkelijk 2.70 was. Zij zouden dus 106 opeenvolgende harmonische lijnen kennen; de eerste hiervan zou de 628ste bovenlijn zijn van een grondlijn met trillingsgetal 2.70.

Dit resultaat is zeker zeer opvallend.

Toch geloof ik niet, dat het zoo gewichtig is als STONEY en REYNOLDS schijnen te vermoeden. Men heeft hier te doen met een banden-spectrum (spectrum 1ste orde van PLÜCKER). De lijnen, die waargenomen worden, zijn volgens de verklaring van STONEY en REYNOLDS zelve nergens scherp begrensd of smal en de tusschenruimten zijn nevelachtig (The lines are nowhere sharply defined or narrow nor are the spaces between them devoid of duskiness, p. 43). Men heeft dus eigenlijk met lichtminima te doen. Wil men deze nu al als lijnen beschouwen, dan is het toch duidelijk, dat de waarnemingsfout betrekkelijk groot zal wezen. De verschillen tusschen de waargenomen en de berekende trillingsgetallen in de zoo even genoemde tabel opgenomen, liggen volgens de schrijvers binnen de grenzen der waarnemingsfouten; men mag deze dus zeker wel op $\pm$ 1 stellen, want men vindt er —0.9 onder. Nu komt het mij voor, dat de mogelijke waarnemingsfout in vergelijking met 2.70 wel wat groot is om met vertrouwen te kunnen beweren, dat de verschillen tusschen de trillingsgetallen der opeenvolgende lijnen volkomen aan elkander gelijk zijn.

Zijn deze niet geheel aan elkander gelijk, dan dunkt mij, dat het geval veel minder belangrijk wordt. Dit schijnen STONEY en REYNOLDS niet te meenen. Op pag. 51 zeggen zij: „The eye can easily detect that the lines are not everywhere equally spaced, though the deviation of anyone line from its calculated position is so slight, that in the measures we have taken the amount cannot be separated from errors of observation". Hieruit volgt, naar mijn inzien, dat de „calculated positions" niet de ware zijn. Maar STONEY en REYNOLDS zijn geneigd deze ongelijkmatigheden toe te schrijven aan storingen in de periodische bewegingen binnen de molecule.

18. Ik heb de uitkomsten van STONEY en REYNOLDS omtrent chromylchloruur eenigszins uitvoerig vermeld, omdat zij verschillende natuuronderzoekers tot de meening hebben doen overhellen, dat de lijnen van hetzelfde spectrum in harmonische betrekking tot elkander staan.

Zoo vindt SORET * de afwijkingen tusschen de berekende en de waargenomen waarden in de onderzoekingen van STONEY en in die van STONEY en REYNOLDS te gering, dan dat het mogelijk zou zijn aan toeval te denken. Maar voorzichtigheidshalve voegt hij er bij dat, als deze uitkomsten niet het gevolg zijn van het bestaan van harmonische verhoudingen, zij het uitvloeisel moeten wezen van een andere bepaalde oorzaak. SORET slaat voor, de ultra-violette lijnen in het onderzoek op te nemen.

Zijn aandacht was gevallen op de drie groepen van magnesium-lijnen, waarvan reeds in § 4 sprake is geweest. De golflengten van de minst breekbare lijn van elke groep, zijn:

$$\begin{aligned} 1^{\text{ste}}\ \text{groep}\ \lambda_1 &= 5183 \quad (\text{Å}\text{NGSTRÖM}) \\ 2^{\text{de}}\ \text{groep}\ \lambda_2 &= 3837{,}8 \quad (\text{CORNU}) \\ 3^{\text{de}}\ \text{groep}\ \lambda_3 &= 3335 \quad (\text{MASCART}). \end{aligned}$$

De bepaling van CORNU wijkt dus merkbaar af van die van MASCART, welke volgens § 4 voor λ_2 vond 3864.

Nu, zegt SORET, is het quotient $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{5183}{3837{,}8}$ bijna volmaakt gelijk aan het quotient van de golflengten der waterstof-lijnen C en F, die door STONEY beschouwd worden als de 20ste en de 27ste bovenlijn van een zelfde grondlijn. Zoo zouden deze magnesium-lijnen kunnen zijn de 20ste en de 27ste bovenlijn van een grondlijn met golflengte 0,0103660 mm. De derde magnesium-lijn zou dan niet wezen de 32ste bovenlijn, zooals de waterstof-lijn h, maar nagenoeg de 31ste.

Dergelijke betrekkingen toont SORET aan tusschen de cadmium-lijnen, zooals die bepaald zijn door MASCART. Zoo is de verhouding van de golflengte der 1ste lijn van MASCART (6437.0) tot die van de 18de lijn (2574.2) volkomen als 5 tot 2. Verder is tusschen de 2de lijn (5377) en de 8ste (3985.6) de verhouding weer als 27 tot 20. Wil men deze laatste lijnen houden voor de 20ste en 27ste bovenlijnen van dezelfde grondlijn, dan ontbreekt ook bij cadmium de 32ste bovenlijn, maar valt de 31ste bovenlijn ten naaste bij samen met de 10de lijn van MASCART (3464.5); bovendien vindt men dan nog de 23ste bovenlijn van dezelfde grondlijn in de 6de lijn van MASCART (4676,5). Eindelijk verhouden zich ook de golflengte der 6de en die der 10de lijn als 27 tot 20.

* SORET, On harmonic ratios in spectra, *Phil. Mag.* 42 [4] p. 464 (1871).

SORET acht het bezwaarlijk aan te nemen, dat al deze betrekkingen louter toevallig zijn.

19. SCHUSTER * heeft een bijzondere studie gemaakt van het ijzer-spectrum. Hij heeft tal van betrekkingen gevonden tusschen de verschillende ijzer-lijnen. Zoo kunnen 7 lijnen beschouwd worden als bovenlijnen van dezelfde grondlijn, hetgeen uit het volgende lijstje blijkt:

Waargenomen in luchtledig.	Berekend.	Verschil.
6231.64	$\frac{1}{30} \times 186947.65 = 6231.59$	+ 0.05
5498.28	$\frac{1}{34} = 5498.46$	+ 0.18
5193.25	$\frac{1}{36} = 5192.99$	+ 0.26
5052.53	$\frac{1}{37} = 5052.64$	— 0.11
4919.63	$\frac{1}{38} = 4919.68$	— 0.05
4248.08	$\frac{1}{44} = 4248.81$	— 0.73
4064.1	$\frac{1}{46} = 4066.1$	— 0.0

Ook een tweede lijstje is merkwaardig. In de eerste kolom vindt men waargenomen golflengten van het ijzer-spectrum; in de 2de kolom een factor waarmede de golflengte vermenigvuldigd wordt; in de 3de kolom de uitkomst van deze vermenigvuldiging; in de 4de kolom waargenomen golflengten in een ander deel van het ijzer-spectrum, en in de 5de kolom de verschillen tusschen 4de en 3de kolom.

Waargenomen.	Factor.	Berekend.	Waargenomen.	Verschil.
6302.49	$^8/_{10}$	5041.99	5041.69	— 0.30
6231.64	$^5/_6$	5193.03	5193.25	+ 0.21
6192.43	$^9/_{10}$	5573.19	5573.37	+ 0.18
	$^6/_7$	5307.80	5308.10	+ 0.30
6137.53	$^8/_9$	5455.58	5456.36	+ 0.72
	$^7/_8$	5370.34	5370.65	+ 0.31
6066.39	$^7/_8$	5308.09	5308.10	+ 0.01

* SCHUSTER, On harmonic ratios in the spectra of gases, *Nature* 20 p. 533 (1879).

Waargenomen.	Factor.	Berekend.	Waargenomen.	Verschil.
6009.32	$^8/_9$	5341.62	5341.87	+ 0.25
	$^2/_3$	4006.2	4006.0	— 0.2
6003.92	$^7/_{10}$	4202.74	4202.75	+ 0.01
	$^5/_6$	5003.27	5003.52	+ 0.25

SCHUSTER merkt omtrent dit lijstje nog op, dat de lijnen, die er in voorkomen, in den regel zeer intensief zijn.

Toen hij deze beide lijstjes bekend maakte, had SCHUSTER ongeveer het zevende gedeelte van het ijzer-spectrum aan een onderzoek onderworpen. Niettegenstaande de oogenschijnlijk opvallende uitkomsten, was hij er in het geheel niet zeker van, dat het aantal gevondene eenvoudige betrekkingen grooter is dan volgens de waarschijnlijkheidsrekening aan het toeval kan toegeschreven worden.

20. Later heeft SCHUSTER * deze zaak nader onderzocht. Hij stelde zich het volgende probleem: Wanneer een zeker aantal grootheden willekeurig verspreid zijn tusschen twee vaste grenzen en men het quotient van elk tweetal bepaalt, hoe groot is dan het waarschijnlijke aantal van de quotienten, die binnen zekere kleine grenzen samenvallen met een gegeven breuk.

Men kan eenvoudigheidshalve aannemen, dat de kleinste der grootheden 1 is; want men kan alle grootheden door de kleinste deelen. De grootste moge A zijn. Verder moge α de breuk wezen, waarmede binnen de nauwe grenzen $\pm \delta$ de quotienten vergeleken moeten worden.

SCHUSTER vindt dat het aantal gevallen hetwelk men verwachten kan, waarin het quotient van twee der n grootheden gelijk is aan $\alpha \pm \delta$, bedraagt

$$\frac{n\,(n-1)\,(\alpha^2\,A^2-1)}{(A-1)^2\,.\,\alpha^2}\,\delta.$$

Met behulp van deze uitdrukking heeft hij het ijzer-spectrum aan een onderzoek onderworpen.

De grootte, die men toekent aan δ, hangt natuurlijk af van de nauwkeurigheid, welke men toeschrijft aan de waarnemingen omtrent de golflengten. SCHUSTER heeft zich beperkt tot de ijzerlijnen, die in ÅNGSTRÖM's afbeelding voorkomen. Hij heeft de berekeningen volvoerd voor twee waarden van δ, namelijk

$$\delta = 0{,}0000505 \text{ en } \delta = 0{,}0000755.$$

---

* SCHUSTER, On harmonic ratios in the spectra of gases, *Proc. Roy. Soc.* 31, p. 337 (1881).

De kleinste waarde van δ is dus zoodanig dat, als de minst breekbare lijn volmaakt nauwkeurig bekend was, een fout van ongeveer $\frac{1}{20000}$ in de bepaling van de golflengte der meest breekbare lijn mogelijk wordt geacht. Bij de grootste waarde van δ wordt deze ongeveer $\frac{1}{13300}$.

SCHUSTER heeft nu de quotienten gevormd van de waargenomen golflengten der verschillende lijnen en deze vergeleken met de quotienten van alle geheele getallen kleiner dan 100. Van deze laatste quotienten had hij een hulptabel ingericht; zij waren tot in zes decimalen berekend.

Hij heeft gezocht in hoeveel gevallen het quotient van twee golflengten binnen de gestelde grens (de waarde van δ) samenviel met het quotient van twee geheele getallen, en aan den anderen kant met behulp van de medegedeelde uitdrukking berekend in hoeveel gevallen men dit verwachten kan als de lijnen willekeurig verbreid zijn. Hij deed dit eerst voor die quotienten van twee geheele getallen, waarvan de noemer tusschen 0 en 10 was gelegen; dan voor die quotienten, waarvan de noemer een waarde heeft tusschen 10 en 20, enz.

Hij geeft de volgende tabel:

Noemer van getallenquotient is gelegen tusschen:	$\delta = 0{,}0000505$		$\delta = 0{,}0000755$	
	Waargenomen.	Berekend.	Waargenomen.	Berekend.
0—10	48	52	64	77
10—20	180	206	250	308
20—30	329	363	469	544
30—40	478	521	664	779
40—50	625	679	912	1015
50—60	777	837	1163	1251
60—70	886	968	1318	1447
70—80	924	896	1337	1340
80—90	667	629	989	940
90—100	253	241	393	361

In de eerste plaats blijkt hieruit dat, zoolang de noemer van het getallenquotient kleiner dan 70 is, het aantal waargenomen gevallen kleiner is dan het aantal, dat de waarschijnlijkheidsrekening bij willekeurige verbreiding zou doen verwachten; het is, zooals SCHUSTER zegt, alsof de eene of andere oorzaak juist de eenvoudige verhoudingen der golflengten tegenwerkt. Maar dit schijnt niet meer het geval te wezen als de noemer grooter wordt dan 70. SCHUSTER is daarom geneigd aan te nemen, dat er toch een secundaire oorzaak bestaat, die aanleiding geeft tot harmonische verhoudingen tusschen de golflengten, welke door betrekkelijk groote geheele getallen worden uitgedrukt. Hij wijst er ook op, dat de kleinere waarde van δ getallen geeft, gunstiger voor de meening, dat er harmonische verhoudingen bestaan, dan de grootere waarde van δ. Waren de lijnen geheel willekeurig verbreid, dan moest het aantal waargenomen gevallen evenredig zijn met de waarde van δ. Maar als er werkelijk harmonische verhoudingen bestaan, dan moet de kleinere waarde van δ naar evenredigheid meer gevallen opleveren dan de grootere waarde van δ, zooals feitelijk plaats heeft.

SCHUSTER twijfelt er niet aan, dat er een wet is, die de verdeeling van de spectraallijnen beheerscht, een wet, die slechts in bijzondere gevallen overgaat in de wet der harmonische verhoudingen.

21. De juist besprokene gewichtige verhandeling van SCHUSTER zal wel voor goed een einde maken aan het zoeken naar harmonische verhoudingen tusschen de spectraallijnen van hetzelfde element. SCHUSTER merkt nog op dat, waar wij reden hebben verschillende lijnen te beschouwen als behoorende tot hetzelfde stelsel van trillingen, de onderstelling dat harmonische verhoudingen bestaan, geen steun vindt. De natrium-lijnen bijv. zijn alle dubbel; maar zij naderen elkander bij den overgang van het rood naar het violet veel sneller, dan gebeuren zou als zij onderworpen waren aan de wet der harmonische verhoudingen. Iets dergelijks doet zich voor bij de groepen van drievoudige lijnen in het magnesium-spectrum.

In een later gedeelte van deze verhandeling zal intusschen blijken, dat men wel enkele gevallen verwachten kan van harmonische verhoudingen tengevolge van het optreden van som-trillingen, analoog aan de som-tonen van HELMHOLTZ.

BALMER * heeft een geheel anderen weg ingeslagen. Zonder zich door eenige theoretische beschouwing te laten leiden, heeft hij naar een empirische formule gezocht, die de waterstof-lijnen zou omvatten.

---

* BALMER, Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs, *Wied. Ann.* 25, p. 80 (1885).

Hij vond, dat de waterstof-lijnen H_α, H_β, H_γ en H_δ zich bevredigend laten voorstellen door den vorm

$$\frac{m^2}{m^2-4}\,h,$$

als men achtereenvolgens voor m de waarden 3, 4, 5 en 6 substitueert en voor h neemt 3645,6. Dit blijkt uit het volgende tabelletje:

	Waargenomen door ÅNGSTRÖM.	Berekend.	Verschil.
H_α	6562.10	$^9/_5\,h = 6562.08$	+ 0.02
H_β	4860.74	$\frac{4}{3}\,h = 4860.8$	— 0.06
H_γ	4340.1	$\frac{25}{21}\,h = 4340.0$	+ 0.1
H_δ	4101.2	$^9/_8\,h = 4101.3$	— 0.1

Deze vorm is door HAGENBACH* ook toegepast op de waarnemingen van HUGGINS, maar met een waarde voor $h = 3645.0$. In het lijstje, dat HAGENBACH geeft, laat hij H_α en H_β weg. Volledigheidshalve voeg ik hieronder deze beide lijnen, zooals zij door ÅNGSTRÖM bepaald zijn, er bij. Voor de overige lijnen zijn de metingen van HUGGINS gegeven.

		Berekend.	Waargenomen.	Verschil.
		$h = 3645.0$		
H_α	$m = 3$	6561.0	6562.1	— 1.1
H_β	4	4860.0	4860.7	— 0.7
H_γ	5	4339.3	4340.1	— 0.8
H_δ	6	4100.6	4101.2	— 0.6
H_ε	7	3969.0	3968.1	+ 0.9
α	8	3888.0	3887.5	+ 0.5
β	9	3834.3	3834.0	+ 0.3
γ	10	3796.9	3795.0	+ 1.9
δ	11	3769.6	3767.5	+ 2.1
ε	12	3749.1	3745.5	+ 3.6
ζ	13	3733.3	3730.0	+ 3.3
η	14	3720.9	3717.5	+ 3.4
θ	15	3711.0	3707.5	+ 3.5
ι	16	3702.9	3699.0	+ 3.9

* *Wied. Ann.* 25, p. 86.

Het komt mij voor, dat het verloop der verschillen er op wijst, dat de vorm van BALMER niet geheel juist is. De verschillen nemen in het algemeen bij den overgang van rood naar violet toe en zijn in vele gevallen grooter dan de waarnemingsfouten, die men mag onderstellen.

Voor korten tijd heeft HAGENBACH* ook de waarnemingen van CORNU† door de BALMER'sche formule voorgesteld, en wel, als voor h genomen wordt 3645,42. Men verkrijgt dan:

		Berekend.	Waargenomen.	Verschil.
H_α	$m = 3$	6561.8	6562.1	+ 0.3
H_β	4	4860.6	4860.7	+ 0.1
H_γ	5	4339.8	4339.5	— 0.3
H_δ	6	4101.1	4101.2	+ 0.1
H_ε	7	3969.5	3969.2	— 0.3
H_ζ	8	3888.4	3888.1	— 0.3
H_η	9	3834.8	3834.9	+ 0.1
H_θ	10	3797.3	3797.3	0.0
H_ι	11	3770.0	3769.9	— 0.1
$H_\varkappa$	12	3749.6	3750.2	+ 0.6
H_λ	13	3733.8	3734.1	+ 0.3
H_μ	14	3721.4	3721.1	— 0.3
H_ν	15	3711.4	3711.2	— 0.2

Hier is het verloop der verschillen vrij wat gunstiger. Het is intusschen de vraag, of de waarnemingen van CORNU werkelijk veel nauwkeuriger zijn dan die van HUGGINS. CORNU zelf schijnt dit niet te meenen. Hij schrijft§ het verschil tusschen zijn uitkomsten en die van HUGGINS toe aan de fouten, welke aan elk der gebruikte methoden eigen zijn.

Maar ik heb een theoretisch bezwaar tegen den vorm van BALMER. Daarin ligt namelijk opgesloten, dat geen waterstof-lijn een golflengte kan hebben kleiner dan h. Nu dunkt mij, dat een licht-uitzendend atoom of een licht-uitzendende molecule een stelsel moet zijn, indien al niet van een onbegrensd, dan toch van een zeer groot aantal graden van vrijheid; en dan is wel een grootste waarde van een golflengte aannemelijk, maar bezwaarlijk een kleinste golflengte, die veel grooter is dan talrijke golflengten van lijnen van andere elementen.

---

* HAGENBACH, BALMER'sche Formel für die Wasserstofflinien, *Beibl. Wied. Ann.* 11, p. 339 (1887).

† CORNU, Sur le spectre ultra-violet de l'hydrogène, *Journal de Phys.* 5 [2] p. 341 (1886).

§ l. c., p. 353.

Toch blijft de door BALMER gevondene betrekking merkwaardig; en wanneer een andere formule voorgeslagen wordt tot omvatting van de waterstof-lijnen, zal het belangrijk zijn na te gaan of zij voor deze veertien lijnen bij benadering overgaat in den vorm van BALMER. Misschien zouden de uitkomsten van BALMER tot de onderstelling mogen leiden, dat de genoemde veertien waterstof-lijnen een bepaalde categorie vormen, verschillende van die, waarin andere waterstof-lijnen thuis behooren, lijnen zooals zij gevonden zijn door VOGEL *.

ALGEMEENE THEORIEËN.

22. Het kan niet verwonderen, dat men zich niet vergenoegd heeft met het zoeken naar homologieën in de spectra van verschillende elementen en naar betrekkingen tusschen de lijnen van hetzelfde spectrum, maar dat men ook getracht heeft een bevredigende theorie van het geheele verschijnsel der spectraallijnen te geven.

Een dergelijke theorie, die van LECOQ DE BOISBAUDRAN, heb ik reeds in § 5 besproken; ik behoef er hier niet op terug te komen.

STONEY † neemt aan, dat elke molecule van een gasvormig lichaam een zeer samengesteld systeem is. De moleculaire beweging bestaat uit twee deelen, de beweging van de moleculen ten opzichte van elkander en de beweging binnen elke molecule. Het zijn nu de samenstellende deelen van een molecule, welke ethertrillingen doen ontstaan en opslorpen; deze zijn in den regel aan hun onderlinge werkingen overgelaten, zoodat zij periodische bewegingen volvoeren. Alleen, wanneer een botsing tusschen twee moleculen plaats heeft, ontstaat een storing, maar spoedig wordt elke molecule weer aan zich zelve overgelaten; en indien de tijd, gedurende welken iedere molecule zich vrij beweegt, zeer groot is in vergelijking met den duur eener botsing, zooals dit het geval is bij een gasmassa van geringe dichtheid, doet zich de invloed van die storingen weinig gevoelen. Wordt intusschen de verhouding tusschen dien tijd en den duur der botsing minder gunstig, dan openbaart zich dit door verbreeding van de spectraallijnen; en zoo kan ten slotte het spectrum van een gloeiende gasmassa continu worden.

---

* VOGEL, Ueber die Spectra des Wasserstoffs, Quecksilbers und Stickstoffs, *Berl. Mon. Ber.* 1879 p. 586; Ueber die neuen Wasserstofflinien, die Spectra der weissen Fixsterne und die Dissociation des Calciums, *Berl. Mon. Ber.* 1880 p. 192.

† STONEY, The internal motions of gases, compared with the motions of waves of light, *Phil. Mag.* 36 [4], p. 132 (1868).

23. E. WIEDEMANN * is geneigd zich aan te sluiten aan de door MOSER † medegedeelde onderstelling van HELMHOLTZ, dat de lineaire spectra veroorzaakt worden door de atomen van de moderne chemie, en dat de band-spectra in het leven geroepen worden door atoom-complexen.

Wanneer nu een gasmassa van geringe dichtheid een hooge temperatuur heeft, mogen wij volgens WIEDEMANN aannemen, dat zij uit atomen bestaat. Bij botsing zullen oscillatorische bewegingen optreden, daar volgens de proeven van KUNDT en WARBURG over de soortelijke warmte van kwikdamp en volgens de theoretische ontwikkelingen van MAXWELL, WATSON en BOLTZMANN, in één-atomige moleculen het arbeidsvermogen der rotatie-beweging nul is. De bij hooge temperatuur voor den dag komende spectra bestaan uit enkele lijnen, waarvan men dus den oorsprong te zoeken heeft in de oscillatorische beweging der atomen.

WIEDEMANN spreekt niet duidelijk uit, waarin volgens zijn voorstelling de oscillatorische beweging bestaat. Hij onderstelt, dat elk atoom omgeven is door een etherhulsel. Ik vermoed, dat hij onder oscillatorische beweging verstaat een oscillatorische verplaatsing van het atoom-middelpunt (een atoom voor een oogenblik bolvormig onderstellende) ten opzichte van het middelpunt der ethersfeer.

Evenals STONEY, neemt WIEDEMANN aan, dat het tijdsverloop tusschen twee botsingen groot is in vergelijking met den duur van een botsing. Telkens bij botsing wordt de oscillatorische beweging gestoord en hieruit wil WIEDEMANN het bekende verschijnsel verklaren, dat de interferentie-strepen bij groote wegverschillen slechts waarneembaar zijn, indien het wegverschil niet boven een zeker bedrag stijgt. Zoo zijn met natrium-licht de interferentie-strepen niet meer te zien, wanneer het wegverschil grooter is dan 50000 golflengten. Dit vindt nu zijn oorsprong hierin, dat het meerendeel der natrium-atomen tusschen twee opeenvolgende botsingen ongeveer 50000 trillingen volbrengen; en hij toont aan, dat deze voorstelling tot een grootte voor den gemiddelden vrijen weg der natrium-atomen voert, die van dezelfde orde is als de ongeveer bekende gemiddelde vrije weg der waterstof-moleculen bij 0° §.

---

* E. WIEDEMANN, Untersuchungen über die Natur der Spectra, *Wied. Ann.* 5 p. 500 (1878).

† MOSER, Die Spectren der chemischen Verbindungen, *Pogg. Ann.* 160 p. 182 (1877).

§ WIEDEMANN knoopt hieraan een beschouwing vast, waarvan ik niet geloof, dat zij juist is. Hij zegt: „Die Messung der hohen Interferenzen muss uns auch ein Mittel liefern, die Amplitude der Aetherschwingungen und damit die Dichte des Aethers zu bestimmen. Es sei die Streeke, auf der ein Theilchen keine Störung erfährt, etwa x Millimeter, die Zahl der auf dieser Streeke ausgeführten

De band-spectra der elementen en der scheikundige verbindingen worden nu toegeschreven aan de trillingen der atomen of der etherhulsels, binnen de moleculen.

24. SCHUSTER* wijst er op, dat wij langs twee wegen gekomen zijn tot onze kennis omtrent straling van warmte en licht. De eerste weg, ingeleid door PREVOST, is gevolgd door BALFOUR STEWART en KIRCHHOFF. Zij gaan hierbij uit van het feit dat lichamen, welke zich in een omgeving van constante temperatuur bevinden, die temperatuur ten slotte aannemen en behouden. Hierbij wordt geen onderstelling gemaakt omtrent het wezen van de straling; de uitkomsten zijn geheel onafhankelijk van eenige hypothese omtrent de moleculaire samenstelling van de lichamen. De tweede weg gaat uit van de hypothese, dat er moleculen en atomen bestaan; men tracht dan nadere hypothesen omtrent den aard dezer moleculen of atomen te stellen en door deductie de waargenomen verschijnselen te verklaren. De eerste weg moge veiliger zijn; volgens SCHUSTER en ook volgens mijn meening is een werkelijke vooruitgang van onze kennis omtrent het verschijnsel slechts te verwachten als men den tweeden weg bewandelt. SCHUSTER wenscht nu de uitkomsten langs beide wegen verkregen, met elkander in verband te brengen.

Bij de meeste beschouwingen wordt aangenomen een omgeving van constante temperatuur. Het is duidelijk, zegt SCHUSTER, dat waarnemingen feitelijk nooit in zulk een omgeving plaats hebben. Als wij ons in een vertrek opsloten en door het sluiten van luiken het zonnelicht buiten hielden, zouden wij ten gevolge van de duisternis geen waarnemingen omtrent uitstraling of opslorping kunnen doen. En als het geheele vertrek een zoo hooge temperatuur bezat, dat de voorwerpen alle wit gloeiend zijn (een oogenblik aannemende, dat wij zelve die temperatuur zouden kunnen verdragen) dan zou ons netvlies ook uitstralen; elk deel ervan zou evenveel ontvangen als het uitzendt; wij zouden op het eene gedeelte van het netvlies geen indruk krijgen verschillende van den indruk, dien een ander gedeelte van het netvlies ondergaat.

Om nu, niettegenstaande wij geen waarnemingen kunnen verrichten in een

---

Schwingungen sei m, dann wird die Bewegung eben beim Beginn der $m$ten Schwingung gestört; die m Schwingungen, für welche kein Grund vorliegt, dass sie alle senkrecht zur Richtung der fortschreitenden Bewegung der Molecüle sind, vertheilen sich gleichmässig auf x Millimeter, die mittlere Grösse der Amplitude in jener Richtung beträgt $\frac{x}{m}$ Millimeter."

Naar het mij voorkomt, bestaat er niet het geringste aanwijsbare verband tusschen de amplitude van de oscillatorische beweging van een atoom en den weg, dien het doorloopen moet om met een ander atoom in botsing te komen.

* SCHUSTER, On the dynamical theory of radiation, *Phil. Mag.* 12 [5] p. 261 (1881).

omgeving van constante temperatuur, toch onze theoretische uitkomsten te kunnen toetsen aan het experiment, maakt men gewoonlijk een onderstelling, namelijk deze, dat de uitstraling van een lichaam alleen een functie is van de temperatuur (en van de golflengte, zou ik hieraan willen toevoegen). Nu is het, meent SCHUSTER, de vraag of dit werkelijk het geval is. De uitstraling, zooals wij ze waarnemen, is steeds een uitstraling van een lichaam van hoogere temperatuur in een omgeving van lagere temperatuur; deze gaat dus gepaard met dissipatie van arbeidsvermogen. Indien wij nu waarnemen, dat bijv. het gele licht, van een natrium-vlam ontvangen, veel intensiever is dan het groene licht, dat zij ons doet toekomen, mag men dan aannemen dat dit verschil in intensiteit, bij dissipatie zoo onmiskenbaar, ook zou bestaan in een omgeving van constante temperatuur?

SCHUSTER stelt zich eens voor, dat de natrium-moleculen slechts vatbaar zijn voor trilling in twee verschillende perioden, de eene overeenkomende met het gele, de andere met het groene licht. Door botsing wordt het translatorisch arbeidsvermogen omgezet in vibratorisch arbeidsvermogen of omgekeerd. Wij kunnen ons voorstellen, dat het translatorisch arbeidsvermogen gemakkelijker omgezet wordt in de gele trilling dan in de groene. Wanneer nu de gloeiende gasmassa uitstraalt in een omgeving van lagere temperatuur, zullen de groene trillingen sterker in intensiteit afnemen dan de gele, omdat het arbeidsvermogen der gele trilling door de botsingen telkens beter wordt aangevuld. Maar laat de gloeiende gasmassa in een omgeving geplaatst zijn, die dezelfde temperatuur heeft, dan zou het niet onmogelijk wezen dat, zooals de berekeningen van MAXWELL en BOLTZMANN het verlangen, het arbeidsvermogen van de groene trilling even groot is als dat van de gele trilling.

Dit, meent SCHUSTER, is de eenige voorstelling, welke in overeenstemming is met „dynamical principles". Daardoor wordt de moeielijkheid overwonnen, die zich voordoet, omdat BOLTZMANN's uitkomsten zouden eischen, dat de intensiteit van alle spectraallijnen even groot is, wat toch feitelijk niet het geval is. Intusschen erkent SCHUSTER, dat hiermede een andere moeielijkheid niet weggenomen is; uit de bepaling van de soortelijke warmten bij constante spanning en constant volume vindt men voor het aantal graden van vrijheid eener molecule een getal zoo klein, dat het niet in overeenstemming te brengen is met spectroscopische onderzoekingen; deze noodzaken aan te nemen, dat het aantal graden van vrijheid voor een molecule oneindig is.

Wanneer SCHUSTER werkelijk meent, dat het aantal graden van vrijheid voor een molecule oneindig is, keert de moeielijkheid terug, die hij meent opgelost te hebben. Wij kunnen toch niet onderstellen, dat het arbeidsvermogen zich gelijkelijk over alle graden van vrijheid verdeelt, indien dit aantal oneindig is.

Hoe naar mijn meening de bezwaren, die het theorema van BOLTZMANN met zich brengt, opgelost kunnen worden, heb ik in de inleiding uiteengezet.

25. Onlangs heeft VON KÖVESLIGETHY * in de *Astronomische Nachrichten* een beschouwing gegeven, die ik volledigheidshalve vermeld. Wat hij hier medegedeelt, is een uittreksel uit een boek, dat weldra van zijne hand verschijnen zal onder den titel: „Grundzüge einer mathematischen Spectralanalyse". Hij geeft verschillende resultaten, waartoe hij gekomen is, maar laat den lezer omtrent de redeneering, langs welke hij die resultaten verkregen heeft, vrij wel in het duister.

Hij stelt voorop dat, hoewel er tusschen de amplitude en de golflengte van een enkele lichtsoort geen betrekking bestaat, er wel een betrekking moet bestaan tusschen de amplituden en de golflengten van de lichtsoorten in een spectrum; anders zou een continu spectrum niet denkbaar zijn. Want de continuiteit van een spectrum eischt niet alleen, dat de intensiteits-kromme een geleidelijk verloop heeft, maar ook, dat er geen opvallende maxima en minima zijn. Hij geeft nu de vergelijking

$$L = \frac{4}{\pi} \mu A \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + \mu^2)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Hierin beteekent L de ware intensiteit van de lichtsoort met golflengte λ, A de totale intensiteit van het spectrum tusschen de grenzen $\lambda = 0$ en $\lambda = \infty$, en μ een grootheid, welke slechts van de temperatuur en van den aard van het uitzendende lichaam afhangt en welke men de golflengte kan noemen voor het intensiteits-maximum. In deze vergelijking is opgesloten, dat voor oneindig kleine en voor oneindig groote golflengten de intensiteit oneindig klein is, dat de intensiteit voor $\lambda_0 = \mu$ een maximum $L_0 = \frac{A}{\pi \mu}$ heeft, en dat aan CLAUSIUS' wet omtrent de uitstraling voldaan wordt omdat μ volgens de afleiding (die de schrijver *niet* mededeelt) evenredig is met de voortplantingssnelheid. De schrijver zegt nog, dat de hypothese, welke aan de vergelijking (α) ten grondslag ligt, deze is: elk lichaam bestaat uit kleinste trillende deeltjes, welker bewegingen door den ether qualitatief onveranderd voortgeplant worden, en zoo begrensd zijn, dat geen deeltje uit het verband met de omgevende deeltjes kan uittreden.

Men zal moeten erkennen, dat deze hypothese zeer plausibel is; ik betreur het slechts dat de schrijver niet met enkele woorden uiteengezet heeft, hoe uit deze hypothese noodzakelijk de vergelijking (α) voortvloeit.

---

* VON KÖVESLIGETHY, Mathematische Spectralanalyse, *Astr. Nachr.*, n°. 2805, Band 117, p. 329 (1887).

Uit (α) komt de schrijver tot het besluit, dat „die Spectralgleichung kein Additionstheorem besitzt", en dat er dus geen lichaam bestaat, dat bij een willekeurige temperatuur een spectrum heeft, hetwelk gelijk is aan de superpositie van de spectra van andere lichamen.

„Dieselben Untersuchungen für ein Gas durchgeführt, führen für jede einzelne Linie desselber zu der Gleichung (α); die einzelnen μ lassen sich nicht bestimmen, da wir uns jeder Hypothese über die Art der Atombeziehungen enthalten sollen, ergeben sich aber als formell verschieden. Berücksichtigt man aber, dass durch Aenderung von Druck und Temperatur jedes Gasspectrum durch Verbreiterung der Linien zu einem continuirlichen wird, und dass das continuirliche Spectrum kein Additionstheorem besitzt, so folgt, dass für alle Linien A und μ dieselben bleiben; d. h. durch die karakteristischen Linien eines Gasspectrums lässt sich ein und nur ein continuirliches Spectrum legen. Die Gleichung (α) ist daher eine allgemeine; für continuirliche Spectra ist darin λ eine stetige Variabele, für discontinuirliche eine springend Veränderliche".

Ik moet bekennen, dat de bedoeling van den schrijver mij niet duidelijk is. De vergelijking (α) is eigenlijk een differentiaal-vergelijking. Willen wij het arbeidsvermogen weten, dat uitgezonden wordt met de lichtsoorten, waarvan de golflengten begrepen zijn tusschen λ_1 en λ_2, dan volgt uit (α) dat dit bedraagt:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L\, d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{4}{\pi} \mu A \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + \mu^2)^2}\, d\lambda.$$

Ik zie daarom niet in, welken zin de vergelijking (α) kan hebben, wanneer het spectrum uit enkele lijnen bestaat.

De schrijver wil nu ook de wet van DRAPER, volgens welke alle lichamen bij dezelfde temperatuur licht van een bepaalde golflengte beginnen uit te zenden, in zijn beschouwingen opnemen. Wanneer een bepaalde lichtsoort begint uitgezonden te worden, dan is hiervoor, zegt de schrijver, $L = i$ oneindig klein. Voert men dit in, dan wordt (α):

$$i = \frac{4}{\pi} \mu A \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + \mu^2)^2}$$

of

$$\lambda = \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu A}{i}} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\frac{\mu A}{i} - \mu^2} = \text{const.} \ldots\ldots\ldots (\beta)$$

De verg. (β) geeft nu de waarden van de golflengten tot welke de straling reikt; het bovenste teeken heeft betrekking op de begrenzing aan het roode

einde, het onderste teeken op de begrenzing aan het violette einde. Voor het onderste teeken wordt nog

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu^3 i}{A}} = \text{const.} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

De constante in (β) en (γ) beteekent een grootheid, die alleen afhangt van de temperatuur en niet van de eigenaardigheden van het lichaam.

Ook van dit laatste begrijp ik weinig. Wanneer i werkelijk oneindig klein is, dan worden de waarden van de golflengten, tot welke zich de straling uitstrekt 0 en ∞. Is de bedoeling van den schrijver, voor i te nemen een kleine waarde, bijv. de waarde van L als de straling juist intensief genoeg is om door ons oog waargenomen te worden, dan is er geen reden, waarom i voor alle lichamen dezelfde zal zijn; althans ligt dit niet opgesloten in de wet van DRAPER. Want i is niet de intensiteit zelve, maar het differentiaal-quotient ten opzichte van de golflengte.

Intusschen wordt uit (γ) afgeleid, dat voor alle lichamen van dezelfde temperatuur

$$\frac{\mu^3}{A} = \frac{0^3}{A_0}$$

en hieruit weer op een wijze, die niet wordt medegedeeld,

$$\frac{\mu^3}{A}\theta^4 = D$$

als θ de absolute temperatuur, en D een absolute, noch van den toestand noch van de eigenaardigheden van de stof afhankelijke, constante is.

De schrijver vindt nog het merkwaardige resultaat, dat voor gasvormige lichamen

$$p\ v = R\ \frac{1}{\mu} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\delta)$$

waarin p de spanning, v het volume van de massa-eenheid en R een constante is. Hij wil zelfs in de vergelijkingen van de mechanische warmte-theorie de absolute temperatuur vervangen door μ en dan die vergelijkingen integreeren onafhankelijk van den aggregaatstoestand.

Dubbel jammer vind ik het, dat de schrijver wederom niets mededeelt omtrent de afleiding van (δ).

Ik zal de behandeling van des schrijvers stuk niet voortzetten. Het is mogelijk dat, als later het boekwerk uitkomt, vele punten duidelijker zullen worden; maar ik geloof niet, dat men aan de beschouwingen, zooals zij nu in de *Astr. Nachr.* voorkomen, iets heeft.

Bijzondere hypothesen.

26. Twee wegen staan bij de bestudeering van de lineaire spectra der elementen open. Men kan trachten empirische betrekkingen te vinden tusschen de golflengten der lijnen van hetzelfde spectrum of tusschen die van verschillende spectra. Het schijnt de meening van Cornu te zijn, dat slechts op deze wijze resultaten te verkrijgen zijn. Hij zegt toch*: „En fait, ce qui paraît avoir rendu stériles les efforts tentés en vue de la solution du problème, c'est qu'on a cru devoir s'imposer a priori la fonction destinée à représenter la succession des raies spectrales. Je crois qu'il faut au contraire, rejetant toute idée préconçue sur l'expression mathématique du phénomène, chercher par expérience s'il n'existe pas de fonctions spéciales (exprimables ou non par les symboles ordinaires de l'analyse) susceptibles de réunir dans une loi commune ces séries dont la régularité et l'analogie ne sont évidemment pas fortuites."

Deze methode lokt mij in het geheel niet aan. Zij opent een onafzienbaar veld van getallen-combinaties, waarin men zonder eenigen gids ronddoolt; de kans, dat men de ware combinatie maakt, komt mij uiterst gering voor. De eenigen, die hierbij op eenig succes kunnen wijzen, zijn Balmer en Grünwald. De betrekking door Grünwald gevonden, is zoo eenvoudig (althans de betrekking tusschen de waterstof-lijnen en de waterdamp-lijnen), dat zij zeker niet geldt voor de spectra van twee elementen; dan zou zij reeds vroeger ontdekt zijn geworden. De formule van Balmer voor de waterstof-lijnen, hoe merkwaardig ook, heeft een theoretisch bezwaar tegen zich, dat slechts op den achtergrond gedrongen zou worden, wanneer het bleek, dat zij ook geldt voor de lijnen van de andere elementen.

Misschien heeft Cornu op het oog zijn „fonction hydrogénique". Maar deze moet nog haar recht van bestaan bewijzen.

Bovendien leert de geschiedenis der wetenschap, dat juist de „idées préconçues" het meest bijgedragen hebben tot haar ontwikkeling, mits men ze toetste aan de feiten.

Daarom schijnt mij de tweede weg beter toe, welke hierin bestaat, dat men uitgaat van een of andere hypothese, en onderzoekt of zij in overeenstemming is met hetgeen de waarneming omtrent de spectraallijnen leert. Alleen is het jammer, dat elk onderzoek van dien aard ontzettend veel arbeid kost.

De eenvoudigste hypothese, welke men kon stellen, was wel, dat er tusschen

* C. R. 100 p. 1183.

de lijnen van hetzelfde spectrum harmonische verhoudingen bestaan. Door verschillende schrijvers werd zij aanvaard en met talrijke voorbeelden gesteund. Maar er was een onderzoek noodig als dat van SCHUSTER, om haar voor goed onhoudbaar te maken. Alleen voor het ijzer-spectrum moest hij 20000 quotienten berekenen.

27. Men kan moeilijk beweren, dat de hypothese, volgens welke er tusschen de lijnen van hetzelfde spectrum harmonische verhoudingen bestaan, rationeel is. De vibratorische beweging van een atoom of van een molecule analoog zich voor te stellen met die van een snaar of van de luchtkolom binnen een open orgelpijp, ligt niet voor de hand.

Na het onderzoek van SCHUSTER zou men er toe kunnen overgaan te onderstellen, dat de vibratorische beweging van een atoom of van een molecule analoog is met die bijv. van een trillende plaat of met die van eenig ander stelsel, waarvan men de theorie tot zekere hoogte ontwikkeld heeft.

Doch het komt mij voor, dat men moet uitgaan van een meer of minder plausibele hypothese omtrent het wezen van een atoom of van een molecule. Het is waar, dat ook dan talrijke vergeefsche pogingen in het verschiet liggen, maar ten slotte biedt zij toch de meeste kans, dat men eindelijk zal slagen.

Er zijn natuuronderzoekers, die meenen dat een atoom in den zin der nieuwe chemie, nog bestaat uit een groot aantal kleinere deelen ; dat zulk een atoom dus een zeer samengesteld stelsel is. Indien men zich op dit standpunt plaatst, geloof ik niet dat men een hypothese kan formuleeren, die in staat stelt bij onze tegenwoordige kennis een wiskundige theorie van de vibratorische beweging van een atoom te ontwikkelen, tenzij men een atoom wil beschouwen als een elastischen bol.

Maar andere oordeelen, dat verschillende verschijnselen zóózeer op de individualiteit van de atomen wijzen, dat men moeilijk ze kan beschouwen als stelsels van talrijke kleinere deelen. Het beste kan ik mij met deze zienswijze vereenigen.

Ik wensch nu eenige hypothesen te bespreken, die in aanmerking gebracht kunnen worden.

28. W. WEBER * heeft in een zijner verhandelingen over zijn bekende uitdrukking voor de werking tusschen twee electrische deeltjes, ook een theorie gegeven omtrent de beweging van twee electrische deeltjes, die uitsluitend aan hun onderlinge werking zijn overgelaten.

---

* W. WEBER, Das Princip von der Erhaltung der Energie, *Abh. der Kön. Sächs. Gesellsch. d. Wiss.* Bnd X (1871). Deze verhandeling is ook afgedrukt in het werk van ZÖLLNER, *Principien einer elektrodynamischen Theorie der Materie*, Bnd. I p. 170.

Zooals bekend is, neemt WEBER voor de potentiaal V van twee electrische deeltjes met electriciteits-hoeveelheden e en e' bij een afstand r, aan:

$$V = \frac{e\,e'}{r}\left\{\frac{1}{c^2}\left(\frac{d\,r}{dt}\right)^2 - 1\right\},$$

waarin c voorstelt de relatieve snelheid, die de electrische deeltjes moeten hebben en behouden, opdat zij in het geheel geen werking op elkander uitoefenen.

Noemt men α het verschil der snelheden van de electrische deeltjes bij een afstand r, in de richting loodrecht op hun verbindingslijn; zijn ε en ε' de massa's der electrische deeltjes; stelt men:

$$2\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{e\,e'}{c^2} = \varrho;$$

is r_0 de waarde van r, wanneer $\frac{d\,r}{d\,t} = 0$, en α_0 de waarde van α als r gelijk r_0; is ϱ positief en $r_0 \leqq \varrho$; dan zullen de deeltjes, wanneer zij oorspronkelijk den afstand r_0 hebben, dezen afstand niet onveranderd behouden, maar naar elkaar toegaan. Zij krijgen dan ten opzichte van elkander een trillende beweging met den trillingstijd

$$T = -4\int_{r_0}^{\varrho} \frac{d\,r}{\sqrt{\frac{r - r_0}{r - \varrho}\left(c^2\,\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r + r_0}{r}\,\alpha_0^2\right)}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

In de voorrede* van de „Principien einer elektrodynamischen Theorie der Materie" zegt ZÖLLNER in een noot, dat de door WEBER ontwikkelde theorie van de trilling van een electrisch atomenpaar waarschijnlijk zal leiden tot de bepaling langs analytischen weg van het aantal en de ligging der spectraallijnen van de chemische elementen.

Het is mij niet bekend, dat ZÖLLNER dit denkbeeld heeft uitgewerkt.

Men zou, dunkt mij, op de volgende wijze een poging in die richting kunnen wagen.

Als hypothese stelle men, dat elk atoom in scheikundigen zin bestaat uit twee deeltjes, die dragers zijn van de hoeveelheden electriciteit e en e'; de massa's der deeltjes, met electriciteit beladen, mogen ε en ε' zijn. Dan is de hierboven

* p. XXI.

aangehaalde ontwikkeling van WEBER van toepassing op de vibratorische beweging van zulk een scheikundig atoom. Neemt men aan, dat deze vibratorische beweging den omringenden ether in verstoring brengt, zoo is men in staat een uitdrukking te vinden voor de golflengten der spectraallijnen, die men van zulke atomen kan verwachten. Men moet dan de trillende beweging ontbinden in enkelvoudige trillende bewegingen.

Al is de integraal (A) niet in eindigen vorm te vinden, het is toch duidelijk, dat T een eindige waarde heeft. Voor eenige bijzondere gevallen heeft WEBER de integratie volvoerd.

Telkens na verloop van den tijd T zijn de betrekkelijke plaatsing en de relatieve snelheid der deeltjes volmaakt dezelfde. Men kan dus r als functie van t ontwikkelen in FOURIER'sche reeksen. Stelt men $2\pi\frac{t}{T} = x$, dan wordt

$$r = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + \\ + B_1 \sin x + B_2 \sin 2x +$$

De perioden van de enkelvoudige trillende bewegingen zijn dus T, $\frac{1}{2}T$, $\frac{1}{3}T$ enz.

Was de zooeven genoemde hypothese in overeenstemming met de werkelijkheid, dan zouden er tusschen de golflengten der lijnen van hetzelfde spectrum harmonische verhoudingen moeten bestaan.

Sedert het onderzoek van SCHUSTER zoo overtuigend heeft bewezen, dat die harmonische verhoudingen niet aanwezig zijn, kan men, naar mijn meening, niet verwachten, dat de vibratorische beweging der atomen analoog is met de trillende beweging van een electrisch atomen-paar in de WEBER'sche theorie.

Intusschen zou het niet onmogelijk zijn, dat elk atoom in scheikundigen zin uit een aantal dergelijke electrische atomen-paren bestaat, waarvan slechts de grondtrillingen met misschien eenige boventrillingen voor ons waarneembaar worden.

29. Men zou zich een atoom kunnen voorstellen als een elastischen bol.

De theorie van de trilling van een elastischen bol is tot groote volledigheid gebracht door JAERISCH *. Na hem is hierover nog een ontwikkeling gegeven door LAMB †. Beide komen tot dezelfde resultaten. Bovendien heeft LOSCHMIDT § er een verhandeling over geschreven, waarop ik dadelijk terug kom.

---

* JAERISCH, Ueber die elastischen Schwingungen einer isotropen Kugel, CRELLE 88, p. 131 (1880).

† LAMB, On the vibrations of an elastic sphere, *Proc. of the London Math. Soc.* 13, p. 189 (1882).

§ LOSCHMIDT, Schwingungszahlen einer elastischen Hohlkugel, *Wien. Sitz.* 93, p. 434 (1886).

Het is niet wel mogelijk in het kort de wiskundige ontwikkelingen terug te geven; ik moet hiervoor naar de oorspronkelijke verhandelingen verwijzen. Ik vermeld alleen, dat zulk een bol drie vormen van trillingen kan opleveren: 1° zuiver longitudinale, die bestaan in een beweging van de deeltjes langs de middellijnen en vergezeld gaan van veranderingen van dichtheid; 2° zuiver transversale, die bestaan in een beweging langs lijnen loodrecht op de middellijnen en waarbij geen veranderingen van dichtheid optreden; 3° coëxisteerende longitudinale en transversale trillingen. Welke trillingen ontstaan, hangt af van de oorspronkelijke vervorming.

De vergelijkingen van JAERISCH zijn niet zeer geschikt tot berekening van de mogelijke trillingsgetallen. Daartoe leenen zich die van LOSCHMIDT beter en nog het best die van LAMB.

Het blijkt dat voor zuiver longitudinale trillingen een oneindig aantal trillingsgetallen mogelijk zijn, samenhangende met de wortels der vergelijking *

$$tg\, \theta = \frac{4\,\theta}{4 - \frac{\theta^2}{\lambda^2}}$$

waarin λ afhangt van de elastische eigenschappen der stof, waaruit de bol is vervaardigd.

In alle andere gevallen, zoowel bij zuiver transversale trillingen als bij coëxisteerende longitudinale en transversale trillingen krijgt men een dubbeloneindige reeks van mogelijke trillingsgetallen, samenhangende met de wortels van een oneindige rij transcendente vergelijkingen, die vrij ingewikkeld zijn. Bovendien komen hierin de elastische constanten voor van de stof, omtrent welke men een numerische onderstelling dient te maken.

Het zou daarom een ontzettenden arbeid vereischen na te gaan of de waargenomen spectraallijnen beantwoorden aan de hypothese, dat de atomen zich gedragen als elastische bollen. Hiertoe zou men toch wel overgaan, wanneer de hypothese zich als bijzonder plausibel voordeed. Dit is, naar het mij voorkomt, niet het geval. Men zal zich immers wel moeten voorstellen, dat een elastische bol, die dichtheidsveranderingen kan ondergaan, opgebouwd is uit kleinere deeltjes, welke door tusschenruimten zijn gescheiden; een atoom zou dus een ingewikkeld stelsel van nog kleinere deeltjes zijn.

Toch heeft LOSCHMIDT de geciteerde verhandeling geschreven met het oog op

---

* LAMB, l. c. p. 201.

een mogelijke verklaring van de spectraallijnen. Maar hij denkt hierbij niet aan de hypothese, dat de atomen elastische bollen zouden zijn, doch aan de etherhulsels, welke de atomen omgeven. Zonder het uitdrukkelijk te zeggen, schijnt hij de trilling van die etherhulsels te beschouwen als den oorsprong van de spectraallijnen. Daarom heeft hij in het bijzonder de trillende beweging, niet van een elastischen bol maar van een elastische bolschil behandeld. Van een numerisch onderzoek spreekt hij niet; het blijkt niet, dat hij voornemens is dit te ondernemen.

Intusschen vind ik het bezwaarlijk aan te nemen dat, indien de atomen etherhulsels hebben, zulk een etherhulsel zich zou gedragen als een elastische bolschil, waarin ook dichtheidsveranderingen kunnen voorkomen. Misschien zou men meer kans van slagen hebben, wanneer men onderstelde, dat dichtheidsveranderingen uitgesloten zijn en dus alleen zuiver transversale trillingen kunnen optreden.

30. Algemeen bekend is de hypothese van W. THOMSON *, volgens welke elk atoom een vortex-ring is.

In de uitstekende verhandeling van J. J. THOMSON †, over vortex-ringen, wordt ook het probleem behandeld van de vibratie van een nagenoeg cirkelvormigen vortex-ring. Voor de centraallijn van den vortex-ring worden in semipolaire coördinaten de vergelijkingen aangenomen

$$\varrho = a + \Sigma\,(\alpha_n \cos n\,\psi + \beta_n \sin n\,\psi)$$
$$z = \zeta + \Sigma\,(\gamma_n \cos n\,\psi + \delta_n \sin n\,\psi)$$

waarin a voorstelt den straal van de onvervormde centraallijn en $\alpha_n\ \beta_n\ \gamma_n\ \delta_n$ klein zijn in vergelijking met a. De dwarsdoorsnede van den vortex-ring is klein in vergelijking met zijn opening.

Wanneer m de intensiteit is van den vortex-ring, e de straal van zijn dwarsdoorsnede, dan vindt J. J. THOMSON §, dat de trillingstijd voor elke afwijking van den cirkelvorm, die bepaald is door de grootheden $\alpha_n\ \beta_n\ \gamma_n$ en δ_n, bedraagt:

$$\frac{2\,\pi}{\sqrt{n^2\,(n^2-1)}}\,\frac{4\,\pi\,a^2}{m\left(log\,\frac{64\,a^2}{e^2} - 4\,f(n) - 1\right)}.$$

* W. THOMSON, On vortex atoms, *Phil. Mag.* 34 [4] p. 15 (1867).

† J. J. THOMSON, A treatise on the motion of vortex rings, London, MACMILLAN and Co (1883).

§ Treatise, p. 35.

Hierin is

$$f(n) = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{2n-1}.$$

Daar a groot is in vergelijking met e, zal men, indien n niet zeer groot is, bij benadering hiervoor mogen stellen:

$$\frac{2\pi}{\sqrt{n^2(n^2-1)}} \frac{2\pi a^2}{m \log \frac{8a}{e}} \quad \text{of} \quad \frac{2\pi}{\sqrt{n^2(n^2-1)}} \cdot \frac{a}{V} \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

als V de translatorische snelheid is van den vortex-ring.

Is daarentegen n zoo groot, dat ne van dezelfde orde wordt als a, dan kan men, daar bij benadering

$$f(n) = 0{,}288607 + \log 2n - \tfrac{1}{2} \log n,$$

voor den trillingstijd schrijven:

$$\frac{2\pi}{\sqrt{n^2(n^2-1)}} \cdot \frac{2\pi a^2}{m\left(\log \frac{2a}{ne} - 1{,}0772\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(B).}$$

Wanneer men dus een atoom beschouwde als een dergelijken cirkelvormigen vortex-ring, waarvan de vibratie den omringenden ether in verstoring brengt, zouden uit de uitdrukkingen (A) en (B) de spectraallijnen moeten voortvloeien.

Het is tot heden niet gelukt de theorie te ontwikkelen van de vibratie van een nagenoeg cirkelvormigen vortex-ring, indien men onderstelt dat de dwarsdoorsnede *niet* klein is in vergelijking met de opening van den ring. Bovendien kan men zich natuurlijk nog tal van meer samengestelde vortex-ringen voorstellen.

Daarom, al werd ook aangetoond, dat de uitdrukkingen (A) en (B) niet in overeenstemming te brengen zijn met de waargenomen spectraallijnen, zoo zou hieruit nog niets voortvloeien tegen de hypothese van W. Thomson.

Maar tegen die hypothese zijn andere bezwaren aan te voeren.

De algemeene aantrekkingskracht heeft van de vortex-atoom-hypothese geen verklaring te wachten, zoodat ook W. Thomson * zelf hiervoor verwijst naar

---

* W. Thomson, On the ultramundane corpuscules of Lesage, also on the motion of rigid solids in a liquid, circulating irrotationally through perforations in them or in a fixed solid, *Phil. Mag.* 45 [4], p. 321 (1873).

de bekende voorstelling van LESAGE, een voorstelling, waartegen gewichtige bedenkingen aangevoerd kunnen worden, en die bovendien in zich sluit dat behalve den ether, in het geheele heelal nog een tweede stof voorkomt, welke alle gewone lichamen doordringt en waarvan de deeltjes zich met ontzettende snelheden door het heelal bewegen.

Intusschen dit bezwaar is eenigszins subjectief; de een zal er gemakkelijker overheen stappen dan de ander.

Gewichtiger vind ik het, dat J. J. THOMSON *, aannemende dat een gasvormig lichaam uit een stelsel van cirkelvormige vortex-ringen bestaat, tot een verklaring van de wet van BOYLE komt, die men moeilijk bevredigend kan noemen. Hierop werd reeds bij de aankondiging van J. J. THOMSON's verhandeling gewezen door REYNOLDS †. Voor een stelsel van cirkelvormige vortex-ringen berekent J. J. THOMSON het product van het volume en de spanning. Dit product blijkt gelijk te zijn aan het verschil van twee grootheden. De eerste grootheid is eveneedig met de kinetische energie van het stelsel; in de tweede grootheid komen voor de kwadraten van de snelheden van het medium aan den wand van het vat, waarin het gasvormig lichaam opgesloten is. Daar nu deze wand in rust is, meent J. J. THOMSON deze snelheden nul of althans klein te mogen stellen, waardoor de tweede grootheid nul of klein wordt en men tot de wet van BOYLE komt. Maar als het gasvormig lichaam uit vortex-atomen bestaat, is dit ook het geval met den vasten wand; en dan is het in het geheel niet duidelijk, waarom de snelheid van het medium binnen het vaste lichaam van den wand en aan de oppervlakte er van kleiner zal zijn dan te midden van het gasvormige lichaam.

Eindelijk is er nog een bezwaar. Wanneer van een gasvormig lichaam, dat uit vortex-atomen bestaat, de temperatuur stijgt, wordt de translatorische snelheid der atomen *kleiner*, en bij een twee-atomig gas neemt die snelheid bij verhooging van temperatuur slechts onder een bepaalde voorwaarde toe. Nu komt het mij onaannemelijk voor, dat dit in overeenstemming is met de werkelijkheid.

Daarom geloof ik niet, dat de vortex-atoom-hypothese uitzicht geeft op een verklaring van de spectraallijnen. Dat de uitdrukkingen (A) en (B) daartoe nooit kunnen leiden, volgt terstond hieruit, dat in die uitdrukkingen a en V voorkomen. Bij verhooging van temperatuur neemt a toe en wordt V kleiner;

---

* Treatise, p. 112.

† REYNOLDS, Vortex rings, *Nature* 29, p. 193 (1883).

volgens die uitdrukkingen zouden dus de spectraallijnen continu met de temperatuur moeten veranderen, wat feitelijk niet gebeurt.

Som-lijnen en verschil-lijnen.

31. Men zal moeten erkennen, dat op dit oogenblik er nog weinig vooruitzicht bestaat op een hypothese omtrent het wezen van een atoom, die grond geeft voor de verwachting, dat zij in staat zal stellen de spectraalverschijnselen te verklaren.

Gaat men de lineaire spectra van verschillende elementen na, dan valt het op: 1° dat dikwijls het aantal lijnen zoo groot is; 2° dat de verschillende lijnen zoozeer in intensiteit kunnen uiteen loopen; 3° dat niet alle lijnen door iederen waarnemer worden gezien en evenmin door denzelfden waarnemer bij verschillende gelegenheden.

Dit heeft mij tot de vraag gebracht, of in een lineair spectrum niet de analoga aanwezig zijn van de combinatie-tonen, in de eerste plaats van de somen verschiltonen van Helmoltz.

Men zal deze kunnen verwachten, indien men een lichtuitzendend atoom of een lichtuitzendende molecule beschouwt als een trillend stelsel, waarvan de uitwijkingen niet oneindig klein zijn.

32. In het algemeen, wanneer een stelsel met i graden van vrijheid schommelt om een stabielen evenwichtstand; wanneer men aanneemt, dat de uitwijkingen wel klein zijn, maar toch niet oneindig klein, zoodat men in de ontwikkelingen termen behoudt van een orde één hooger dan de orde der termen, welke men bij oneindig kleine uitwijkingen in aanmerking brengt; dan kan men bewijzen, dat er som- en verschiltrillingen optreden.

De methode, die ik bij dit bewijs volg, is slechts een uitbreiding van een methode door Rayleigh * gevolgd voor een stelsel, dat slechts één graad van vrijheid heeft.

Ik begin met het geval te behandelen, waarin de uitwijkingen oneindig klein zijn.

Wij beschouwen een stelsel, dat zich in stabielen evenwichtstand bevindt en waarvan de samenstellende deelen oneindig weinig uit dien stand gebracht worden. Telt men de algemeene coördinaten ψ_1, ψ_2, ψ_i van dien stand uit,

---

* Rayleigh, die Theorie des Schalles, übersetzt von Neesen, Bd. I, § 67, p. 88 (Braunschweig, 1879).

en evenzoo het arbeidsvermogen van plaats V van het vervormde stelsel, dan volgt uit het principe der virtueele verplaatsingen:

$$V = \tfrac{1}{2}\, a_{11}\, \psi_1^2 + \tfrac{1}{2}\, a_{22}\, \psi_2^2 + \ldots + a_{12}\, \psi_1\, \psi_2 + \ldots \quad (1)$$

De termen met ψ_1^3 enz. worden hierbij verwaarloosd.

Als wij voor $\frac{d\,\psi_1}{d\,t}$ schrijven $\dot{\psi}_1$, enz., dan is bij oneindig kleine uitwijkingen het arbeidsvermogen van beweging T van het stelsel:

$$T = \tfrac{1}{2}\, b_{11}\, \dot{\psi}_1^2 + \tfrac{1}{2}\, b_{22}\, \dot{\psi}_2^2 + \ldots + b_{12}\, \dot{\psi}_1\, \dot{\psi}_2 + \ldots \quad (2)$$

Daar elke homogene kwadratische functie door lineaire transformatie in een som van kwadraten kan omgezet worden, kunnen wij de algemeene coördinaten ψ_1, ψ_2, enz. vervangen door de algemeene coördinaten φ_1, φ_2, enz. met behulp van de betrekkingen

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= A_1\, \varphi_1 + B_1\, \varphi_2 + \ldots \\ \psi_2 &= A_2\, \varphi_1 + B_2\, \varphi_2 + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

en hierbij de waarden A_1, B_1, enz. zoodanig kiezen, dat men krijgt:

$$V = \tfrac{1}{2}\, a_1\, \varphi_1^2 + \tfrac{1}{2}\, a_2\, \varphi_2^2 + \ldots \quad (4)$$

$$T = \tfrac{1}{2}\, b_1\, \dot{\varphi}_1^2 + \tfrac{1}{2}\, b_2\, \dot{\varphi}_2^2 + \ldots \quad (5)$$

Indien het stelsel na de vervorming aan zich zelf wordt overgelaten en het een conservatief stelsel is, worden de bewegingsvergelijkingen van LAGRANGE:

$$\frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial\, T}{\partial\, \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial\, T}{\partial\, \varphi} + \frac{\partial\, V}{\partial\, \varphi} = 0 \quad (6)$$

zoodat, als wij voor $\frac{d^2\,\varphi}{d\,t^2}$ schrijven $\ddot{\varphi}$,

$$b_1\, \ddot{\varphi}_1 + a_1\, \varphi_1 = 0 \qquad b_2\, \ddot{\varphi}_2 + a_2\, \varphi_2 = 0, \text{ enz.} \quad (7)$$

Stelt men

$$\frac{a_1}{b_1} = n_1^2 \qquad \frac{a_2}{b_2} = n_2^2 \text{ enz.} \quad (8)$$

dan worden de vergelijkingen (7):

$$\ddot{\varphi}_1 + n_1^2\, \varphi_1 = 0 \qquad \ddot{\varphi}_2 + n_2^2\, \varphi_2 = 0, \text{ enz.} \quad (9)$$

waaruit volgt:

$$\varphi_1 = A_1 \cos(n_1 t - \alpha_1), \qquad \varphi_2 = A_2 \cos(n_2 t - \alpha_2), \text{ enz.} \quad \ldots\ldots (10)$$

Dit is de oplossing voor het geval, waarin de uitwijkingen oneindig klein zijn, zooals zij gegeven wordt door RAYLEIGH en ook door THOMSON en TAIT.

Wij gaan er nu toe over termen van een orde, die één hooger is, in de berekeningen te behouden. Dan krijgt men in plaats van (1):

$$V = \tfrac{1}{2} a_{11} \psi_1^2 + \tfrac{1}{2} a_{22} \psi_2^2 + \ldots + a_{12} \psi_1 \psi_2 + a_{23} \psi_2 \psi_3 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{3} a_{111} \psi_1^3 + \tfrac{1}{3} a_{222} \psi_2^3 + \ldots + a_{112} \psi_1^2 \psi_2 + \ldots \text{ enz.} \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

Wanneer van de verschillende punten, tot het stelsel behoorende, de Cartesiaansche coördinaten zijn $x_1\, y_1\, z_1\ x_2\, y_2\, z_2$ enz., dan zal men, als ψ_1, ψ_2, enz. klein blijven, hoewel zij niet oneindig klein zijn, elk der grootheden $x\ y\ z$ kunnen ontwikkelen in een reeks van den volgenden vorm:

$$x = e + e_1 \psi_1 + e_2 \psi_2 + \ldots + e'_1 \psi_1^2 + e'_2 \psi_2^2 + \ldots + e'_{12} \psi_1 \psi_2 + \text{ enz.}$$

Wij behouden hierin niet alleen de eerste machten van ψ_1, ψ_2, enz. maar ook de tweede machten; de derde en hoogere verwaarloozen wij.

Gaat men de beteekenis na van de grootheden b in vergelijking (2), dan vindt men bijv.:

$$b_{11} = \Sigma m \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \psi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \psi_1}\right)^2 \right\}$$
$$b_{12} = \Sigma m \left\{ \frac{\partial x}{\partial \psi_1}\frac{\partial x}{\partial \psi_2} + \frac{\partial y}{\partial \psi_1}\frac{\partial y}{\partial \psi_2} + \frac{\partial z}{\partial \psi_1}\frac{\partial z}{\partial \psi_2} \right\}.$$

Indien de uitwijkingen oneindig klein zijn, zijn b_{11}, b_{12}, enz. constant. Maar als men de uitwijkingen grooter onderstelt, krijgt men

in plaats van b_{11}	$b_{11} + \beta_{11}\ \psi_1 + \beta_{12}\ \psi_2 + \ldots\ldots$
in plaats van b_{12}	$b_{12} + \beta_{121} \psi_1 + \beta_{122} \psi_2 + \ldots\ldots$

zoodat nu

$$T = \tfrac{1}{2} (b_{11} + \beta_{11} \psi_1 + \beta_{12} \psi_2 + \ldots) \dot{\psi}_1^2 + \tfrac{1}{2} (b_{22} + \beta_{21} \psi_1 + \beta_{22} \psi_2 + \ldots) \dot{\psi}_2^2 +$$
$$\ldots + (b_{12} + \beta_{121} \psi_1 + \beta_{122} \psi_2 + \ldots) \dot{\psi}_1 \dot{\psi}_2 + \text{enz.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Wij kunnen ons een zoodanige lineaire transformatie volvoerd denken, dat de kwadratische functie

$$\tfrac{1}{2} a_{11} \psi_1^2 + \tfrac{1}{2} a_{22} \psi_2^2 + \ldots + a_1 a_2 \psi_1 \psi_2 + \text{enz.}$$

is omgezet in de som van kwadraten

$$\tfrac{1}{2}\, a_1\, \varphi_1^2 + \tfrac{1}{2}\, a_2\, \varphi_2^2 + \text{enz.}$$

en dat tegelijk de kwadratische functie

$$\tfrac{1}{2}\, b_{11}\, \dot{\psi}_1^2 + \tfrac{1}{2}\, b_{22}\, \dot{\psi}_2^2 + \ldots + b_{12}\, \dot{\psi}_1\, \dot{\psi}_2 + \text{enz.}$$

is geworden tot de som van kwadraten

$$\tfrac{1}{2}\, b_1\, \dot{\varphi}_1^2 + \tfrac{1}{2}\, b_2\, \dot{\varphi}_2^2 + \text{enz.}$$

Dan krijgt men:

$$V = \tfrac{1}{2}\,(a_1 + \alpha_{11}\,\varphi_1 + \alpha_{12}\,\varphi_2 + \ldots)\,\varphi_1^2 + \tfrac{1}{2}\,(a_2 + \alpha_{21}\,\varphi_1 + \alpha_{22}\,\varphi_2 + \ldots)\,\varphi_2^2 + \ldots$$
$$+ \alpha_{123}\,\varphi_1\,\varphi_2\,\varphi_3 + \alpha_{124}\,\varphi_1\,\varphi_2\,\varphi_4 + \text{enz.}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

$$T = \tfrac{1}{2}\, b_1\, \dot{\varphi}_1^2 + \tfrac{1}{2}\, b_2\, \dot{\varphi}_2^2 + \ldots + \tfrac{1}{2}\,(\gamma_{11}\,\varphi_1 + \gamma_{12}\,\varphi_2 + \ldots)\,\dot{\varphi}_1^2$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,(\gamma_{21}\,\varphi_1 + \gamma_{22}\,\varphi_2 + \ldots)\,\dot{\varphi}_2^2 + \ldots + (\gamma_{121}\,\varphi_1 + \gamma_{122}\,\varphi_2 + \ldots)\,\dot{\varphi}_1\,\dot{\varphi}_2 + \ldots (14)$$

Men heeft nu:

$$\frac{\partial\, V}{\partial\, \varphi_1} = a_1\varphi_1 + (\alpha_{11}\,\varphi_1 + \alpha_{12}\,\varphi_2 + \ldots)\,\varphi_1 + \tfrac{1}{2}\,\alpha_{11}\,\varphi_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\alpha_{21}\,\varphi_2^2 + \ldots$$
$$+ \alpha_{123}\,\varphi_2\,\varphi_3 + \alpha_{124}\,\varphi_2\,\varphi_4 + \text{enz.}$$

Het is duidelijk dat, wat in het tweede lid opgeteld moet worden bij $a_1\,\varphi_1$ een homogene kwadratische functie is van de coördinaten $\varphi_1,\ \varphi_2 \ldots \varphi_i$. Volgen wij de notatie van CAYLEY *, dan mogen wij kortheidshalve schrijven, daar de waarden der coëfficienten α ons niet bezig houden:

$$\frac{\partial\, V}{\partial\, \varphi_1} = a_1\,\varphi_1 + (\varphi_1,\ \varphi_2 \ldots \varphi_i)^2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Verder:

$$\frac{\partial\, T}{\partial\, \varphi_1} = (\dot{\varphi}_1,\ \dot{\varphi}_2 \ldots \dot{\varphi}_i)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

$$\frac{\partial\, T}{\partial\, \dot{\varphi}_1} = b_1\,\dot{\varphi}_1 + (\gamma_{11}\,\varphi_1 + \gamma_{12}\,\varphi_2 \ldots)\,\dot{\varphi}_1 + (\gamma_{121}\,\varphi_1 + \gamma_{122}\,\varphi_2 \ldots)\,\dot{\varphi}_2$$
$$+ (\gamma_{131}\,\varphi_1 + \gamma_{132}\,\varphi_2 + \ldots)\,\dot{\varphi}_3 + \text{enz.}$$

$$\frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial\, T}{\partial\, \dot{\varphi}_1}\right) = b_1\,\ddot{\varphi}_1 + \Sigma\,(\varphi_1,\ \varphi_2 \ldots \varphi_i)\,\ddot{\varphi}_k + (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2 \ldots \dot{\varphi}_i)^2 \ldots\ldots \quad (17)$$

---

* Zie SALMON, *Modern higher algebra*, 2nd edition, pag. 83 (Dublin, 1866).

Volgens de vergelijkingen van LAGRANGE is nu:

$$b_1 \ddot{\varphi}_1 + a_1 \varphi_1 + \Sigma (\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i) \ddot{\varphi}_k + (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2 \ldots \dot{\varphi}_i)^2 + (\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i)^2 = 0$$

of, als weder $\frac{a_1}{b_1} = n_1^2$ gesteld wordt,

$$\ddot{\varphi}_1 + n_1^2 \varphi_1 = \Sigma (\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i) \ddot{\varphi}_k + (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2 \ldots \dot{\varphi}_i)^2 + (\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i)^2 \ldots \quad (18)$$

Natuurlijk krijgt men i dergelijke vergelijkingen.

De benaderingsmethode, die ik zooeven vermeldde als door RAYLEIGH gevolgd en die reeds aangegeven is door LAGRANGE *, bestaat nu hierin, dat men de vergelijkingen (9) oplost en hierdoor een benaderde waarde verkrijgt voor φ_1, φ_2 enz.. Deze benaderde waarden worden dan gesubstitueerd in het tweede lid van vergelijking (18), waardoor men een nieuwe vergelijking verkrijgt, waarvan men de oplossing ook kan vinden, en die tot een nauwkeuriger uitdrukking leidt voor φ_1.

Volgens (9) is:

$$\varphi_k = A_k \cos (n_k t - \alpha_k)$$
$$\dot{\varphi}_k = - n_k A_k \sin (n_k t - \alpha_k)$$
$$\ddot{\varphi}_k = - n^2_k A_k \cos (n_k t - \alpha_k)$$

Substitueert men dit in het tweede lid van vergelijking (18), dan wordt:

$$\Sigma (\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i) \ddot{\varphi}_k = \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} 2 C_{kl} \cos (n_k t - \alpha_k) \cos (n_l t - \alpha_l) =$$
$$= \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} C_{kl} \{\cos [(n_k + n_l) t - \beta_{kl}] + \cos [(n_k - n_l) t - \gamma_{kl}]\}$$

Evenzoo

$$(\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2 \ldots \dot{\varphi}_i)^2 = \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} D_{kl} \{\cos [(n_k + n_l) t - \beta_{kl}] - \cos [(n_k - n_l) t - \gamma_{kl}]\}$$

$$(\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_i)^2 = \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} E_{kl} \{\cos [(n_k + n_l) t - \beta_{kl}] + \cos [(n_k - n_l) t - \gamma_{kl}]\}$$

Hierdoor wordt (18)

$$\ddot{\varphi}_1 + n_1^2 \varphi_1 = \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} F_{kl} \cos [(n_k + n_l) t - \beta_{kl}] + \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} G_{kl} \cos [(n_k - n_l) t - \gamma_{kl}]$$

---

* LAGRANGE, *Mécanique analytique*, Tome I, p. 348 (Paris 1811).

zoodat φ_1 den vorm heeft:

$$\varphi_1 = A_1 \cos(n_1 t - \alpha) + \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} B_{kl} \cos[(n_k + n_l) t - \beta_{kl}] + \\ + \sum_{k=1}^{k=i} \sum_{l=1}^{l=i} C_{kl} \cos[(n_k - n_l) t - \gamma_{kl}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Het is gemakkelijk in te zien, dat elke grootheid B_{kl} en C_{kl} evenredig is met $A_k A_l$.

Daarom, wanneer men de trillende beweging van het stelsel ontbindt in enkelvoudige trillende bewegingen, krijgt men voor de trillingsgetallen niet alleen $\frac{n_1}{2\pi}, \frac{n_2}{2\pi}$ enz., maar ook $\frac{2n_1}{2\pi}, \frac{2n_2}{2\pi}$ enz. en bovendien alle combinaties $\frac{n_k + n_l}{2\pi}$ en $\frac{n_k - n_l}{2\pi}$. Wordt van alle primaire trillingen de amplitude verdubbeld, dan wordt de amplitude van elke secundaire trilling 4-maal zoo groot.

33. Men kan zich wel zoodanige trillende stelsels voorstellen, dat geen som- en verschiltrillingen zich voordoen, bijv. wanneer in (11) alle termen met ψ_1^3, ψ_2^3, $\psi_1^2 \psi_2$, $\psi_1 \psi_2 \psi_3$ enz. wegvallen en tevens in (12) de termen, waarin de coördinaten in de eerste macht voorkomen; bij zulke stelsels zal men behalve de primaire geen secundaire, maar wel tertiaire en hoogere trillingen krijgen. Doch in het algemeen zullen de secundaire trillingen niet ontbreken.

Bedenkt men nu, dat bij geluidsbronnen de secundaire trillingen voor ons oor waarneembaar zijn, dan kan het ons niet verwonderen, dat ons oog gevoelig is voor secundaire trillingen van een lichtbron van groote intensiteit. De amplituden van de lichtgevende atomen of moleculen zijn zeker niet oneindig klein; secundaire trillingen zullen zonder twijfel bestaan; het is alleen de vraag of ons oog gevoelig genoeg is om ze waar te nemen.

Dit is des te eerder te verwachten, naarmate het licht grootere intensiteit heeft, omdat de amplitude van een secundaire trilling evenredig is met het product van de amplitnden der primaire trillingen.

34. Nu de algemeene theorie van trillende stelsels het bestaan van som- en verschillijnen doet verwachten, is het wenschelijk door een nader onderzoek van de spectra zelve het bestaan er van te bewijzen of althans hoogst waarschijnlijk te maken.

Het komt mij voor, dat dit onderzoek op de volgende wijze kan ingesteld worden.

Ik onderstel in het vervolg, dat men van de verschillende spectraallijnen de trillingsgetallen heeft berekend uit de waargenomen golflengten; hierbij moge evenals

in § 17 bij een golflengte 2000 tien-millioenste millimeter als trillingsgetal aangenomen worden 5000; bij een golflengte 2500 als trillingsgetal 4000, enz.

Wanneer α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ de trillingsgetallen zijn van primaire lijnen, die alle of gedeeltelijk in het ultra-rood liggen, dan is het denkbaar dat tot het zichtbare spectrum behooren de lijnen met de trillingsgetallen

$$\left.\begin{array}{llll} \alpha+\varepsilon & \beta+\varepsilon & \gamma+\varepsilon & \delta+\varepsilon \\ \alpha+\zeta & \beta+\zeta & \gamma+\zeta & \delta+\zeta \\ \alpha+\eta & \beta+\eta & \gamma+\eta & \delta+\eta \\ \alpha+\vartheta & \beta+\vartheta & \gamma+\vartheta & \delta+\vartheta \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

Evenzoo, indien α, β, γ, δ, ι, $\varkappa$, λ, μ de trillingsgetallen zijn van primaire lijnen, die deels in het ultra-rood, deels in het zichtbare spectrum en deels in het ultra-violet liggen, dan kunnen tot het zichtbare spectrum behooren de lijnen met de trillingsgetallen

$$\left.\begin{array}{llll} \iota-\alpha & \varkappa-\alpha & \lambda-\alpha & \mu-\alpha \\ \iota-\beta & \varkappa-\beta & \lambda-\beta & \mu-\beta \\ \iota-\gamma & \varkappa-\gamma & \lambda-\gamma & \mu-\gamma \\ \iota-\delta & \varkappa-\delta & \lambda-\delta & \mu-\delta \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (21)$$

Stel eens, dat onder de zichtbare lijnen van een bepaalde stof dergelijke som- en verschillijnen voorkomen; wanneer men dan van de trillingsgetallen twee aan twee de positieve verschillen vormt, dan moet het aantal gevallen, waarin men twee of meer gelijke verschillen aantreft, betrekkelijk groot zijn. De trillingsgetallen (20) geven bijv. 4-maal het verschil α—β, 4-maal het verschil α—γ, 4-maal β—γ, enz.

Omgekeerd, vindt men een betrekkelijk groot aantal gevallen van twee of meer gelijke verschillen, dan zie ik niet in, dat dit bevredigend te verklaren is, tenzij men het bestaan van som- en verschillijnen aanneemt.

Om te beoordeelen, of het gevonden aantal gevallen van twee gelijke verschillen betrekkelijk groot is, moet men aan de waarschijnlijkheidsrekening vragen, welk aantal gevallen van coïncidenties van verschillen men verwachten kan, indien de trillingsgetallen geheel willekeurig verdeeld zijn.

Van daar, dat zich het volgende probleem voordoet. Wanneer men een groot aantal malen n grootheden willekeurig verdeelt tusschen twee grenzen P en Q, terwijl $P - Q = A$, en men vormt de positieve verschillen, welke al deze grootheden onderling en bovendien met P en Q opleveren, hoeveel gevallen kan men dan *gemiddeld* verwachten van verschillen, die twee aan twee binnen nauwe aangegevene grenzen $\pm \delta$ even groot zijn? Het is dus, alsof men met n trillingsgetallen een groot aantal denkbeeldige spectra gaat vormen,

alle tusschen dezelfde grenzen gelegen, en naar het aantal coïncidenties van verschillen vraagt, dat gemiddeld in elk spectrum optreedt.

35. Ik wensch eerst dit vraagstuk op te lossen onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat twee of meer grootheden binnen de grenzen $\pm\delta$ met elkander samenvallen; hierbij wordt aangenomen, dat $n\,\delta$ te verwaarloozen is tegenover A.

Stel de grootheden $a_1, a_2 \ldots a_n$. Het positieve verschil tusschen a_m en a_k worde voorgesteld door $q_{m\,k}$; dat tusschen a_m en P door $q_{0\,m}$, dat tusschen a_m en Q door $q_{m\,n+1}$.

Als q_{01} gegeven was (waardoor de waarde van a_1 bekend zou wezen), zou de waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_m = q_{01} \pm \delta$ is, $\frac{2\,\delta}{A}$ zijn, mits $q_{01} \leqq \frac{1}{2} A$. Maar q_{01} is niet bekend. De waarschijnlijkheid, dat P en a_1 een verschil opleveren gelegen tusschen q_{01} en $q_{01} + d\,q_{01}$ bedraagt $\frac{d\,q_{01}}{A}$. De waarschijnlijkheid, dat $q_{01} \leqq \frac{1}{2} A$, is dus

$$\int_0^{\frac{1}{2}A} \frac{d\,q_{01}}{A} = \tfrac{1}{2}$$

en de waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_m = q_{01} \pm \delta$, wordt dus

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

De waarschijnlijkheid, dat a_m en a_k (als m en k waarden hebben van 2 tot n) een verschil opleveren $q_{01} \pm \delta$, bedraagt

$$2\,\frac{A - q_{01}}{A}\,\frac{2\,\delta}{A}.$$

De waarschijnlijke waarde van

$$\frac{A - q_{01}}{A} \quad \text{is} \quad \int_0^A \frac{A - q_{01}}{A}\,\frac{d\,q_{01}}{A} = \tfrac{1}{2}.$$

De waarschijnlijkheid, dat a_m en a_k een verschil geven $q_{01} \pm \delta$, wordt dus

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van 2 tot n, dat $a_m - Q = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - Q = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

Als q_{12} gegeven was en $a_1 > a_2$, dan zou de waarschijnlijkheid, dat $P - a_1 = q_{12} \pm \delta$ is, $\frac{2\delta}{A - q_{12}}$ zijn, mits $q_{12} \leqq \frac{1}{2} A$; even groot de waarschijnlijkheid, als $a_1 < a_2$, dat $P - a_2 = q_{12} \pm \delta$. De waarschijnlijkheid, dat a_1 en a_2 een verschil opleveren gelegen tusschen q_{12} en $q_{12} + dq_{12}$ bedraagt

$$2 \frac{A - q_{12}}{A} \frac{dq_{12}}{A}.$$

De waarschijnlijkheid, dat P met a_1 of a_2 een verschil geeft $q_{12} \pm \delta$ is dus

$$\int_0^{\frac{1}{2}A} 2 \frac{A - q_{12}}{A} \cdot \frac{2\delta}{A - q_{12}} \cdot \frac{dq_{12}}{A} = \frac{2\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(V)}$$

Wanneer $a_1 > a_2$, is de waarschijnlijkheid, dat $a_2 - a_m = q_{12} \pm \delta$ (q_{12} gegeven ondersteld)

$$\frac{A - 2q_{12}}{A - q_{12}} \cdot \frac{2\delta}{A},$$

mits $q_{12} \leqq \frac{1}{2} A$; even groot is dan de waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_1 = q_{12} \pm \delta$. Mocht $a_1 < a_2$ wezen, dan is de waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_m = q_{12} \pm \delta$, en evenzoo de waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_2 = q_{12} \pm \delta$, wederom

$$\frac{A - 2q_{12}}{A - q_{12}} \frac{2\delta}{A}.$$

De waarschijnlijke waarde van

$$\frac{A - 2q_{12}}{A - q_{12}} \quad \text{is} \quad \int_0^{\frac{1}{2}A} 2 \frac{A - q_{12}}{A} \cdot \frac{A - 2q_{12}}{A - q_{12}} \frac{dq_{12}}{A} = \frac{1}{2}.$$

De waarschijnlijkheid (hetzij $a_1 > a_2$, hetzij $a_1 < a_2$) dat, als m een waarde heeft van 3 tot n, a_m met a_1 of a_2 een verschil oplevert $q_{12} \pm \delta$, bedraagt

$$2 \times \frac{1}{2} \times \frac{2\delta}{A} = \frac{2\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VI)}$$

De waarschijnlijkheid, dat Q met a_2 als $a_1 > a_2$, of met a_1 als $a_1 < a_2$, een verschil oplevert $q_{12} \pm \delta$, is overeenkomstig de afleiding van (V)

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VII)}$$

De waarschijnlijkheid, indien m een waarde heeft van 3 tot n, dat $P - a_m = q_{12} \pm \delta$, bedraagt

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VIII)}$$

De waarschijnlijkheid, als m en k waarden hebben van 3 tot n, dat a_m en a_k een verschil geven $q_{12} \pm \delta$, is

$$2\,\frac{A - q_{12}}{A}\,\frac{2\,\delta}{A}.$$

De waarschijnlijke waarde van

$$\frac{A - q_{12}}{A} \quad \text{is} \quad \int_0^A 2\left(\frac{A - q_{12}}{A}\right)^2 \frac{d\,q_{12}}{A} = \frac{2}{3}.$$

De waarschijnlijkheid, dat a_m en a_k een verschil geven $q_{12} \pm \delta$, wordt dus

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IX)}$$

De waarschijnlijkheid, als m tusschen 3 en n ligt, dat Q en a_m een verschil geven $q_{12} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(X)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_n = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XI)}$$

De waarschijnlijkheid, als m en k waarden hebben van $n-1$ tot 1, dat a_m en a_k een verschil geven $q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XII)}$$

De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van $n-1$ tot 1, dat $P - a_m = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XIII)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_n = q_{nn+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XIV)}$$

Om nu het totaal aantal gevallen te vinden, dat men gemiddeld verwachten kan, waarin twee verschillen aan elkander gelijk zijn, gaat men op de volgende wijze te werk.

Uit (I) vloeit voort een aantal gevallen $n\,(n-1)\,\frac{\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (V).

Uit (II) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{(n-1)(n-2)}{1\,.\,2}\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (VIII).

Uit (III) vloeit voort een aantal gevallen $n(n-1)\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XIII).

Uit (IV) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XIV).

Uit (VI) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\cdot\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}(n-2)\,\frac{2\,\delta}{A}$; want als men m, 1 en 2 vervangt door alle mogelijke waarden van 1 tot n, krijgt men elk geval 2-maal.

Uit (VII) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XI).

Uit (IX) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\cdot\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\cdot\frac{(n-2)\,(n-3)}{1\,.\,2}\cdot\frac{8}{3}\,\frac{\delta}{A}$; want als men m, k, 1 en 2 vervangt door alle mogelijke waarden van 1 tot n, krijgt men elk geval 2-maal.

Uit (X) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}(n-2)\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XII).

Het totaal aantal gevallen, dat men gemiddeld verwachten kan, waarin de verschillen binnen de grenzen $\pm\,\delta$ twee aan twee gelijk zijn, is dus:

$$\frac{2\,\delta}{A}\left\{\frac{n\,(n-1)}{2} + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{2} + n\,(n-1) + \frac{n}{2} + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{4}\right.$$
$$\left. + \frac{n\,(n-1)}{2} + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{6} + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{2}\right\}$$

of:

$$\left\{\frac{1}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)\,+\,\frac{5}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,+\,4\,n\,(n-1)\,+\,n\right\}\frac{\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ (22)$$

36. Wanneer men aanneemt, dat twee of meer grootheden kunnen samenvallen binnen de grenzen $\pm\,\delta$, ondergaat de oplossing een wijziging.

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_m = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (I)$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_m = q_{01} \pm \delta$ is $\frac{2\,\delta}{A}$, mits $q_{01} \leqq \frac{A}{2}$ en dus

$$\frac{\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (II)$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_1 = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (III)$$

De waarschijnlijkheid, als m en k waarden hebben van 2 tot n, dat a_m en a_k een verschil opleveren $q_{01} \pm \delta$, is

$$2\,\frac{A - q_{01}}{A}\,\frac{2\,\delta}{A}$$

in de onderstelling, dat q_{01} gegeven is; deze waarschijnlijkheid wordt dus

$$\frac{2\,\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (IV)$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - Q = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (V)$$

De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van 2 tot n, dat $a_m - Q = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (VI)$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - Q = q_{01} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (VII)$$

Als q_{12} gegeven was en $a_1 > a_2$, dan zou de waarschijnlijkheid, dat $P - a_1 = q_{12} \pm \delta$, zijn $\frac{2\delta}{A - q_{12}}$ mits $q_{12} < \frac{1}{2} A$; even groot, indien $a_1 < a_2$, is de waarschijnlijkheid dat $P - a_2 = q_{12} \pm \delta$. Als $a_1 > a_2$, is $\frac{\delta}{A}$ de waarschijnlijkheid, dat $P - a_2 = q_{12} \pm \delta$ is; als $a_1 < a_2$, is ook $\frac{\delta}{A}$ de waarschijnlijkheid, dat $P - a_1 = q_{12} \pm \delta$. De waarschijnlijkheid, dat P met a_1 of a_2 een verschil geeft $q_{12} \pm \delta$, is dus

$$\int_0^{\frac{1}{2}A} 2 \frac{A - q_{12}}{A} \cdot \frac{2\delta}{A - q_{12}} \cdot \frac{dq_{12}}{A} + \frac{2\delta}{A} = \frac{4\delta}{A} \quad \ldots\ldots \text{(VIII)}$$

Wanneer $a_1 > a_2$ en q_{12} gegeven ondersteld wordt, is de waarschijnlijkheid, dat $a_2 - a_m = q_{12} \pm \delta$

$$\frac{A - 2q_{12}}{A - q_{12}} \frac{2\delta}{A}$$

mits $q_{12} < \frac{1}{2} A$; even groot de waarschijnlijkheid, dat dan $a_m - a_1 = q_{12} \pm \delta$; bovendien is de waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_2 = q_{12} \pm \delta$ en evenzoo de waarschijnlijkheid dat $a_1 - a_m = q_{12} \pm \delta$ dan $\frac{2\delta}{A}$. Iets dergelijks vindt men als $a_1 < a_2$. De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van 3 tot n, dat a_m met a_1 of a_2 een verschil oplevert $q_{12} \pm \delta$, is dus

$$\frac{6\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IX)}$$

De waarschijnlijkheid, dat Q met a_2 of a_1 een verschil oplevert $q_{12} \pm \delta$, is

$$\frac{4\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(X)}$$

De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van 3 tot n, dat $P - a_m = q_{12} \pm \delta$, is

$$\frac{2\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XI)}$$

De waarschijnlijkheid, als m en k waarden hebben van 3 tot n, dat a_m en a_k een verschil geven $q_{12} \pm \delta$, is volgens de vorige paragraaf

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XII)}$$

*

De waarschijnlijkheid, dat Q en a_m, als m een waarde heeft van 3 tot n, een verschil geven $q_{12} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XIII)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_m - Q = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XIV)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_m - a_n = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XV)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $a_n - a_m = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XVI)}$$

De waarschijnlijkheid, als m en k waarden hebben van $n-1$ tot 1, dat a_m en a_k een verschil opleveren $q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XVII)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_n = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XVIII)}$$

De waarschijnlijkheid, als m een waarde heeft van $n-1$ tot 1, dat $P - a_m = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{2\,\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XIX)}$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - Q = q_{n\,n+1} \pm \delta$, is

$$\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(XX)}$$

Uit (I) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\,n\,(n-1)\,\frac{2\,\delta}{A}$; want als men m en 1 vervangt door alle mogelijke waarden van 1 tot n, krijgt men elk geval 2-maal.

Uit (II) en (III) samen vloeit voort een aantal gevallen $2\,n\,(n-1)\,\frac{\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (VIII).

Uit (IV) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{(n-1)\,(n-2)}{1\,.\,2}\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XI).

Uit (V) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XVIII).

Uit (VI) vloeit voort een aantal gevallen $n\,(n-1)\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XIX).

Uit (VII) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{\delta}{A}$.

Uit (IX) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\cdot\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,(n-2)\,\frac{6\,\delta}{A}$.

Uit (X) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,\frac{4\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen leveren (XV) en (XVI) samen.

Uit (XII) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\cdot\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,\frac{(n-2)\,(n-3)}{1\,.\,2}\,\frac{8}{3}\cdot\frac{\delta}{A}$.

Uit (XIII) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,(n-2)\,\frac{2\,\delta}{A}$; geheel dezelfde gevallen levert (XVII).

Uit (XIV) vloeit voort een aantal gevallen $\frac{1}{2}\,.\,n\,(n-1)\,\frac{2\,\delta}{A}$.

Uit (XX) vloeit voort een aantal gevallen $n\,\frac{\delta}{A}$.

Het totaal aantal gevallen, dat men gemiddeld verwachten kan, waarin de verschillen binnen de grenzen $\pm\,\delta$ twee aan twee gelijk zijn, is dus:

$$\frac{2\,\delta}{A}\Big\{\frac{1}{2}\,n\,(n-1)\,+\,n\,(n-1)\,+\,\frac{1}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,+\,\frac{1}{2}\,n\,+\,n\,(n-1)$$
$$+\,\frac{1}{2}\,n\,+\,\frac{3}{4}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,+\,n\,(n-1)\,+\,\frac{1}{6}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)$$
$$+\,\frac{1}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,+\,\frac{1}{2}\,n\,(n-1)\,+\,\frac{1}{2}\,n\Big\}$$

of

$$\left\{\frac{1}{3}n(n-1)(n-2)(n-3) + \frac{7}{2}n(n-1)(n-2) + 8n(n-1) + 3n\right\}\frac{\delta}{A}. \quad . \quad . \quad (23)$$

37. Door Prof. LORENTZ is mij een tweede methode aan de hand gedaan, volgens welke de uitdrukkingen (22) en (23) kunnen worden afgeleid.

Men kan alle coïncidenties van verschillen verdeelen in 4 groepen; de eerste groep omvat die coïncidenties, in elk waarvan 4 der n grootheden optreden, en die dus van den vorm $a_m - a_k = a_r - a_s \pm \delta$ zijn; de tweede groep omvat die coïncidenties, in elk waarvan 3 der n grootheden optreden, en die dus den vorm hebben $a_m - a_k = a_k - a_r \pm \delta$, $P - a_m = a_k - a_r \pm \delta$ of $a_m - Q = a_k - a_r \pm \delta$; de derde groep omvat die coïncidenties, in elk waarvan 2 der n grootheden optreden en die den vorm hebben $P - a_m = a_m - a_k \pm \delta$, $a_m - Q = a_k - a_m \pm \delta$ of $P - a_m = a_k - Q \pm \delta$; de laatste groep omvat die coïncidenties, in elk waarvan slechts 1 der n grootheden optreedt, en die den vorm hebben $P - a_m = a_m - Q \pm \delta$. Sluit men de mogelijkheid, dat twee of meer grootheden binnen de grenzen $\pm\delta$ met elkander samenvallen, *niet* uit, dan komen in de drie laatste groepen er nog eenige mogelijke coïncidenties bij, zooals wij zullen zien.

Eerste groep. Stellen wij ons vier grootheden voor, a_1 a_2 a_3 a_4, die wij een groot aantal malen (N) willekeurig plaatsen tusschen de grenzen P en Q, terwijl $P - Q = A$. Wij vormen als 't ware N denkbeeldige spectra van vier lijnen.

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_2$ positief zijnde een waarde heeft tusschen q_{12} en $q_{12} + dq_{12}$ is $\frac{A - q_{12}}{A}\frac{dq_{12}}{A}$; de waarschijnlijkheid, dat $a_3 - a_4 = q_{12} \pm \delta$, is $\frac{A - q_{12}}{A}\frac{2\delta}{A}$. Aan de vergelijking

$$a_3 - a_4 = a_1 - a_2 \pm \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

onder de voorwaarde, dat $a_1 - a_2$ positief is, wordt dus voldaan in

$$N \cdot \frac{2\delta}{A}\int_0^A \left(\frac{A - q_{12}}{A}\right)^2 \frac{dq_{12}}{A} = \frac{2}{3}\frac{\delta}{A}N$$

spectra.

Tevens wordt nu voldaan aan de betrekking, welke uit (α) voortvloeit:

$$a_2 - a_4 = a_1 - a_3 \pm \delta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

In N spectra zullen wij dus $\frac{8}{3}\frac{\delta}{A}N$ coïncidenties (α) en (β) vinden, daar ook aan (α) en (β) voldaan wordt, indien $a_1 < a_2$ en $a_3 < a_4$ is.

Nu is het nog mogelijk, dat voldaan wordt aan de vergelijking

$$a_4 - a_2 = a_1 - a_3 \pm \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

zoodat ook

$$a_3 - a_2 = a_1 - a_4 \pm \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\delta)$$

Eindelijk kan nog de betrekking bestaan

$$a_2 - a_3 = a_1 - a_4 \pm \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varepsilon)$$

zoodat ook

$$a_4 - a_3 = a_1 - a_2 \pm \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\zeta)$$

In de N spectra met de trillingsgetallen a_1 a_2 a_3 en a_4 komt dus

$$3 \times \frac{8}{3}\frac{\delta}{A}N = 8\frac{\delta}{A}N$$

malen een gelijkheid van twee verschillen voor, die den vorm heeft $a_m - a_k = a_r - a_s \pm \delta$. Vormt men N spectra met n trillingsgetallen, dan kan men van deze n grootheden $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ combinaties van 4 grootheden maken. In de N spectra zullen dus

$$\frac{1}{3}\frac{\delta}{A}n(n-1)(n-2)(n-3)N$$

coïncidenties van verschillen gevonden worden; gemiddeld in elk spectrum dus

$$\frac{1}{3}\frac{\delta}{A}n(n-1)(n-2)(n-3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{I})$$

Dit is het gezochte aantal voor de eerste groep; hier is het van geen invloed of men de mogelijkheid, dat twee of meer der grootheden binnen de grenzen $\pm \delta$ samenvallen, uitsluit ja of neen.

Tweede groep. Wij stellen ons voor drie grootheden, a_1 a_2 en a_3, welke wij N-maal willekeurig plaatsen tusschen de grenzen P en Q.

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_2$ positief zijnde een waarde heeft tusschen q_{12} en $q_{12} + d\,q_{12}$ is $\frac{A - q_{12}}{A}\frac{d\,q_{12}}{A}$ De waarschijnlijkheid dat

$$a_2 - a_3 = q_{12} \pm \delta, \qquad \text{is} \qquad \frac{A - 2\,q_{12}}{A - q_{12}} \frac{2\,\delta}{A}, \text{ mits } q_{12} < \frac{A}{2}.$$

Aan de vergelijking

$$a_2 - a_3 = a_1 - a_2 \pm \delta$$

onder de voorwaarde dat $a_1 - a_2$ positief is, wordt dus voldaan in

$$N \frac{2\,\delta}{A} \int_0^{\frac{1}{2}A} \frac{A - 2\,q_{12}}{A - q_{12}} \frac{A - q_{12}}{A} \frac{d\,q_{12}}{A} = \frac{1}{2} \frac{\delta}{A} N$$

spectra. Een even groot aantal malen wordt voldaan, onder de voorwaarde dat $a_2 - a_1$ positief is, aan de vergelijking

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1 \pm \delta.$$

Nog twee dergelijke stellen van vergelijkingen kunnen gedacht worden, namelijk:

$$a_3 - a_1 = a_1 - a_2 \pm \delta \qquad a_3 - a_1 = a_2 - a_3 \pm \delta$$
$$a_1 - a_3 = a_2 - a_1 \pm \delta \qquad a_1 - a_3 = a_3 - a_2 \pm \delta$$

In de N spectra met de trillingsgetallen a_1 a_2 en a_3 komt dus

$$6 \times \frac{1}{2} \frac{\delta}{A} N = 3 \frac{\delta}{A} N$$

malen een gelijkheid van twee verschillen voor van den vorm

$$a_m - a_k = a_k - a_r \pm \delta \qquad \text{of} \qquad a_k - a_m = a_r - a_k \pm \delta.$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_1$ gelegen is tusschen q_{01} en $q_{01} + d\,q_{01}$ is $\frac{d\,q_{01}}{A}$. De waarschijnlijkheid, dat $a_2 - a_3 = q_{01} \pm \delta$ is $\frac{A - q_{01}}{A} \frac{2\,\delta}{A}$. Aan de vergelijking

$$a_2 - a_3 = P - a_1 \pm \delta$$

wordt dus voldaan in

$$N \frac{2\,\delta}{A} \int_0^A \frac{A - q_{01}}{A} \frac{d\,q_{01}}{A} = \frac{\delta}{A} N$$

spectra. Een even groot aantal malen wordt voldaan aan de vergelijking

$$a_3 - a_2 = P - a_1 \pm \delta.$$

Men heeft nog twee dergelijke stellen van vergelijkingen, namelijk

$$a_3 - a_1 = P - a_2 \pm \delta \qquad a_1 - a_2 = P - a_3 \pm \delta$$
$$a_1 - a_3 = P - a_2 \pm \delta \qquad a_2 - a_1 = P - a_3 \pm \delta$$

In de N spectra met de trillingsgetallen a_1 a_2 en a_3 komt dus

$$6\,\frac{\delta}{A}\,N$$

malen een gelijkheid van twee verschillen voor van den vorm $a_k - a_r = P - a_m \pm \delta$.

Het is gemakkelijk in te zien, dat in deze N spectra ook

$$6\,\frac{\delta}{A}\,N$$

malen een gelijkheid van twee verschillen voorkomt van den vorm $a_m - Q = a_k - a_r \pm \delta$.

Onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat twee of meer grootheden binnen de grenzen $\pm\,\delta$ samenvallen, omvat dus de tweede groep gemiddeld in elk spectrum

$$\left(3\,\frac{\delta}{A} + 6\,\frac{\delta}{A} + 6\,\frac{\delta}{A}\right)\frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}$$

of

$$\frac{5}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{II}_a)$$

coïncidenties van verschillen.

Sluit men de mogelijkheid niet uit, dat twee of meer grootheden samenvallen, dan komen er nog eenige coïncidenties bij. Dan is het ook mogelijk, dat a_3 binnen de grenzen $\pm\,\delta$ samenvalt met a_1. De waarschijnlijkheid, dat dit gebeurt, is $\frac{2\,\delta}{A}$. Heeft het plaats, dan brengt dit met zich *één* van de beide vergelijkingen:

$$a_2 - a_3 = a_2 - a_1 \pm \delta \qquad a_3 - a_2 = a_1 - a_2 \pm \delta$$

en dus één coïncidentie. Evenzoo is het mogelijk, dat a_1 met a_2 binnen de grenzen $\pm\,\delta$ samenvalt, wat tot één der vergelijkingen

$$a_3 - a_1 = a_3 - a_2 \pm \delta \qquad a_1 - a_3 = a_2 - a_3 \pm \delta$$

leidt. Eindelijk kan nog a_2 binnen de grenzen $\pm \delta$ samenvallen met a_3 en dan wordt aan één der vergelijkingen

$$a_1 - a_2 = a_1 - a_3 \pm \delta \qquad a_2 - a_1 = a_3 - a_1 \pm \delta$$

voldaan.

Voor de N spectra komen er dus nog $3 \times \frac{2\delta}{A} N$ coïncidenties bij, en men krijgt dan bij n trillingsgetallen voor de tweede groep gemiddeld in elk spectrum

$$\frac{7}{2} n (n-1)(n-2) \frac{\delta}{A}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{II}b)$$

Derde groep. Wij stellen ons voor twee grootheden a_1 en a_2, welke wij N-maal willekeurig plaatsen tusschen de grenzen P en Q.

De waarschijnlijkheid, dat $a_1 - a_2 = P - a_1 \pm \delta$ is $\frac{2\delta}{A}$ mits $q_{01} \leqq \frac{A}{2}$. Aan de vergelijking

$$a_1 - a_2 = P - a_1 \pm \delta$$

zal dus in

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2\delta}{A} \cdot N = \frac{\delta}{A} N$$

spectra voldaan worden. In evenveel spectra bestaan de betrekkingen

$$a_2 - a_1 = P - a_2 \pm \delta$$
$$a_1 - a_2 = a_2 - Q \pm \delta$$
$$a_2 - a_1 = a_1 - Q \pm \delta.$$

In N spectra met de trillingsgetallen a_1 en a_2 komt dus

$$4 \frac{\delta}{A} N$$

malen een gelijkheid voor van een der bovenstaande vormen.

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_1 = a_2 - Q \pm \delta$ is $\frac{2\delta}{A}$. Deze gelijkheid brengt nog een tweede met zich, namelijk $P - a_2 = a_1 - Q \pm \delta$. In de N spectra heeft men dus

$$4 \frac{\delta}{A} N$$

malen een gelijkheid van deze vormen.

Onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat twee grootheden binnen de grenzen $\pm \delta$ samenvallen, omvat dus de derde groep gemiddeld in elk spectrum van n trillingsgetallen

$$8 \frac{\delta}{A} \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

of

$$4\, n\,(n-1) \frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}_a)$$

coïncidenties van verschillen.

Sluit men de mogelijkheid niet uit, dat twee grootheden samenvallen, dan komen nog eenige coïncidenties er bij.

De waarschijnlijkheid, dat $a_2 - a_1 = P - a_1 \pm \delta$ is $\frac{\delta}{A}$. Verder is nog mogelijk elk der volgende betrekkingen:

$$a_1 - a_2 = P - a_2 \pm \delta \qquad a_2 - a_1 = a_2 - Q \pm \delta \qquad a_1 - a_2 = a_1 - Q \pm \delta.$$

De waarschijnlijkheid, dat $P - a_1 = P - a_2 \pm \delta$ is $\frac{2\,\delta}{A}$, waaruit nog voortvloeit de gelijkheid $a_1 - Q = a_2 - Q \pm \delta$

Voor de N spectra komen er dus nog

$$\left(4 \times \frac{\delta}{A} + 2 \times \frac{2\,\delta}{A}\right) N$$

coïncidenties bij, en men krijgt dan bij n trillingsgetallen voor de derde groep gemiddeld in elk spectrum

$$8\, n\,(n-1) \frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}_b)$$

Vierde groep. Plaatst men een enkele groothetd a_1 willekeurig N-maal tusschen de grenzen P en Q, dan is de waarschijnlijkheid, dat

$$P - a_1 = a_1 - Q \pm \delta$$

gelijk $\frac{\delta}{A}$. Onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat a_1 samenvalt binnen de grenzen $\pm \delta$ met P of Q, omvat de vierde groep gemiddeld in elk spectrum

$$n \frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{IV}_a)$$

coïncidenties van verschillen.

*

Zonder deze uitsluiting kunnen zich nog de gelijkheden voordoen :

$$P - Q = P - a_1 \pm \delta \qquad P - Q = a_1 - Q \pm \delta$$

waarvan de waarschijnlijkheid voor elk $\frac{\delta}{A}$ is. Men krijgt dus in dit geval voor de vierde groep gemiddeld in elk spectrum

$$3\,n\,\frac{\delta}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{IV}_b)$$

coïncidenties van verschillen.

Het totaal aantal gevallen, dat men gemiddeld voor elk spectrum verwachten kan, waarin de verschillen binnen de grenzen $\pm\,\delta$ twee aan twee gelijk zijn, is dus onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat twee of meer grootheden samenvallen,

$$\left\{\frac{1}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3) + \frac{5}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2) + 4\,n\,(n-1) + n\right\}\frac{\delta}{A} \quad . \; . \; (22)$$

of, als men deze uitsluiting niet vooropstelt,

$$\left\{\frac{1}{3}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3) + \frac{7}{2}\,n\,(n-1)\,(n-2) + 8\,n\,(n-1) + 3\,n\right\}\frac{\delta}{A} \quad . \; . \; (23)$$

Dit resultaat is geheel in overeenstemming met de uitkomsten van § 35 en § 36.

38. Het zou wenschelijk zijn, dat nu nog berekend werd de waarschijnlijkheid van het optreden van p coïncidenties van verschillen bij n grootheden, en dus bij hoevele van de N spectra, uit n trillingsgetallen gevormd, men p coïncidenties van verschillen zal vinden. Want als het aantal waargenomen coïncidenties van verschillen grooter is dan het aantal, hetwelk men volgens (22) of (23) *gemiddeld* kan verwachten, zoo zou het feit, dat het optreden van het waargenomen aantal slechts een zeer kleine waarschijnlijkheid voor zich heeft, en dus slechts bij een klein deel van de N gevormde spectra zich voordoet, veel bijdragen tot het vestigen van de overtuiging, dat hier niet louter toeval in het spel is.

Maar het is mij niet gelukt het vraagstuk op eenigszins eenvoudige wijze op te lossen. Wel weet ik, op welke wijze de oplossing mogelijk is; maar deze methode eischt een ontzettend langdurigen arbeid.

Om een denkbeeld hiervan te geven, zal ik het geval, waarin $n = 2$ is, behandelen, onder uitsluiting van de mogelijkheid, dat twee of meer grootheden samenvallen.

Het grootste aantal coïncidenties van verschillen, dat dan kan voorkomen, is 4. Intusschen is het hiertoe niet voldoende, dat bijv. gelijktijdig aan de betrekkingen

$$\left.\begin{aligned} P - a_1 &= a_2 - Q \pm \delta \\ P - a_2 &= a_1 - Q \pm \delta \\ P - a_1 &= a_1 - a_2 \pm \delta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

voldaan wordt; want uit deze vergelijkingen volgt nog niet, dat ook

$$a_2 - Q = a_1 - a_2 \pm \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

is. Het kan zeer goed zijn, niettegenstaande de vergelijkingen (24), dat het verschil tusschen a_2 en Q niet binnen de grenzen $\pm \delta$ samenvalt met dat tusschen a_1 en a_2. De waarschijnlijkheid van het gelijktijdig optreden der betrekkingen (24) en (25) moet dus afzonderlijk berekend worden.

Stel $a_1 > a_2$ en $q_{01} = \frac{A}{3} - k\,\delta$. Dan is $q_{12} + q_{23} = \frac{2\,A}{3} + k\,\delta$. Zij verder

$$u = \frac{q_{12} + q_{23}}{2} = \frac{A}{3} + \frac{k\,\delta}{2}.$$

Wanneer a_2 juist midden tusschen a_1 en Q ligt, zijn de verschillen $q_{12} - q_{01}$ en $q_{23} - q_{01}$ aan elkander gelijk en kleiner dan het grootste dezer verschillen voor het geval dat a_2 niet juist midden tusschen a_1 en Q wordt gevonden.

Nu is

$$u - q_{01} = \frac{3\,k\,\delta}{2}.$$

Daar het verschil tusschen q_{01} en q_{12} of tusschen q_{01} en q_{23} nooit grooter mag zijn dan δ, is de grootste waarde welke k mag hebben $\frac{2}{3}$.

Als q_{01} gelegen is tusschen $\frac{A}{3} - k\,\delta$ en $\frac{A}{3} - (k + d\,k)\,\delta$, kan men in de uiterste gevallen dus hebben:

$$q_{12} = u + \delta - \frac{3\,k\,\delta}{2} \quad \text{en} \quad q_{23} = u - \delta + \frac{3\,k\,\delta}{2}$$

of

$$q_{12} = u - \delta + \frac{3\,k\,\delta}{2} \quad \text{en} \quad q_{23} = u + \delta - \frac{3\,k\,\delta}{2}$$

mits

$$\pm (q_{12} - q_{23}) = 2\,\delta - 3\,k\,\delta \leqq \delta \quad \text{of} \quad k > \frac{1}{3}.$$

Wanneer daarentegen $2\,\delta - 3\,k\,\delta \geqq \delta$ of $k < \frac{1}{3}$, kan men in de uiterste gevallen hebben

$$q_{12} = u + \tfrac{1}{2}\,\delta \quad \text{en} \quad q_{23} = u - \tfrac{1}{2}\,\delta$$

of

$$q_{12} = u - \tfrac{1}{2}\,\delta \quad \text{en} \quad q_{23} = u + \tfrac{1}{2}\,\delta.$$

Iets dergelijks vindt men, wanneer men onderstelt, dat $q_{01} = \frac{A}{3} + k\,\delta$.

Daarom is de waarschijnlijkheid, dat binnen de grenzen $\pm\delta$ de grootheden q_{01}, q_{12} en q_{23} aan elkander gelijk zijn, of met andere woorden, de waarschijnlijkheid, dat gelijktijdig aan de betrekkingen (24) en (25) voldaan wordt

$$2\int_{1/3}^{2/3\delta} \frac{d\,k}{A}\,\frac{2\,\delta - 3\,k\,\delta}{A} + 2\int_{0}^{1/3\delta} \frac{d\,k}{A}\cdot\frac{\delta}{A} = \frac{\delta^2}{A^2}.$$

Wij hebben hier aangenomen, dat $a_1 > a_2$. Het kan ook zijn, dat $a_1 < a_2$ is. Stelt men dus, dat bij de vorming van N spectra met twee trillingsgetallen, zich 4 coïncidenties van verschillen voordoen in

$$\binom{2}{4} \times N$$

spectra, dan vindt men:

$$\binom{2}{4} = 2\,\frac{\delta^2}{A^2}. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Er kunnen ook 3 coïncidenties van verschillen voorkomen, bijv. als wèl aan de vergelijkingen (24) maar niet aan (25) voldaan wordt.

Stel wederom $a_1 > a_2$ en $q_{01} = \frac{1}{3}\,A - k\,\delta$ en verder $q_{23} = \frac{1}{3}\,A - k\,\delta - m\,\delta$, terwijl $m < 1$, dan is $q_{12} = \frac{1}{3}\,A + 2\,k\,\delta + m\,\delta$.

Uit de voorwaarden

$$q_{12} - q_{01} < \delta \quad \text{en} \quad q_{12} - q_{23} > \delta$$

volgt:

$$3\,k\,\delta + m\,\delta < \delta \quad \text{en} \quad 3\,k\,\delta + 2\,m\,\delta > \delta$$

of

$$m < 1 - 3\,k \qquad m > \frac{1-3\,k}{2}.$$

Daar m tusschen de grenzen 0 en 1 gelegen is, moet $k > 0$ en $k < \frac{1}{3}$ zijn.

Wanneer wel $q_{01} = \frac{1}{3}A - k\,\delta$, maar $q_{23} = \frac{1}{3}A - k\,\delta - h\,\delta$, terwijl $h < 1$, dan is $q_{12} = \frac{1}{3}A + 2\,k\,\delta - h\,\delta$. Stelt men $3\,k\,\delta - 2\,h\,\delta > 0$, dan kan niet te gelijk voldaan worden aan de voorwaarden $q_{12} - q_{01} < \delta$ en $q_{12} - q_{23} > \delta$. De onderstelling $3\,k\,\delta - 2\,h\,\delta < 0$ en de voorwaarde $q_{23} - q_{12} > \delta$ eischt $2\,h\,\delta - 3\,k\,\delta > \delta$ of $h > \frac{1+3\,k}{2}$, maar tevens dat $3\,k\,\delta - h\,\delta < 0$; zoodat uit de andere voorwaarde $q_{01} - q_{12} = h\,\delta - 3\,k\,\delta < \delta$ voortvloeit $h < 1 + 3\,k$. De grootste waarde, welke h kan hebben, is 1; daar $h > \frac{1+3\,k}{2}$, kan k niet grooter zijn dan $\frac{1}{3}$.

Aannemende, dat k positief is, krijgt men voor de waarschijnlijkheid, dat wèl $q_{01} = q_{23} \pm \delta$ en $q_{01} = q_{12} \pm \delta$, maar *niet* $q_{12} = q_{23} \pm \delta$:

$$\int_0^{1/3\delta} \frac{\delta\,d\,k}{A} \int_{\frac{1-3k}{2}}^{1-3k\delta} \frac{\delta\,d\,m}{A} + \int_0^{1/3\delta} \frac{\delta\,d\,k}{A} \int_{\frac{1+3k}{2}}^{1} \frac{\delta\,d\,h}{A} = \frac{1}{6}\frac{\delta^2}{A^2}.$$

Even groot is die waarschijnlijkheid, als k negatief is. De waarschijnlijkheid als $a_1 > a_2$, dat wèl $q_{01} = q_{23} \pm \delta$ en $q_{01} = q_{12} \pm \delta$ maar niet $q_{12} = q_{23} \pm \delta$, is dus $\frac{1}{3}\frac{\delta^2}{A^2}$. Evenzoo is $\frac{1}{3}\frac{\delta^2}{A^2}$ de waarschijnlijkheid als $a_1 > a_2$, dat wel $q_{01} = q_{23} \pm \delta$ en $q_{23} = q_{12} \pm \delta$ maar niet $q_{12} = q_{01} \pm \delta$. Eindelijk kunnen wij nog aannemen, dat $a_1 < a_2$. Men krijgt dus:

$$\binom{2}{3} = \frac{4}{3}\frac{\delta^2}{A^2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Eveneens vindt men:

$$\binom{2}{2} = \frac{2\,\delta}{A} + \frac{2}{3}\,\frac{\delta^2}{A^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

en

$$\binom{2}{1} = \frac{6\,\delta}{A} - \frac{40}{3}\,\frac{\delta^2}{A^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Op dergelijke wijze zou men nu de waarschijnlijkheid van ieder mogelijk geval van coïncidenties van verschillen kunnen bepalen voor meer grootheden. Waarschijnlijk zou men op deze wijze wel tot een algemeene uitdrukking voor $\binom{p}{n}$ kunnen geraken.

Maar al kent men deze uitdrukking niet, zoo zal toch de volgende beschouwing ons in staat stellen in eenige gevallen een oordeel te verkrijgen over de grootte der waarschijnlijkheid van het aantal waargenomen coïncidenties van verschillen.

Wanneer men n grootheden heeft tusschen de grenzen P en Q zijn er hoogstens $\frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{6}$ coïncidenties van verschillen mogelijk; dit is bijv. het geval, als de verschillen tusschen de opeenvolgende grootheden alle gelijk zijn aan $\frac{A}{n+1}$. Wat n ook zijn moge, de grootste term van de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 1 coïncidentie en evenzoo de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 2 coïncidenties bevat $\frac{\delta}{A}$. De grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 3 en 4 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^2$; de grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 5 tot en met 10 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^3$; in het algemeen, als $p > 2$, komt $\left(\frac{\delta}{A}\right)^p$ voor in den grootsten term van de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van $\frac{(p-1)\,p\,(p+1)}{6} + 1$ tot en met $\frac{p\,(p+1)\,(p+2)}{6}$ coïncidenties. Want bij een aantal coïncidenties van $\frac{(p-1)\,p\,(p+1)}{6} + 1$ tot $\frac{p\,(p+1)\,(p+2)}{6}$ zijn *minstens* p grootheden betrokken.

Nu kennen wij het gemiddeld aantal coïncidenties van verschillen bij n grootheden. Stellen wij dit voor door G, dan is

$$G = \binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \ldots + \frac{n(n+1)(n+2)}{6}\binom{n}{\frac{n(n+1)(n+2)}{6}} \quad (30)$$

Stelt men zich op de lijn der abscissen punten voor, die tot den oorsprong afstanden hebben 1, 2, 3, enz., en in die punten ordinaten opgericht evenredig met $\binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \binom{n}{3}$ enz.; dan zullen de uiteinden van die ordinaten een gebroken lijn vormen.

Die gebroken lijn zal minder of meer overeenkomen met een continue lijn, zoolang in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van het door het abscispunt aangeduide aantal coïncidenties, de hoogste term blijft bevatten $\left(\frac{\delta}{A}\right)^k$. Maar indien wij langs de abscis gaan en een punt bereiken, waarvoor die hoogste term een factor verkrijgt $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{k+1}$, kan een zeer merkbare discontinuiteit intreden, daar dan de verandering van ordinaat in sterke mate afhankelijk is van $\frac{\delta}{A}$. In de nabijheid van zulk een overgangspunt kunnen wij het quotient van de ordinaten van twee naast elkander liggende abscispunten zoo klein maken als wij willen door $\frac{\delta}{A}$ klein genoeg te kiezen. Daarentegen kan $\frac{\delta}{A}$ ook zoodanig zijn, dat de discontinuiteit zeer gering is.

Nu zullen in de uitdrukking (30) de termen in de nabijheid van den term met factor $\binom{n}{G}$ het meest bijdragen tot de grootte van G. De gebroken lijn zal dus voor de punten van de abscis in de nabijheid van G de grootste ordinaten hebben. Als de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van $\binom{n}{G}$ bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^k$, zal de ordinaat van een punt, waarvoor die grootste term $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{k+1}$ bevat, met den ordinaat van G een des te kleiner quotient opleveren, naarmate $\frac{\delta}{A}$ kleiner is.

Wanneer het nu mocht blijken, als W het aantal waargenomen coïncidenties

is, dat in den grootsten term van $\left(\frac{n}{W}\right)$ een hoogere macht voorkomt van $\frac{\delta}{A}$ dan in den grootsten term van $\left(\frac{n}{G}\right)$, dan mag men dunkt mij, daar $\frac{\delta}{A}$ steeds klein is, hieruit besluiten dat $\left(\frac{n}{W}\right)$ klein is. Natuurlijk is hiertegen altijd het bezwaar aan te voeren dat men, daar de waarde van $\left(\frac{n}{p}\right)$ niet bekend is, niet met zekerheid weet te zeggen of $\frac{\delta}{A}$ klein genoeg is, te meer daar de gebroken lijn aan de andere zijde van G zeker minder sterke discontinuiteiten zal vertoonen.

Bovendien bezit men soms nog een hulpmiddel om te beoordeelen of de waargenomen coïncidenties uitsluitend aan toeval te wijten zijn. Is er eene of andere oorzaak, die met zich brengt, dat er een betrekkelijk groot aantal coïncidenties van verschillen tusschen een groep van grootheden bestaat; kent men ongeveer de mogelijke fout φ, die in de gevonden verschillen ten gevolge van de waarnemingsfouten bij de bepaling dier grootheden kan insluipen; stelt men achtereenvolgens $\delta = \varphi$, $\delta = 0{,}8\,\varphi$, $\delta = 0{,}6\,\varphi$ enz., dan moet het quotient van het aantal waargenomen coïncidenties voor een zekere waarde van δ en van δ des te grooter zijn, naarmate δ kleiner is, mits men δ niet al te klein kiest. Zijn de coïncidenties toe te schrijven aan het toeval, dan kan men verwachten, dat dit quotient nagenoeg dezelfde waarde behoudt.

39. Het komt mij voor, dat men bij toepassing op de spectraallijnen met meer recht zal gebruik maken van de uitdrukking (22) dan van de uitdrukking (23). Indien toch werkelijk twee spectraallijnen samenvallen, zal men ze niet als twee verschillende spectraallijnen waarnemen. Toch zal ik bij de toepassing van beide uitdrukkingen gebruik maken.

Voor δ moet men een waarde kiezen, die samenhangt met de nauwkeurigheid, welke men aan de waarneming van de golflengten der spectraallijnen toekent.

Zij λ de waargenomene golflengte, uitgedrukt in tien-millioenste millimeters; dan is het getal N, dat ik als trillingsgetal heb aangenomen

$$N = \frac{10^7}{\lambda}.$$

Is er in λ een fout mogelijk $\pm\alpha$, dan is er in het trillingsgetal een fout

mogelijk $\pm \frac{10^7}{\lambda} \frac{\alpha}{\lambda}$. Omgekeerd komt een fout $\pm \beta$ in het trillingsgetal overeen met een fout $\frac{10^7}{N^2}\beta$ in de golflengte; voor $N = 1500$, wordt deze fout 4,4 β; voor $N = 2000$ wordt zij 2,5 β; voor $N = 2500$ wordt zij 1,6 β; voor $N = 3000$ wordt zij 1,1 β.

Neemt men eens aan, dat het verschil tusschen de trillingsgetallen der spectraallijnen γ en ε in werkelijkheid volkomen gelijk is aan het verschil tusschen de trillingsgetallen der lijnen ζ en θ; dat intusschen in elk der berekende trillingsgetallen ten gevolge van de onnauwkeurigheid in de bepaling der golflengte een fout kan voorkomen $\pm \beta$; dan kan in het uiterste geval voor het verschil, dat in werkelijkheid nul is, gevonden worden 4 β. Dit uiterste geval zal zich natuurlijk slechts zelden voordoen; het verschil zal meestal vrij wat kleiner zijn dan 4 β. Onderstelt men nu dat in de golflengte van een lijn met trillingsgetal 2000 een fout $\pm$ 1 mogelijk is, dan kan in het trillingsgetal voorkomen een fout 0,4; in het uiterste geval kan voor een verschil tusschen $\gamma - \varepsilon$ en $\zeta - \theta$, als γ, ε, ζ, θ in den omtrek van 2000 gelegen zijn,dat werkelijk nul is, gevonden worden 1,6. Ik heb voor δ waarden gekozen tusschen 1 en 0,2. Soms is deze waarde, vooral bij kleine golflengten, wel wat klein in verhouding tot de mogelijke fout in de golflengten, zoodat het beoordeelings-middel, aan het eind der vorige paragraaf vermeld, faalt. Maar dan werd ik hiertoe genoodzaakt door het bedrag van het kleinste verschil tusschen de trillingsgetallen.

Ik wensch nu achtereenvolgens de uitkomsten mede te deelen van het onderzoek bij waterstof, kalium en natrium.

40. In de eerste plaats heb ik mij bezig gehouden met de 14 waterstof-lijnen, die door de formule van BALMER omvat worden; en wel heb ik hiervoor de vijf lijnen, door ÅNGSTRÖM gevonden, vereenigd met negen lijnen, door HUGGINS in het spectrum der witte sterren ontdekt. De golflengten en trillingsgetallen staan hieronder; hierbij duid ik de verschillende lijnen aan door de getallen 1 tot 14; de 5 eerste lijnen zijn die van ÅNGSTRÖM.

	Golflengten.	Trillings-getallen.		Golflengten.	Trillings-getallen		Golflengten.	Trillings-getallen.
1	**6562.1**	1523.90	6	**3887.5**	2572 35	11	**3730.0**	2680.96
2	**4860.7**	2057.32	7	**3834.0**	2608.24	12	**3717.5**	2689.98
3	**4340.1**	2304.09	8	**3795.0**	2635.05	13	**3707.5**	2697.23
4	**4101.2**	2438.31	9	**3767.5**	2654.28	14	**3699**	2703.43
5	**3968.1**	2520.10	10	**3745.5**	2669.87			

*

De coïncidenties, die zich in dit geval voordoen, zijn de volgende:

5—3 = 216,01	9—6 = 81,93	7— 6 = 35,89
9—4 = 215,97	5—4 = 81,79	12— 9 = 35,70
	12—7 = 81,74	10— 8 = 34,82
7—4 = 169,93		
12—5 = 169,88	8—6 = 62,70	13—10 = 27,36
	13—8 = 62,18	8— 7 = 26,81
4—3 = 134,22	10—7 = 61,63	11— 9 = 26,68
9—5 = 134,18		
6—4 = 134,04	9—7 = 46,04	13—11 = 16,27
	11—8 = 45,91	10— 9 = 15,59
13—7 = 88,99		
7—5 = 88,14		

Stelt men nu in de uitdrukking (22) van § 35 $n = 12$ en

$$A = 2703{,}43 - 1523{,}90 = 1179{,}53,$$

dan krijgt men voor het gemiddeld aantal coïncidenties van verschillen in zulk een spectrum $6{,}613\,\delta$ of bij benadering $6{,}6\,\delta$. Volgens de uitdrukking (23) van § 36 wordt dit aantal $8{,}2\,\delta$.

In het volgende lijstje vindt men nu naast het aantal coïncidenties van verschillen, dat men volgens (22) en (23) gemiddeld verwachten kan, het aantal waargenomen coïncidenties en wel voor verschillende waarden van δ.

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1.00$	6,6	8,2	18	18
$\delta = 0{,}80$	5,3	6,6	16	20
$\delta = 0{,}60$	4,0	4,9	14	23,3
$\delta = 0{,}40$	2,6	3,3	11	27,5
$\delta = 0{,}20$	1,3	1,6	11	55

Men ziet, dat het aantal waargenomen coïncidenties vrij wat grooter is dan

het gemiddelde. Gaat men nu die coïncidenties na, dan blijkt het wel, dat verscheidene van elkander afhankelijk zijn; maar ook bij de berekening van het gemiddeld aantal zijn alle van elkander afhangende coïncidenties ieder voor zich medegeteld.

Volgens de vorige paragraaf bevat de grootste term van de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 5 tot en met 10 coïncidenties bij toepassing van de formule (22) $\left(\frac{\delta}{A}\right)^3$; dit is dus ook het geval voor het gemiddelde 6,6 als $\delta = 1{,}00$. Daarentegen bevat de grootste term van de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 11 tot en met 20 coïncidenties $\left(\frac{\delta}{A}\right)^4$; dit is dus ook het geval voor het waargenomen aantal coïncidenties 18. Vergelijkt men nu voor $\delta = 0{,}20$ het gemiddeld aantal met het waargenomen aantal, dan vindt men dat de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van het gemiddelde aantal $\frac{\delta}{A}$ bevat, en de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van het waargenomen aantal $\left(\frac{\delta}{A}\right)^4$.

Zonder twijfel is daarom de waarschijnlijkheid, dat deze coïncidenties van verschillen aan toeval toegeschreven moeten worden, zeer klein. Bovendien vindt men nog, dat de waarde van $\frac{W}{\delta}$ zeer merkbaar toeneemt als δ kleiner wordt.

Ik heb ook de verschillen gevormd van de *golflengten*. Men vindt dan de volgende coïncidenties van verschillen:

3— 5 = 372,0	7—10 = 88,5	10—12 = 28,0
4—11 = 371,2	8—13 = 87,5	8— 9 = 27,5
3 — 4 = 238,9	9—12 = 50,0	11—13 = 22,5
5—11 = 238,1	8—10 = 49,5	9—10 = 22,0
7—14 = 135,0	7— 8 = 39,0	
5— 7 = 134,1	10—13 = 38,0	
4— 5 = 133,1	9—11 = 37,5	

Stelt men in (22) en (23) $n = 12$ en $A = 2863{,}1$, dan krijgt men het volgende.

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}0$	2,7	3,4	10	10
$\delta = 0{,}8$	2,2	2,7	6	7,5
$\delta = 0{,}6$	1,6	2,0	4	6,7
$\delta = 0{,}4$	1,1	1,4	0	0

Ook hier is het aantal waargenomen coïncidenties voor waarden van δ tusschen 1,0 en 0,6 grooter dan het gemiddelde; maar hier tegenover staat, dat $\frac{W}{\delta}$ in plaats van toe te nemen, zelfs iets afneemt. Vergelijkt men dit lijstje met dat op pag. 76, dan is het verschil in het oog loopend.

Bij het bespreken van de formule van Balmer in § 21 heb ik reeds de metingen van Cornu * vermeld omtrent de ultra-violette waterstof-lijnen. De proeven van Cornu hebben zonder twijfel bewezen, dat de lijnen, door Huggins in het spectrum der witte sterren aangetroffen, waterstof-lijnen zijn. Maar de golflengten, door hem gevonden, wijken merkbaar af van die, welke Huggins aangeeft. In de tabel waterstof A en B vindt men deze golflengten naast elkander. De golflengten van Cornu zijn grooter dan die van Huggins; en het verschil neemt toe naarmate de golflengte kleiner wordt. Dit doet mij vermoeden, dat in deze waarnemingen van Cornu een systematische fout aanwezig is.

Ik heb de vijf lijnen van Ångström vereenigd met acht lijnen van Cornu; in de tabel waterstof C vindt men de trillingsgetallen en ook de coïncideerende verschillen van trillingsgetallen.

In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt nu

$$n = 11 \qquad \text{en} \qquad A = 1171{,}01.$$

Men krijgt het volgende lijstje.

---

* Cornu, Sur le spectre ultra-violet de l'hydrogène, *Journal de Physique* 5 [2], p. 341 (1886).

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	4,8	6,0	9	9
$\delta = 0{,}80$	3,8	4,8	5	6,25
$\delta = 0{,}60$	2,9	3,6	4	6,7
$\delta = 0{,}40$	1,9	2,4	4	10
$\delta = 0{,}20$	1,0	1,2	0	0

Uit dit lijstje blijkt, dat de waarnemingen van Cornu in verband met die van Ångström weinig gunstig zijn voor de meening, dat een bijzondere oorzaak aanwezig is, waardoor het aantal coïncidenties van verschillen bijzonder groot is.

De bewering, dat in het waterstof-spectrum som- en verschillijnen voorkomen, heeft naar mijn meening alleen dan een hooge mate van waarschijnlijkheid, als de waarnemingen van Cornu in nauwkeurigheid achterstaan bij die van Huggins.

Neemt men voor een oogenblik aan, dat de waarnemingen van Cornu minder nauwkeurig zijn dan die van Huggins, dan ziet men hoe slechts nauwkeurige waarnemingen tot een zoodanig aantal coïncidenties van verschillen leiden, dat de waarschijnlijkheid van het bestaan van som- en verschillijnen duidelijk aan den dag treedt.

Wil men eens voor het oogenblik onderstellen, dat de waarnemingen van Cornu nauwkeuriger zijn dan die van Huggins, dan komt men tot de volgende slotsom: de waarnemingen van Cornu geven niet het recht het bestaan van som- en verschillijnen aan te nemen; maar de fouten, die Huggins gemaakt heeft, zijn juist zoodanig, dat zij op de meest bedriegelijke wijze tot de overtuiging leiden, dat er wèl som- en verschillijnen in het waterstof-spectrum voorkomen.

Daarom schijnt het mij toe, dat de waarnemingen van Cornu in nauwkeurigheid achterstaan bij die van Ångström en Huggins. Hiermede beweer ik niet, dat de absolute waarden der golflengten van Ångström en Huggins juist zijn; velen meenen dat alle golflengten, door Ångström gevonden, met een zekeren factor moeten vermenigvuldigd worden; maar dan is dit ook het geval

met de golflengten van HUGGINS. HUGGINS * heeft gebruik gemaakt van een prisma, en zich tot bepaling van de golflengten bediend van de tabellen, waarin CORNU † zijn metingen van de golflengten in de violette en ultra-violette gedeelten van het zonnespectrum heeft neergelegd. Vergelijkt men nu de uitkomsten van CORNU § met die van ÅNGSTRÖM voor dat gedeelte van het spectrum, dat beide in hun onderzoek hadden opgenomen, dan is de overeenstemming nagenoeg volkomen.

Behalve de 14 besproken waterstof-lijnen meent VOGEL ** dat er nog vele meer zijn; hij geeft 13 lijnen en 2 banden (welke banden ik buiten beschouwing heb gelaten), die naar zijn meening bepaaldelijk tot waterstof behooren.

In de tabel waterstof A en B vindt men naast elkander geplaatst de golflengten van ÅNGSTRÖM, VOGEL, HUGGINS en CORNU; naast elke golflengte staat het trillingsgetal.

Ik heb een eerste serie A van 27 trillingsgetallen gevormd; zoodra een lijn door meer dan één waarnemer is bepaald, heb ik van de trillingsgetallen het gemiddelde genomen.

In de tabel waterstof A vindt men de coïncideerende verschillen opgenomen, welke door die 27 trillingsgetallen worden gegeven.

Stelt men in de uitdrukkingen (22) en (23) $n = 25$ en $A = 1179{,}53$, dan blijkt het gemiddeld aantal coïncidenties, dat men verwachten kan, te zijn 117,1 δ of 130,9 δ. Men heeft nu het volgende lijstje:

	Berekend		Waargenomen.	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	117,1	130,9	382	382
$\delta = 0{,}80$	93,7	104,7	316	395
$\delta = 0{,}60$	70,3	78,5	249	415
$\delta = 0{,}40$	46,8	52,4	149	372,5
$\delta = 0{,}20$	23,4	26,2	75	375

* HUGGINS, On the photographic spectra of stars, *Phil. Transact.* 171, p. 669 (1880).

† CORNU, Sur le spectre normal du soleil, *Annales de l'Ecole Normale* 3 [2], p. 421.

§ CORNU, l. c. p. 431.

** VOGEL, *Berl. Monatsber.* 1880, p. 197.

Het aantal waargenomen gevallen overtreft dus verre het gemiddeld aantal.

De grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 117 coïncidenties is $\left(\frac{\delta}{A}\right)^8$; de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van de waargenomen 382 coïncidenties is $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{13}$.

In zooverre wordt dus de meening gesteund, dat som- en verschillijnen aanwezig zijn. Maar hiertegenover staat, dat bij het afnemen van δ wel eerst de waarde van $\frac{W}{\delta}$ toeneemt, doch dat vervolgens deze waarde vermindert, om dan weer iets grooter te worden.

Het was mogelijk, dat de waarnemingen van CORNU hiervan de oorzaak waren. Daarom heb ik een tweede serie B van 27 trillingsgetallen gevormd, de gemiddelde welke men verkrijgt, als de waarnemingen van CORNU buiten rekening worden gelaten; men vindt deze trillingsgetallen op tabel waterstof A en B. De coïncideerende verschillen zijn opgenomen in tabel waterstof B.

De uitkomst is de volgende:

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	117,1	130,9	381	381
$\delta = 0{,}80$	93,7	104,7	309	386,25
$\delta = 0{,}60$	70,3	78,5	235	391,67
$\delta = 0{,}40$	46,8	52,4	143	357,5
$\delta = 0{,}20$	23,4	26,2	79	395

Het verloop der waarden van $\frac{W}{\delta}$ zou men iets gunstiger kunnen noemen. Zondert men het geval $\delta = 0{,}40$ uit, dan neemt $\frac{W}{\delta}$ geleidelijk, hoewel weinig, toe als δ kleiner wordt.

De lijnen, door VOGEL aan waterstof toegeschreven, zijn nog niet door andere waarnemers als waterstof-lijnen onderkend. VOGEL zelf wijst er op, dat zij tot heden niet in het zonnespectrum zijn gevonden.

Hoewel het mij voorkomt nog in het geheel niet vast te staan, dat de VOGEL'sche lijnen werkelijk waterstof-lijnen zijn, is het aantal coïncidenties van verschillen met de overige lijnen, welke algemeen als waterstof-lijnen beschouwd worden, zóó groot, dat ik geneigd ben mij aan de meening van VOGEL aan te sluiten.

Intusschen heb ik nog onderzocht of het groote aantal coïncidenties ook hieruit verklaard kon worden, dat de VOGEL'sche lijnen onderling buitengewoon veel coïncidenties opleveren. Dan zou het mogelijk zijn, dat zij een afzonderlijke groep vormden, misschien tot een andere stof als waterstof behoorende.

Op tabel waterstof D vindt men de golflengten en trillingsgetallen der 13 VOGEL'sche lijnen, benevens de coïncideerende verschillen van trillingsgetallen.

Stelt men in (22) en (23) $n = 11$ en $A = 106{,}91$, dan krijgt men voor het gemiddeld aantal coïncidenties van verschillen, dat men verwachten kan, $52{,}1\,\delta$ en $65{,}6\,\delta$.

Men vindt nu het volgende:

	Berekend		Waargenomen.	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	52,1	65,6	47	47
$\delta = 0{,}80$	41,6	52,5	33	41.25
$\delta = 0{,}60$	31,3	39,4	29	48,3
$\delta = 0{,}40$	20,8	26,2	18	45
$\delta = 0{,}20$	10.4	13,1	10	50

In de eerste plaats blijkt, dat het aantal waargenomen coïncidenties iets blijft beneden het aantal, dat men gemiddeld verwachten kan en dat ook het verloop der waarde van $\frac{W}{\delta}$ geen recht geeft te meenen, dat in deze groep van lijnen, als zij op zich zelve beschouwd wordt, som- en verschillijnen voorkomen.

Maar bovendien is het absolute aantal coïncidenties van verschillen bij de VOGEL'sche lijnen onderling, klein in vergelijking met het aantal coïncidenties, dat zij in vereeniging met de 14 andere waterstof-lijnen opleveren. Het groote aantal coïncidenties in dit geval wijst op een band tusschen de bekende 14 waterstof-lijnen en de VOGEL'sche lijnen. Daarom komt het mij aannemelijk

voor, dat de VOGEL'sche lijnen werkelijk waterstof-lijnen zijn, maar dat de golflengten ervan niet met groote nauwkeurigheid bepaald zijn. Hierin zou dan de reden liggen, waarom $\frac{W}{\delta}$ voor waarden van δ tusschen 1,00 en 0,20 weinig toeneemt als δ kleiner wordt, en zelfs een enkele maal merkbaar afneemt.

Men zou grootere waarden voor δ kunnen kiezen, maar dan wordt δ grooter dan het kleinste verschil van twee trillingsgetallen.

41. Het onderzoek bij kalium heeft ook een uitkomst opgeleverd, die gunstig is voor de meening, dat in het kalium-spectrum som- en verschillijnen voorkomen.

Verschillende waarnemers hebben zich met het kalium-spectrum bezig gehouden, o. a. THALÈN, HUGGINS, KIRCHHOFF, LECOQ DE BOISBAUDRAN, LIVEING en DEWAR, en LOCKYER.

Tusschen de bepalingen van deze waarnemers vindt men kleinere en grootere verschillen, zonder dat het gemakkelijk uit te maken is, aan welke bepalingen men de grootste nauwkeurigheid moet toeschrijven.

Ik heb daarom op de tabel kalium naast elkander geplaatst de golflengten, zooals zij door hen zijn gevonden en de hieruit berekende trillingsgetallen; van deze trillingsgetallen heb ik het gemiddelde genomen en zoo een spectrum van 47 lijnen gevormd. De coïncideerende verschillen der trillingsgetallen vindt men in de overige kalium-tabellen.

Stelt men in de uitdrukkingen (22) en (23) $n = 45$ en $A = 1175{,}21$, dan vindt men, dat men volgens (22) gemiddeld 1202,5 δ en volgens (23) gemiddeld 1281,4 δ coïncidenties kan verwachten.

Men krijgt het volgende lijstje:

	Berekend		Waargenomen.	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	1202,5	1281,4	1540	1540
$\delta = 0{,}80$	962,0	1025,1	1273	1591,25
$\delta = 0{,}60$	721,5	768,8	1002	1670
$\delta = 0{,}40$	481,0	512,6	666	1665
$\delta = 0{,}20$	240,5	256,3	353	1765

Niettegenstaande wij hier gebruik gemaakt hebben van waarnemingen, die zeker niet alle dezelfde mate van nauwkeurigheid bezitten, is het waargenomen aantal coïncidenties weer merkbaar grooter dan het gemiddelde. De grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 1141 tot en met 1330 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{19}$; de grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 1331 tot en met 1540 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{20}$. De grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 1203 coïncidenties bevat dus $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{19}$, de grootste term in de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 1540 coïncidenties juist nog $\left(\frac{\delta}{A}\right)^{20}$.

Ook neemt de waarde van $\frac{W}{\delta}$ toe bij het kleiner worden van δ, hoewel niet veel; wel is er een geringe onregelmatigheid voor $\delta = 0{,}40$, maar deze is wellicht het gevolg van het combineeren van waarnemingen, die niet alle dezelfde nauwkeurigheid bezitten.

Ik meen daarom tot het besluit te mogen komen, dat in het kaliumspectrum hoogst waarschijnlijk som- en verschillijnen bestaan.

42. Ook bij natrium hebben verschillende waarnemers golflengten gevonden, die niet altijd volkomen onderling overeenstemmen.

In de tabel natrium vindt men de golflengten opgegeven, zooals zij bepaald zijn door Thalèn, Huggins, Lecoq de Boisbaudran, Abney, Liveing en Dewar, en Cornu.

Voor de dubbellijnen geeft Lecoq slechts een enkele gemiddelde waarde; evenzoo Thalèn en Huggins voor een lijn, die door Liveing en Dewar als dubbel is onderkend. Deze waarnemingen heb ik buiten rekening gelaten. Uit de overige heb ik eerst de trillingsgetallen en daarna de gemiddelde trillingsgetallen van 25 natrium-lijnen berekend. De coïncideerende verschillen van deze trillingsgetallen zijn in de natrium-tabellen opgenomen; hierbij is ondersteld dat δ hoogstens 0,40 is. De trillingsgetallen van 14 en 13 geven namelijk, wanneer men ze tot 3 decimalen berekent, een verschil 0,403. Had ik voor δ een waarde aangenomen grooter dan 0,40, zoo zou het aantal coïncidenties betrekkelijk zeer groot geworden zijn, omdat dan het verschil van elk trillingsgetal en 14 een coïncidentie opgeleverd zou hebben met het verschil van dat zelfde trillingsgetal en 13. Nu heb ik deze coïncidenties niet mede gerekend.

Stelt men in de uitdrukkingen (22) en (23) $n = 23$ en $A = 1809{,}91$, dan

vindt men dat volgens (22) gemiddeld 54,9 δ en volgens (23) gemiddeld 62,0 δ coïncidenties van verschillen verwacht kunnen worden.

Men krijgt het volgende lijstje:

	Berekend		Waargenomen.	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 0{,}40$	22,0	24,8	68	170
$\delta = 0{,}20$	11,0	12,4	40	200

De grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 21 tot 35 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^5$; de grootste term in de uitdrukkingen voor de waarschijnlijkheid van 57 tot 84 coïncidenties bevat $\left(\frac{\delta}{A}\right)^7$. In den grootsten term van de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 22 coïncidenties komt dus $\left(\frac{\delta}{A}\right)^5$ voor, en in den grootsten term van de uitdrukking voor de waarschijnlijkheid van 68 coïncidenties $\left(\frac{\delta}{A}\right)^7$.

De waarde van $\frac{W}{\delta}$ neemt bij het kleiner worden van δ ook hier eenigszins toe.

Ik houd het daarom voor zeer aannemelijk, dat in het natrium-spectrum somen verschillijnen voorkomen.

43. Tot heden heb ik het onderzoek nog niet tot het spectrum van andere elementen uitgestrekt.

Al was nu volkomen overtuigend aangetoond, dat in een zeker spectrum som- en verschillijnen aanwezig zijn, dan had men hiermede natuurlijk slechts een eersten stap gedaan. Dadelijk werpt zich de vraag op, welke lijnen behooren tot de secondaire, en welke zijn de primaire, waarvan zij zijn afgeleid?

Om op deze vraag met eenig vertrouwen te kunnen antwoorden, moet men omtrent zulk een spectrum een uitvoerig onderzoek instellen, waarbij rekening gehouden wordt met alle bijzonderheden, door verschillende waarnemers gevonden; waarschijnlijk zullen ook nieuwe waarnemingen, met een bepaald doel ondernomen, omtrent zulk een spectrum noodig zijn. Vooral zal men aan de

relatieve intensiteit der verschillende spectraallijnen de noodige aandacht moeten wijden.

Ik stel mij voor dit onderzoek in te stellen in de eerste plaats bij waterstof, kalium en natrium. Ik zal daarom hier niet in bijzonderheden treden omtrent de opmerkingen, welke zich aan mij voordeden bij het nagaan van de waargenomen coïncidenties. Enkele liggen voor de hand, zooals deze, dat wellicht de 4de Ångström'sche waterstof-lijn (golflengte 4101,2) primair is, terwijl de 3de Ångström'sche lijn (golflengte 4340,1) een verschillijn, en de eerste Huggins'sche ultra-violette lijn (golflengte 3887,5) een som-lijn is, beide met de 4de Ångström'sche in verband staande; evenzoo, dat onder de dubbellijnen van natrium er vier stellen voorkomen, waarvan de trillingsgetallen hetzelfde verschil opleveren, namelijk de lijnen van Abney met golflengten 8199 en 8187, waarvan de trillingsgetallen 1,79 verschillen; de bekende D-lijnen, waarvan de trillingsgetallen 1,73 verschillen; de lijnen met golflengten 5687 en 5681, waarvan de trillingsgetallen 1,83 verschillen; en eindelijk de lijnen van Liveing en Dewar met golflengten 4423 en 4419,5, waarvan de trillingsgetallen 1,79 verschillen.

Maar ik wil het bij deze voorbeelden laten, en andere opmerkingen tot later bewaren.

44. Wijst de algemeene theorie van trillende stelsels op de mogelijkheid van het bestaan van som- en verschillijnen, het onderzoek bij waterstof, kalium en natrium heeft, dunkt mij, het bestaan er van hoogst waarschijnlijk gemaakt. Zelfs ben ik geneigd te onderstellen, dat de lijnen in het waterdamp-spectrum, die door Liveing zijn gevonden overeenkomstig de voorspelling van Grünwald, behooren tot het moleculair-spectrum van waterstof en de octaaf-lijnen zijn van de waterstof-lijnen, door Hasselberg bepaald.

Delft, Februari 1888.

NASCHRIFT.

Door de hulp van mijn broeder Dr. F. H. JULIUS, die mij in het volvoeren van de getallen-berekeningen zoo krachtig heeft bijgestaan, ben ik in staat nog de uitkomsten mede te deelen van het onderzoek omtrent de spectra van koper, rubidium, zilver, magnesium en zuurstof.

In de tabellen vindt men de golflengten, de trillingsgetallen en de coïncideerende verschillen van trillingsgetallen voor elk der gevallen.

Ik laat hier de uitkomsten volgen.

KOPER.

Uit de waarnemingen van THALÈN, KIRCHHOFF en LECOQ DE BOISBAUDRAN zijn de gemiddelde trillingsgetallen van 15 lijnen afgeleid. In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 13 \text{ en } A = 771{,}71.$$

Men krijgt nu:

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	13,8	16,9	18	18
$\delta = 0{,}80$	11,0	13,5	16	20
$\delta = 0{,}60$	8,3	10,1	12	20
$\delta = 0{,}40$	5,5	6,8	11	27.5
$\delta = 0{,}20$	2,8	3,4	8	40

RUBIDIUM.

Uit de waarnemingen van LECOQ DE BOISBAUDRAN, THALÈN en KIRCHHOFF zijn de gemiddelde trillingsgetallen van 21 lijnen afgeleid.

In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 19 \text{ en } A = 1122{,}12.$$

Men krijgt:

	BEREKEND		WAARGENOMEN	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	41,8	48,3	85	85
$\delta = 0{,}80$	33,4	38,6	70	87,5
$\delta = 0{,}60$	25,1	29,0	50	83,3
$\delta = 0{,}40$	16,7	19,3	38	95
$\delta = 0{,}20$	8,4	9,7	18	90

ZILVER.

Uit de waarnemingen van HUGGINS, THALÈN, KIRCHHOFF, MOSE, LECOQ DE BOISBAUDRAN, LOCKYER en LIVEING en DEWAR zijn de gemiddelde trillingsgetallen van 29 lijnen afgeleid.

In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 27 \text{ en } A = 919{,}19.$$

Men krijgt:

	BEREKEND		WAARGENOMEN	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	203,6	225,8	361	361
$\delta = 0{,}80$	162,9	180,6	280	350
$\delta = 0{,}60$	122,2	135,5	196	326,7
$\delta = 0{,}40$	81,4	90,3	136	340
$\delta = 0{,}20$	40,7	45,2	71	355

Magnesium.

Uit de waarnemingen van Liveing en Dewar, Thalèn, Kirchhoff, Lecoq de Boisbaudran en Cornu zijn de gemiddelde trillingsgetallen afgeleid van 37 lijnen.

In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 35 \qquad \text{en} \qquad A = 1849{,}70.$$

Men krijgt:

	Berekend		Waargenomen	$\frac{W}{\delta}$
	volgens (22)	volgens (23)	W	
$\delta = 1{,}00$	282,1	306,0	369	369
$\delta = 0{,}80$	225,7	244,8	304	380
$\delta = 0{,}60$	169,3	183,6	219	365
$\delta = 0{,}40$	112,8	122,4	151	377,75
$\delta = 0{,}20$	56,4	61,2	75	375

Zuurstof.

Bij de tot nu toe behandelde elementen was het niet moeilijk de lijnen, door verschillende waarnemers onderkend, met elkander in verband te brengen. Aan de identiteit van de lijnen, door verschillende personen waargenomen, viel in sommige gevallen niet te twijfelen, en daarentegen was in andere gevallen de identiteit van zelf buiten gesloten.

Maar met de talrijke zuurstof-lijnen is dit niet altijd het geval. Daarom heb ik de bepalingen van drie waarnemers afzonderlijk behandeld, en wel 59 lijnen van Plücker, vervolgens 50 lijnen van Schuster en nog 30 lijnen van Huggins. De golflengten en trillingsgetallen vindt men met de coïncideerende verschillen van trillingsgetallen in de tabellen.

1°. De 59 lijnen van Plücker. In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 57 \qquad \text{en} \qquad A = 905{,}40.$$

Men krijgt nu:

	Berekend		Waargenomen	
	volgens (22)	volgens (23)	W	$\frac{W}{\delta}$
$\delta = 0{,}40$	1595,6	1678,8	2279	5697,5
$\delta = 0{,}20$	797,8	839,4	1159	5795

2°. De 50 lijnen van Schuster. In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 48 \qquad \text{en} \qquad A = 395{,}19.$$

Men krijgt:

	Berekend		Waargenomen	
	volgens (22)	volgens (23)	W	$\frac{W}{\delta}$
$\delta = 0{,}40$	1669,2	1772,4	2015	5037,5
$\delta = 0{,}20$	834,6	886,2	1021	5105

3°. De 30 lijnen van Huggins. In de uitdrukkingen (22) en (23) wordt

$$n = 28 \qquad \text{en} \qquad A = 834{,}71.$$

Men krijgt:

	Berekend		Waargenomen	
	volgens (22)	volgens (23)	W	$\frac{W}{\delta}$
$\delta = 1{,}00$	258,8	286,0	442	442
$\delta = 0{,}80$	207,0	228,8	345	431,25
$\delta = 0{,}60$	155,3	171,6	246	410
$\delta = 0{,}40$	103,5	114,4	184	460
$\delta = 0{,}20$	51,8	57,2	98	490

In al deze gevallen is het aantal waargenomen coïncidenties grooter dan het aantal, dat men gemiddeld verwachten kan. Daarentegen neemt de waarde van $\frac{W}{\delta}$ in den regel slechts onbeduidend weinig of in het geheel niet toe. Wenschelijk zou het dus geweest zijn voor δ grootere waarden te kiezen; klaarblijkelijk is de waarde van δ wat klein met het oog op de nauwkeurigheid der waarnemingen. Maar dan zou δ een waarde hebben grooter dan het verschil tusschen de trillingsgetallen van twee lijnen, en hierdoor zou het aantal coïncidenties betrekkelijk zeer groot worden, zonder dat men het recht zou hebben er de overtuiging uit te putten, dat som- en verschillijnen aanwezig zijn.

Het komt mij voor, dat men nu met grond kan beweren, dat som- en verschillijnen optreden in de spectra van acht elementen, namelijk: waterstof, kalium, natrium, koper, rubidium, zilver, magnesium en zuurstof.

Delft, Maart 1888.

Waterstof A en B.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	ÅNGSTRÖM.		VOGEL.		HUGGINS.		CORNU.		A.	B.
	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Gemidd. trillingsgetallen.	Gem. tr. met wegl. Cornu.
1	**6562.1**	1523.90							1523.90	1523.90
2	**4860.7**	2057.32							2057.32	2057.32
3	**4340.1**	2304.09					**4339.5**	2304.41	2304.25	2304.09
4	**4101.2**	2438.31			**4101.0**	2438.43	**4101.0**	2438.43	2438.39	2438.37
5	**3968.1**	2520.10	**3969**	2519.53	**3968.9**	2519.59	**3968.9**	2519.59	2519.70	2519.74
6			**3962**	2523.98					2523.98	2523.98
7			**3960**	2525.25					2525.25	2525.25
8			**3950**	2531.65					2531.65	2531.65
9			**3944**	2535.50					2535.50	2535.50
10			**3928**	2545.82					2545.82	2545.82
11			**3924**	2548.42					2548.42	2548.42
12			**3904**	2561.47					2561.47	2561.47
13			**3889**	2571.36					2571.36	2571.36
14			**3887**	2572.68	**3887.5**	2572.35	**3887.8**	2572.15	2572.39	2572.51
15			**3881**	2576.66					2576.66	2576.66
16			**3877**	2579.31					2579.31	2579.31
17			**3867**	2585.98					2585.98	2585.98
18			**3849**	2598.08					2598.08	2598.08
19			**3834**	2608.24	**3834.0**	2608.24	**3834.5**	2607.90	2608.13	2608.24
20			**3801**	2630.89					2630.89	2630.89
21			**3795**	2635.05	**3795.0**	2635.05	**3796.9**	2633.73	2634.61	2635.05
22			**3769**	2653.22	**3767.5**	2654.28	**3769.4**	2652.94	2653.48	2653.75
23					**3745.5**	2669.87	**3749.8**	2666.81	2668.34	2669.87
24					**3730.0**	2680.96	**3733.6**	2678.38	2679.67	2680.96
25					**3717.5**	2689.98	**3720.6**	2687.74	2688.86	2689.98
26					**3707.5**	2697.23	**3710.7**	2694.91	2696.07	2697.23
27					**3699**	2703.43			2703.43	2703.43

De golflengten onder ÅNGSTRÖM zijn overgenomen uit de opgave van BALMER, *Wied. Ann.* 25, p. 83.

De golflengten onder VOGEL vindt men in *Berl. Monatsber.* 1880, p. 197.

De golflengten onder HUGGINS zijn overgenomen uit KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 278, (Berlin, SPRINGER, 1883).

De golflengten onder CORNU vindt men in *Journal de Physique*, 5 [2] p. 353, (1886).

Waterstof A.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

26—4	257.68	27—16	124.12	7—4	86.86	20—16	51.58	11—6	24.44
12—3	257.22	26—14	123.68	21—11	86.19	15—7	51.41	14—11	23.97
		12—4	123.08	6—4	85 59	17—9	50.48	27—24	23.76
10—3	241.57	23—10	122.52	20—10	85.07	27—22	49.95	11—7	23.17
24—4	241.28	22—8	121.83	19—6	84.15	18—11	49.66	13—11	22.94
						24—20	48.78	20—19	22.76
5—3	215.45	23—11	119.92	19—7	82.88	21—17	48.63	22—20	22.59
22—4	215 09	26—15	119.41	20—11	82.47	14—6	48.41	19—17	22 15
				23—17	82.36	16—8	47.66	10—6	21.84
26—6	172.09	24—12	118.20	22—13	82.12	13—6	47.38	18—15	21.42
27—8	171.78	22—9	117.98	24—18	81.59	14—7	47.14	10—7	20.57
26—7	170.82	25—13	117.50	5—4	81.31	19—12	46.66	25—23	20.52
		27—17	117.45	22—14	81.09	13—7	46.11		
19—4	169.74	26—16	116.76	25—19	80.73	22—19	45.35	22—21	18.87
25—5	169.16	25—14	116.47			24—21	45.06	18—16	18.77
				22—15	76.82	15—8	45.01	16—12	17.84
25—6	164.88	20—5	111.19	19—8	76.48	20—17	44.91		
26—8	164.42	21—6	110.63					11—8	16.77
25—7	163.61	26—17	110.09	22—16	74.17	26—22	42.59	26—24	16.40
		11—4	110.03	18—6	74.10	12—5	41.77	9—5	15.80
26—9	160.57	25—16	109.55	21—12	73.14	15—9	41.16	12—10	15.65
24—5	159.97	21—7	109.36	18—7	72.83	14—8	40.74	15—12	15 19
18—4	159.69			19—9	72.63	17—10	40.16	23—22	14.86
		24—13	108.31	27—20	72.54	13—8	39.71	17—13	14.62
27—10	157.61	22—10	107.66					27—25	14.57
25—8	157.21	10—4	107.43	23—18	70.26	17—11	37.56	10—8	14.17
		24—14	107.28	20—12	69.42	12—6	37.49	17—14	13.59
24—6	155.69	20—6	106.91	27—21	68.82	23—20	37.45	12—11	13.05
27—11	155.01	23—12	106.87			14—9	36.89	11—9	12.92
24—7	154.42			18—8	66.43	19—13	36.77	18—17	12.10
		20—7	105.64	17—5	66 28	18—12	36.61	8—5	11.95
23—5	148.64	27—18	105.35			21—18	36.53	9—6	11.52
24—8	148.02	22—11	105.06	21—13	63.25	12—7	36.22	24—23	11.33
26—11	147.65			18—9	62.53	13—9	35 86	14—12	10.92
17—4	147.59	24—15	103.01	19—10	62.31	19—14	35.74	10—9	10.32
		21—8	102.96	21—14	62.22	25—22	35.38	9—7	10.25
23—6	144.36	25—17	102.88	17—6	62.00	27—23	35.09	19—18	10.05
24—9	144.17			26—21	61.46			13—12	9.89
		20—8	99.24	17—7	69.73	23—21	33.73	17—15	9.32
23—7	143.09	21—9	99.11	23—19	60.21	16—10	33.49	25—24	9.19
25—10	143.04			19—11	59.71	20—18	32.81		
		26—18	97.99	16—5	59.61			16—13	7.95
16—14	140.92	9—4	97.11	20—13	59.53	19—15	31.47	8—6	7.67
25—11	140.44	23—13	96.98			16—11	30.89	27—26	7.36
				20—14	58.50	15—10	30.84	26—25	7.21
26—12	134.60	23—14	95.95	25—20	57.97			16—14	6.92
4—3	134.14	20—9	95.39	21—15	57.95	19—16	28.82	17—16	6.67
14—4	134.00	27—19	95.30	15—5	56.96	11—5	28.72	8—7	6.40
24—10	133.85					15—11	28.24	7—5	5.55
22—5	133.78	24—17	93.69	22—18	55.40	26—23	27.73	15—13	5.30
13—4	132.97	8—4	93.26	16—6	55.33				
23—9	132.84			21—16	55.30	18—13	26.72	6—5	4.28
27—13	132.07	22—12	92.01	17—8	54.33	14—10	26.57	15—14	4.27
24—11	131.25	23—15	91 68	25—21	54.25	21—19	26.48	9—8	3.85
27—14	131.04	25—18	90.78	20—15	54.23	24—22	26.19	21—20	3.72
				16—7	54.06	10—5	26.12	16—15	2.65
22—7	128.23	23—16	89.03			12—9	25.97	11—10	2.60
25—12	127.39	21—10	88.79	14—5	52.69	18—14	25.69		
27—15	126.77	19—5	88.43	15—6	52.68	13—10	25.54	7—6	1.27
		26—19	87.94	18—10	52.26			14—13	1.03
26—13	124.71			13—5	51.66	17—12	24.51		

Waterstof B.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

24—4	242.59	27—15	126.77	7—4	86.88	17—9	50.48	14—11	24.09
10—3	241.73	26—13	125.87	21—11	86.63	24—20	50.07	11—7	23.17
						27—22	49.68	13—11	22.94
23—4	231.50	26—14	124.72	6—4	85.61	18—11	49.66	22—20	22.86
9—3	231.41	27—16	124.12	20—10	85.07	21—17	49.07	20—19	22.65
		23—10	124.05	19—6	84.26	14—6	48.53	27—24	22.47
5—3	215.65	12—4	123.10	23—17	83.89	16—8	47.66	19—17	22.26
22—4	215.38	22—8	122.10	19—7	82.99	13—6	47.38	10—6	21.84
		23—11	121.45	24—18	82.88	14—7	47.26	18—15	21.42
27—7	178.18	26—15	120.57	20—11	82.47	19—12	46.77	10—7	20.57
26—5	177.49			22—13	82.39	13—7	46.11	25—23	20.11
		24—12	119.49	25—19	81.74	24—21	45.91		
26—7	171.98	25—13	118.62	5—4	81.37	22—19	45.51	18—16	18.77
27—8	171.78	22—9	118.25	22—14	81.24	15—8	45.01	22—21	18.70
		26—16	117.92			20—17	44.91	16—12	17.84
25—5	170.24	25—14	117.47	22—15	77.09				
19—4	169.87	27—17	117.45	19—8	76.59	16—9	43.81	11—8	16.77
						26—22	43.48	26—24	16.27
25—6	166.00	26—17	111.25	22—16	74.44			23—22	16.12
26—8	165.58	20—5	111.15	18—6	74.10	12—5	41.73	9—5	15.76
25—7	164.73	21—6	111.07	21—12	73.58	15—9	41.16	12—10	15.65
		25—16	110.67	18—7	72.83	14—8	40.86	15—12	15.19
26—9	161.73	11—4	110.05	19—9	72.74	17—10	40.16	17—13	14.62
24—5	161.22	21—7	109.80	24—19	72.72	13—8	39.71	10—8	14.17
		24—13	109.61	27—20	72.54	23—20	38.98	17—14	13.47
25—8	158.33			23—18	71.79			27—25	13.45
27—10	157.61	24—14	108.45			17—11	37.56	12—11	13.05
24—6	156.98	23—12	108.40	27—21	68.38	12—6	37.49	11—9	12.92
		22—10	107.93	22—17	67.77	14—9	37.01	18—17	12.10
24—7	155.71	10—4	107.45			21—18	36.97	8—5	11.91
27—11	155.01	20—6	106.91	18—8	66.43	19—13	36.88	9—6	11.52
25—9	154.48			26—20	66.34	18—12	36.61	24—23	11.09
		20—7	105.64	17—5	66.24	25—22	36.23	14—12	11.04
23—5	150.13	27—18	105.35			12—7	36.22	10—9	10.32
24—8	149.31	22—11	105.33	18—9	62.58	13—9	35.86	9—7	10.25
26—11	148.81			21—14	62.54	19—14	35.73	19—18	10.16
		24—15	104.30	19—10	62.42	23—21	34.82	13—12	9.89
23—6	145.89	25—17	104.00	26—21	62.18			17—15	9.32
24—9	145.46	21—8	103.40	17—6	62.00	27—23	33.56	25—24	9.02
23—7	144.62			23—19	61.63	16—10	33.49		
25—10	144.16	21—9	99.55	17—7	60.73	20—18	32.81	16—13	7.95
		20—8	99.24	19—11	59.82			8—6	7.67
27—12	141.96	26—18	99.15	16—5	59.57	19—15	31.58	26—25	7.25
25—11	141.56	23—13	98.51	20—13	59.53	16—11	30.89	16—14	6.80
16—4	140.94			25—20	59.09	15—10	30.84	17—16	6.67
		23—14	97.36	21—15	58.39			8—7	6.40
15—4	138.29	9—4	97.13	20—14	58.38	12—8	29.82	27—26	6.20
23—8	138.22					19—16	28.93	7—5	5.51
		20—9	95.39	21—16	55.74	11—5	28.68	15—13	5.30
26—12	135.76	27—19	95.19	22—18	55.67	15—11	28.24		
24—10	135.14	24—17	94.98	16—6	55.33	26—23	27.36	6—5	4.24
23—9	134.37			25—21	54.93	24—22	27.21	21—20	4.16
4—3	134.28	8—4	93.28	17—8	54.33	21—19	26.81	15—14	4.15
14—4	134.14	23—15	93.21	20—15	54.23	18—13	26.72	9—8	3.85
22—5	134.01	22—12	92.28	16—7	54.06	14—10	26.69		
		25—18	91.90			10—5	26.08	16—15	2.65
13—4	132.99			14—5	52.77	12—9	25.97	11—10	2.60
24—11	132.54	21—10	89.23	15—6	52.68	18—14	25.57		
27—13	132.07	26—19	88.99	18—10	52.26	13—10	25.54	7—6	1.27
		19—5	88.50	13—5	51.62			14—13	1.15
25—12	128.51			20—16	51.58	17—12	24.51		
22—7	128.50			15—7	51.41	11—6	24.44		

Waterstof C.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

De golflengten van de eerste vijf lijnen zijn ontleend aan Ångström, die van de acht overige aan Cornu.

	Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.
1	**6562.1**	1523.90	5	**3968.1**	2520.10	9	**3769.4**	2652.94	13	**3710.7**	2694.91
2	**4860.7**	2057.32	6	**3887.8**	2572.15	10	**3749.8**	2666.81			
3	**4340.1**	2304.09	7	**3834.5**	2607.90	11	**3733.6**	2678.38			
4	**4101.2**	2438.31	8	**3796.9**	2633.73	12	**3720.6**	2687.74			

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

4—3	134.22	5—4	81.79	9—7	45.04	8—7	25.83
6—4	133.84	9—6	80.79	11—8	44.65	11—9	25.44
9—5	132.84	12—7	79.84				
				7—6	35.75		
7—5	87.80	8—6	61.58	12—9	34.80		
13—7	87.01	13—8	61.18				

Waterstof D.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

De golflengten zijn die van de VOGEL'sche lijnen, welke niet door andere waarnemers zijn gezien.

	Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.
1	**3962**	2523.98	5	**3928**	2545.82	9	**3881**	2576.66	13	**3801**	2630.89
2	**3960**	2525.25	6	**3924**	2548.42	10	**3877**	2579.31			
3	**3950**	2531.65	7	**3904**	2561.47	11	**3867**	2585.98			
4	**3944**	2535.50	8	**3889**	2571.36	12	**3849**	2598.08			

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

12—4	62.58	9—4	41.16	11—7	24.51	7—6	13.05
11—1	62.00	11—5	40.16	6—1	24.44	6—4	12.92
		8—3	39.71			12—11	12.10
10—1	55.33			6—2	23.17	4—1	11.52
11—3	54.33	11—6	37.56	8—6	22.94		
13—9	54.23	7—1	37.49			5—4	10.32
10—2	54.06	12—7	36.61	5—1	21.84	4—2	10.25
		7—2	36.22	12—9	21.42	8—7	9.89
9—1	52.68	8—4	35.86	5—2	20.57	11—9	9.32
12—5	52.26						
13—10	51.58	10—5	33.49	12—10	18.77	10—8	7.95
9—2	51.41	13—12	32.81	10—7	17.84	3—1	7.67
11—4	50.48					11—10	6.67
12—6	49.66	10—6	30.89	7—5	15.65	3—2	6.40
		9—5	30.84	9—7	15.19		
10—3	47.66			11—8	14.62	10—9	2.65
8—1	47.38	12—8	26.72	5—3	14.17	6—5	2.60
		7—4	25.97				
9—3	45.01	8—5	25.54				
13—11	44.91						

Kalium.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	THALÉN.		HUGGINS.		KIRCHHOFF.		LECOQ.		LIVEING EN DEWAR.		LOCKYER.		
	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Gemidd. trillingsgetallen.
1					**7700**	1298.70	**7698**	1299.03	**7700**	1298.70			1298.81
2					**7670**	1303.78	**7662**	1305 14					1304.46
3			**6953**	1438.23	**6940**	1440.92	**6946**	1439.68					1439.61
4			**6932**	1442.58	**6920**	1445.09	**6913**	1446.55					1444.74
5			**6305**	1586.04									1586.04
6			**6246**	1601.02									1601 02
7			**6120**	1633.99			**6116**	1635 05					1634.52
8	**5829.0**	1715.56	**5831**	1714.97			**5831**	1714.97	**5831**	1714.97			1715.12
9			**5811**	1720.87			**5812**	1720.58	**5812**	1720.58			1720.68
10	**5802.0**	1723.54	**5800**	1724.14			**5802**	1723.54	**5801**	1723.84			1723.77
11	**5782.5**	1729.36					**5783**	1729.21					1729.28
12							**5638**	1773.68					1773.68
13			**5516**	1812.91									1812.91
14	**5353.5**	1867.94					**5355**	1867.41	**5355**	1867.41			1867.59
15							**5342**	1871.96	**5338**	1873.36			1872.66
16	**5338.5**	1873.19					**5336**	1874.06	**5335**	1874.41			1873.89
17	**5322.5**	1878.82					**5319**	1880.05	**5319**	1880.05			1879.64
18							**5112**	1956.18	**5112**	1956.18			1956.18
19									**5098**	1961.55			1961.55
20							**5095**	1962.71	**5095**	1962.71			1962.71
21							**5081**	1968.12	**5081**	1968.12			1968.12
22							**5050**	1980.20					1980.20
23							**5025**	1990.05					1990.05
24							**5002**	1999.20					1999.20
25							**4963**	2014.91	**4964**	2014.50			2014.71
26									**4956**	2017.76			2017.76
27									**4950**	2020.20			2020.20
28							**4936**	2025.93	**4942**	2023 47			2024.70
29									**4870**	2053.34			2053.34
30									**4863**	2056.34			2056.34
31									**4856**	2059.31			2059.31
32									**4850**	2.61.86			2061.86
33	**4827.0**	2071.68	**4827**	2071.68			**4828**	2071 25					2071.54
34									**4808**	2079.87			2079.87
35									**4803**	2082.03			2082.03
36									**4796**	2085.07			2085.07
37									**4788**	2088.56			2088.56
38									**4759**	2101.28			2101.28
39							**4607**	2170.61					2170.61
40							**4505**	2219.76					2219.76
41			**4386**	2279.98			**4387**	2279.46					2279.72
42	**4309.5**	2320.45	**4309**	2320.72			**4307**	2321.80					2320.99
43			**4263**	2345.77			**4262**	2346.32					2346.04
44			**4184**	2390.06			**4185**	2389.49					2389.77
45											**4046**	2471.58	2471.58
46			**4044**	2472.80			**4044**	2472.80					2472.80
47											**4042.8**	2474.02	2474.02

De golflengten, onder THALÉN opgegeven, worden gevonden in zijn verhandeling *« Mémoire sur la déterminations des longueurs d'onde des raies métalliques*, *Annales de Chimie et de Physique* 18[4] p. 202 (1869). De overige zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 287, (Berlin, SPRINGER, 1883).

Kalium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN I.

39—1	871.80	19—1	662.74	15—1	573.85	34—5	493.82	17—4	434.90
46—6	871.77			26—4	573.01			16—3	434.28
		38—3	661.67	43—12	572.37	45—22	491.38	27—5	434.16
41—3	840.11	47—13	661.11			40—11	490.47	44—18	433.59
47—7	839.50	44—11	660.49	25—4	569.97			15—3	433.05
		46—13	659.89	16—2	569.43	36—6	484.05		
37—1	789.74			14—1	568.78	47—23	483.97	16—4	429.15
44—6	788.75	45—13	658.67	39—6	568.58			25—5	428.66
		20—2	658.25	15—2	568.20	45—23	481.53	44—19	428.22
37—2	784.09	18—1	657.37			35—6	481.01	14—3	427.98
35—1	783.22	19—2	657.09	24—3	559.59			15—4	427.92
		38—4	656.54	41—9	559.04	34—6	478.84	32—7	427.33
34—1	781.05					43—14	478.46	44—20	427.06
36—2	780.61	36—3	645.46	23—3	550.44				
40—3	780.15	41—7	645.20	41—11	550.44	32—5	475.81	10—1	424.95
						12—1	474.87	11—2	424.82
34—2	775.40	36—4	640.33	39—7	536.09	47—24	474.82	31—7	424.79
40—4	775.01	24—3	640.26	22—4	535.46				
						46—24	473.60	28—6	423.68
31—1	760.50	43—10	622.28	21—4	523.37	43—15	473.38	14—4	422.85
43—5	760.00	32—3	622.25	20—3	524.10	31—5	473.26	9—1	421.86
				44—14	522.18	45—24	472.38	30—7	421.82
46—8	757.68	31—3	619.70	19—3	521.94	43—16	472.16	44—21	421.66
30—1	757.53	40—6	618.73					47—29	420.68
32—2	757.39			20—4	517.97	33—6	470.51		
45—8	756.46	32—4	617.11	47—18	517.84	30—5	470.30	46—29	419.46
		43—11	616.76	44—15	517.11			10—2	419.30
44—7	755.25	30—3	616.73	19—4	516.81	29—5	467.39	27—6	419.18
31—2	754.85	44—12	616.09	46—18	516.62	41—13	466.81	29—7	418.82
29—1	754.53			18—3	516.57	38—7	466.76	45—29	418.24
		31—4	614.57	44—16	515.88	43—17	466.40	47—30	417.68
46—9	752.12	29—3	613.73	45—18	515.39			26—6	416.73
30—2	751.88			38—5	515.24	31—6	458.28	46—30	416.46
45—9	750.90	47—14	606.43			46—25	458.09	8—1	416.31
47—10	750.26	42—8	605.87	18—4	511.44			9—2	416.21
		46—14	605.21	47—20	511.31	45—25	456.87	45—30	415.23
46—10	749.03			46—19	511.25	47—26	456.27	47—31	414.71
29—2	748.88	42—9	600.31			39—8	455.49		
		46—15	600.14	44—17	510.13	30—6	455.32	25—6	413.68
43—6	745.02	47—16	600.13	46—20	510.09	46—26	455.04	46—31	413.49
47—11	744.74			45—19	510.02	37—7	454.04	24—5	413.16
		45—15	598.92			45—26	453.82	45—31	412.27
28—1	725.89	46—16	598.91	45—20	508.87	47—27	453.82	47—32	412.17
39—4	725.87			13—2	508.45	42—14	453.40	41—14	412.13
		45—16	597.69	42—13	508.08	46—27	452.60		
28—2	720.24	42—10	597.22			29—6	452.32	46—32	410.94
42—6	719.96			41—12	506.04	45—27	451.37	8—2	410.66
		45—17	591.94	47—21	505.91	36—7	450.55	45—32	409.72
25—1	715.89	42—11	591.71			39—9	449.93	44—22	409.57
27—2	715.74			46—21	504.68	47—28	449.32		
		40—7	585.23	40—8	504.64	42—15	448.33	41—15	407.06
24—1	700.39	28—3	585.09			46—28	448.10	40—13	406.85
47—12	700.34	39—5	584.57	45—21	503.46	35—7	447.51		
				37—5	502.51	42—16	447.10	41—17	400.08
42—7	686.47	17—1	580.83			45—28	446.87	45—33	400.04
23—2	685.59	27—3	580.59	40—9	499.08	39—10	446.84	44—23	399.72
		28—4	579.96	36—5	499.03	40—12	446.08		
21—1	669.30					34—7	445.34	47—34	394.16
44—9	669.09	27—4	575.46	40—10	495.99			22—5	394.15
		17—2	575.18	35—5	495.99	42—17	441.35		
20—1	663.90	25—3	575.10			39—11	441.33	46—34	392.93
21—2	663.65	16—1	575.08	47—22	493.82			47—35	391.99

Kalium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN II.

45—34	391.71	37—11	359.28	29—11	324.06	38—13	288.37	22—10	256.43
46—35	390.77	34—9	359.19	41—18	323.54	32—12	288.18		
44—24	390.57	42—20	358.28			16—5	287.84	41—28	255.02
28—7	390.18	35—10	358.26	42—24	321.79	5—1	287.23	47—40	254.27
43—18	389.86	39—13	357.70	48—7	321.66	43—31	286.74		
11—3	389.67			43—28	321.34	15—5	286.62	46—40	253.04
45—35	389.54	33—8	356.42			31—12	285.63	21—8	253.00
23—6	389.02	34—10	356.10	44—33	318.23	25—11	285.43		
47—36	388.95	43—23	355.99	41—19	318.17	11—4	284.54	45—40	251.82
		36—11	355.79			43—32	284.19	40—21	251.64
45—36	386.51	23—7	355.53	41—21	311.61	10—3	284.16	28—12	251.02
38—8	386.16	18—6	355.16	36—12	311.39	24—8	284.08	22—11	250.92
27—7	385.68								
47—37	385.47	42—21	352.87	44—34	309.90	5—2	281.58	42—33	249.45
43—19	384.49	35—11	352.75	28—8	309.58	14—5	281.54	32—13	248.95
46—37	384.24	40—14	352.17			9—3	281.07		
43—20	383.33			35—12	308.35	41—24	280.52	20—8	247.59
26—7	383.23	33—9	350.86	44—35	307.74	29—12	279.66	21—9	247.44
45—37	383.02	34—11	350.59			10—4	279.03	27—12	246.52
21—5	382.07			42—25	306.28	17—6	278.62	19—8	246.43
		33—10	347.77	34—12	306.19	24—9	278.52	31—13	246.40
38—9	380.60	40—15	347.10						
25—7	380.19	43—24	346.84	27—8	305.08	9—4	275.94	17—7	245.12
		32—8	346.74	44—36	304.70	37—13	275.65	43—38	244.76
43—21	377.93	40—16	345.87	28—9	304.03	8—3	275.51	21—10	244.35
38—10	377.51	22—7	345.68	47—39	303.41	24—10	275.43	26—12	244.08
20—5	376.67			42—26	303.23	23—8	274.93	30—13	243.44
		30—8	341.22	39—14	303.02	43—33	274.51		
19—5	375.51	32—9	341.18	26—8	302.64			20—9	242.03
44—25	375.06	42—22	340.79	6—1	302.21	16—6	272.86	42—34	241.12
		40—17	340.11	46—39	302.19	36—13	272.16	18—8	241.06
37—8	373.44			44—37	301.21	15—6	271.63	25—12	241.03
13—3	373.30	31—9	338.63	45—39	300.97			19—9	240.88
47—38	372.74	29—8	338.22	28—10	300.93	8—4	270.38	29—13	240.43
44—26	372.02	32—10	338.09	42—27	300.79	24—11	269.92	40—22	239.56
38—11	372.00					23—9	269.37	16—7	239.37
46—38	371.52	44—29	336.43	25—8	299.59	35—13	269.12	42—35	238.96
		7—1	335.71	27—9	299.52			20—10	238.94
18—5	370.14	30—9	335.67	41—22	299.52	42—29	267.65	21—11	238.83
36—8	369.95	31—10	335.54			34—13	266.96	15—7	238.14
44—27	369.57			39—15	297.95	14—6	266.56	19—10	237.79
45—38	369.30	12—3	334.07	33—12	297.86	23—10	266.28		
		21—7	333.59	26—9	297.08	43—34	266.18	42—36	235.92
13—4	368.17	44—30	333.43	39—16	296.72			18—9	235.50
37—9	367.88	29—9	332.66	6—2	296.56	22—8	265.08		
21—6	367.09	30—10	332.57	27—10	296.43	41—25	265.01	38—14	233.69
35—8	366.91	32—11	332.57	42—28	296.29	42—30	264.65	20—11	233.43
				28—11	295.42	43—35	264.01	14—7	233.07
43—22	365.85	43—25	331.34			40—18	263.57	42—37	232.43
44—28	365.07	42—23	330.91	25—9	294.03			18—10	232.41
42—18	364.84	44—31	330.46	26—10	293.99	41—26	261.97	19—11	232.27
37—10	364.79	7—2	330.06	17—5	293.60	42—31	261.68		
34—8	364.75	31—11	330.03			43—36	260.97	38—16	227.39
24—7	364.68	29—10	329.57	39—17	290.97	23—11	260.77	18—11	226.90
36—9	364.39	12—3	328.94	25—10	290.94			13—5	226.86
		43—26	328.29	27—11	290.92	22—9	259.52		
20—6	361.68	20—7	328.19			41—27	259.52	24—12	225.52
35—9	361.35	44—32	327.92	43—30	289.70	42—32	259.13	41—29	225.38
36—10	361.30	38—12	327.60	41—23	289.67	33—13	258.63		
19—6	360.53	30—11	327.06			40—19	258.20	38—17	221.64
		19—7	327.03	44—38	288.49	43—37	257.49	37—14	220.97
42—19	359.44			26—11	288.47	40—20	257.05	40—24	220.56

Kalium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN III.

41—31	220.41	20—12	189.03	14—9	146 91	9—6	119.65	14—12	93.91
42—38	219.71	30—14	188.76	5—3	146.43	24—17	119.56	32—21	93.74
44—39	219.16	32—16	187.97	27—16	146.31	35—20	119.32	30—20	93.63
		19—12	187.88	4—1	145.93	40—38	118.47		
41—32	217.87	12—5	187.64	39—28	145.91	34—19	118.31	13—9	92.23
36—14	217.48	31—15	186.65	38—18	145.10	23—15	117.39	35—23	91.98
		24—13	186.29	26—15	145.10	39—29	117.27	29—19	91.79
23—12	216.37	29—14	185.75	28—17	145.06	34—20	117.16	33—22	91.34
37—15	215.90	31—16	185.42	16—11	144.61	36—21	116.95	31—21	91.19
				26—16	143.87	23—16	116.16	39—34	90 74
37—16	214.67	18—12	182.50	14—10	143.82	33—18	115.35	29—20	90.63
35—14	214.44	30—16	182.46	15—11	143.38			20—15	90.05
39—18	214.43	32—17	182.21	18—13	143.27	39—30	114.27	34—23	89.82
				11—5	143.24	8—6	114.09	37—24	89.36
36—15	212.41	29—15	180.68			35—21	113.92	10—7	89.25
34—14	212.28	39—23	180.56	25—15	142.05			13—10	89.14
13—6	211.88	31—17	179.67	5—4	141.30	22—14	112.61	19—15	88.89
28—13	211.79	29—16	179.45	25—16	140.82	34—21	111.75	20—16	88.82
36—16	211.18			3—1	140.80	39—31	111.30	18—14	88.59
		41—38	178.44	27—17	140.56	38—23	111.23	39—35	88.58
35—15	209.37	13—7	178.39	4—2	140.28	23—17	110.41	21—17	88.47
39—19	209.06			40—34	139 89	44—44	110.05	30—21	88.23
37—17	208.92	23—13	177.14	38—19	139.73	33—19	109 98	19—16	87.67
41—33	208.18	30—17	176.70	12—7	139.16	41—39	109.11		
35—16	208.14			38—20	138.57	33—29	108.83	38—25	86.57
39—20	207.90	22—13	167.29	14—11	138.31	39—32	108.75	9—7	86.16
27—13	207.29	40—29	166.41	26—17	138.11	37—22	108.36	36—24	85.87
34—15	207 21			40—35	137.72	22—15	107.54	39—36	85.54
22—12	206.52	6—3	161.42	10—5	137.72			29—21	85.22
34—16	205.98	40—31	160.45			22—16	106.31	47—44	84.25
36—17	205.43			3—2	135.15	17—12	105.96	13—11	83.63
40—25	205.05	17—9	158.96	25—17	135.07	32—18	105.67	38—26	83.53
26—13	204.85	16—8	158.77	40—36	134.68	36—22	104.87	18—15	83.52
33—14	203.95	40—32	157.90	9—5	134.63			20—17	83 07
		15—8	157.54			33—21	103.42	46—44	83.03
39—21	202.49	28—14	157.11	38—21	133.17	31—18	103.13	35—24	82.83
35—17	202.39	6—4	156.28	37—18	132.37			18—16	82.29
40—26	202.02	39—25	155.90	24—14	131.61	38—24	102.08	39—37	82.05
25—13	201.80	17—10	155.87	40—37	131.20	35—22	101.83	19—17	81.91
		21—13	155.21			42—40	101.23	45—44	81.80
34—17	200.23			8—5	129.08	22—17	100.56	32—22	81.66
41—34	199.85	16—9	153.21	36—18	128.89	21—14	100.53	33—23	81.49
40—27	199.55	47—42	153.03	11—6	128.26	32—19	100.30	38—27	81.08
33—15	198.88	39—26	152.85	47—43	127.98	16—12	100.21	34—24	80.67
		27—14	152.61	37—19	127.00	30—18	100.16	8—7	80.60
41—35	197.69	14—8	152.47	46—43	126.76	34—22	99.67		
33—16	197.65	28—15	152.04	24—15	126.54	32—20	99.15	38—28	76.58
		15—9	151 98	43—40	126.29	39—33	99.07	18—17	76.54
40—28	195.05	46—42	151.81	35—18	125.85	15—12	98.98	30—22	76.15
7—3	194.91	28—16	150.81	37—20	125.85	37—23	98.51		
41—36	194.65	45—42	150.59	45—43	125.53	13—8	97.79	37—25	73.85
21—12	194 44	39—27	150.41	24—16	125.31	31—19	97.75	29—22	73.14
47—41	194.30	42—39	150.38			29—18	97.16	33—24	72.34
32—14	194.27	17—11	150.36	34—18	123.68	31—20	96.60	32—23	71.81
		26—14	150.17	36—19	123.52				
33—17	191.90	16—10	150.12	10—6	122 74	21—15	95.46	37—26	70.80
45—41	191.85	20—13	149.80	23—14	122.46	20—14	95.12	36—25	70.36
31—14	191.72	15—10	148.89	36—20	122.36	36—23	95.02		
41—37	191.16	19—13	148.65			30—19	94.79	39—38	69.33
39—22	190.41	40—33	148.22	38—22	121.08	11—7	94.76	31—23	69.26
7—4	189.78	27—15	147.54	35—19	120.48	21—16	94.23	44—42	68.78
32—15	189 20	25—14	147 12	37—21	120.44	19—14	93 97	28—18	68 52

Kalium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN IV.

37—27	68.38	34—28	55.16	31—27	39.11	34—30	23.52	34—33	8.33
		26—20	55.05	29—25	38.63	36—32	23.21		
35—25	67.32	14—13	54.68	30—26	38 59	35—31	22.72	17—15	6.98
36—26	67.31	29—24	54.14	24—19	37.65	23—21	21.93	28—26	6.95
17—13	66.73	33—26	53.78	26—22	37.56	38—34	21.41	21—19	6.56
43—41	66.32	25—19	53.15	32—28	37.15	27—24	21.00	20—18	6.53
30—23	66.29	12—9	53.00	24—20	36.49	34—31	20.56	37—35	6.52
		27—21	52.09	30—27	36.14	35—32	20.18	16—14	6.30
34—25	65.16	25—20	52.00	29—26	35.58	38—35	19.25	31—29	5.97
36—27	64.87	33—27	51.33	37—29	35.22	24—22	19.00	17—16	5.75
35—26	64.28			28—23	34.65	22—19	18.64	2—1	5.65
27—18	64.02	12—10	49.91	31—28	34.60	26—24	18.56	9—8	5.56
37—28	63.85	26—21	49.64	35—22	34.51	33—29	18.20	11—10	5.51
29—23	63.29	40—39	49.15	23—18	33.87	34—32	18.01	32—30	5.51
28—19	63.15	7—5	48.48	7—6	33.50	22—20	17.49	27—25	5.50
32—24	62.66	38—29	47.94	29—27	33.14	37—33	17.02	21—20	5.41
34—26	62.11	32—25	47.15	37—30	32.21	38—36	16.21	19—18	5.37
28—20	61.99	33—28	46.83	36—29	31.73	25—24	15.51	36—34	5.20
35—27	61.83	25—21	46.59	30—28	31.64	33—30	15.19	4—3	5.13
26—18	61.57			24—21	31.08	6—5	14.98	15—14	5.07
16—13	60.98	38—30	44.94	27—23	30.15	11—8	14.16	28—27	4.50
36—28	60.37	31—25	44.60	38—33	29.74	36—33	13.53		
31—24	60.11	28—22	44.50	37—31	29.25	38—37	12.72	37—36	3.49
41—40	59.97	12—11	44.40	36—30	28.73	33—31	12.23	10—9	3.09
15—13	59.75	32—26	44.10	35—29	28.69	22—21	12,08	26—25	3.05
34—27	59.66	44—43	43.73	29—28	28.64	17—14	12.05	36—35	3.04
		24—18	43.02	23—19	28.50	21—18	11.93	30—29	3.00
27—19	58.65			26—23	27.71			31—30	2.96
12—8	58.56	38—31	41.97	23—20	27.34	35—33	10.49	32—31	2.55
25—18	58.52	32—27	41.65	37—32	26.70	28—25	10.00	27—26	2.45
		30—25	41.64	34—29	26.53	23—22	9.85	47—45	2.45
27—20	57.49	31—26	41.55	36—31	25.76	33—32	9.68	35—34	2 16
35—28	57.33	42—41	41.27	35—30	25.69	24—23	9.15	16—15	1.23
30—24	57.14			28—24	25.50	37—34	8.69	46—45	1.22
33—25	56.83	27—22	40.00	43—42	25.05	10—8	8.65	47—46	1.22
28—21	56.59	38—32	39.43	25—23	24.66	11—9	8.60	20—19	1.15
26—19	56.20	13—12	39.23	22—18	24.02	32—29	8.51		

Natrium.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	THALÈN.		HUGGINS.		LECOQ.		ABNEY.		LIVEING EN DEWAR.		CORNU.		
	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Gemidd. trillingsgetallen.
1							**8199**	1219.66					1219.66
2							**8187**	1221.45					1221.45
3	**6160.0**	1623.38	**6155**	1624.70	**6156**				**6160**	1623.38			1623.82
4	**6154.2**	1624.91	**6149**	1626.28					**6154**	1624.96			1625.38
5	**5895.0**	1696.35	**5895**	1696.35	**5892**								1696.35
6	**5889.0**	1698.08	**5889**	1698.08									1698.08
7	**5687.2**	1758.33	**5687**	1758.40	**5687**								1758.36
8	**5681.4**	1760.13	**5681**	1760.25									1760.19
9					**5666**				**5674**	1762.42			1762.42
10									**5669**	1763.98			1763.98
11	**5154.8**	1939.94	**5154**	1940.24	**5150**				**5155**	1939.86			1940.01
12	**5152.5**	1940.80	**5149**	1942.12					**5152**	1940.99			1941.31
13	**4982.5**		**4985**		**4982**				**4983**	2006.82			2006.82
14									**4982**	2007.23			2007.23
15					**4751**	2104.82							2104.82
16					**4670**				**4667**	2142.70			2142.70
17									**4661**	2144.08			2144.08
18									**4496.4**	2224.00			2224.00
19									**4494.5**	2224.94			2224.94
20									**4423**	2260.91			2260.91
21									**4419.5**	2262.70			2262.70
22									**4343**	2302.56			2302.56
23									**4325**	2312.14			2312.14
24											**3301.3**	3029.11	3029.11
25											**3300.8**	3029.57	3029.57

De golflengten, onder THALÈN opgegeven, worden gevonden in zijn verhandeling: *« Mémoire sur la détermination des longueurs d'onde des raies métalliques, Annales de chimie et de physique* 18[4] p. 202 (1869). De overige zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 304 (Berlin, SRINGER 1883) Wanneer door een waarnemer van een dubbellijn slechts de gemiddelde golflengte gegeven is, is die waarneming buiten rekening gelaten.

Natrium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

21—2	1041.25	8—2	538.74	18—11	283.99	9—5	66.07
20—1	1041.25	7—1	538.70	19—12	283.63	14—12	65.92
		22—10	538.58			10—6	65.90
25—14	1022.34			12—5	244.95	13—12	65.51
24—13	1022.29	16—3	518.89	14—9	244.80		
		17—4	518.70			8—6	62.11
25—15	924.75			14—10	243.25	7—5	62.01
17—1	924.42	20—7	502.54	12—6	243.23		
24—15	924.29	21—8	502.51	13—10	242.84	16—15	37.89
						21—19	37.76
25—17	885.49	21—10	498.72	17—12	202.77		
15—1	885.16	20—9	498.48	16—11	202.69	9—7	4.06
24—17	885.03					10—8	3.79
		5—1	476.69	11—9	177.59		
21—4	637.32	6—2	476.63	12—10	177.33	8—7	1.83
20—3	637.09					21—20	1.79
		16—5	446.35	9—3	138.61	2—1	1.79
21—6	564.62	17—6	446.00	10—4	138.60	6—5	1.73
20—5	564.56					4—3	1.57
		3—1	404.16	17—13	137.26	10—9	1.55
10—1	544.32	4—2	403.93	9—4	137.04	17—16	1.38
22—7	544.19			17—14	136.86	12—11	1.29
		14—4	381.84			19—18	0.94
9—1	542.76	17—9	381.66	8—4	134.81		
10—2	542.53	13—4	381.44	7—3	134.55	25—24	0.46
22—8	542.36					14—13	0.41
		16—9	380.28	19—15	120.12		
8—1	540.53	17—10	380.10	21—16	119.99		
22—9	540.13						
		11—3	316.20	6—4	72.70		
		12—4	315.92	5—3	72.54		

Koper.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	THALÈN.		KIRCHHOFF.		LECOQ.		Gemiddelde trillings-getallen.
	Golflengten.	Trillings-getallen.	Golflengten.	Trillings-getallen.	Golflengten.	Trillings-getallen.	
1	**6379.7**	1567.47					1567.47
2	**6218.3**	1608.16			**6219**	1607.98	1608.07
3	**5781.3**	1729.71	**5782**	1729.50	**5782**	1729.50	1729.57
4	**5700.4**	1754.26			**5700**	1754.39	1754.32
5	**5292.0**	1889.64	**5292**	1889.64	**5291**	1890.00	1889.76
6	**5217.1**	1916.77	**5217**	1916.18	**5218**	1916.44	1916.67
7	**5152.6**	1940.77	**5153**	1940.62	**5153**	1940.62	1940.67
8	**5104.9**	1958.90	**5105**	1958.86	**5106**	1958.48	1958.75
9	**5011.4**	1995.45					1995.45
10	**4955.5**	2017.96					2017.96
11	**4932.5**	2027.37					2027.37
12	**4911.5**	2036.04					2036.04
13	**4703.0**	2126.30			**4703**	2126.30	2126.30
14	**4650.7**	2150.21	**4651**	2150.07			2150.14
15	**4275.0**	2339.18					2339.18

De golflengten onder THALÈN vindt men in zijn verhandeling *"Mémoire sur la détermination des longueurs d'onde des raies métalliques"*, *Annales de chimie et de physique* 18[4] p. 262 (1869). De golflengten onder KIRCHHOFF en LECOQ DE BOISBAUDRAN zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 264.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

9—1	427.98	6—3	187.10	10—7	77.29	4—3	24.75
12—2	427.97	4—1	186.85	12—8	77.29	7—6	24.00
		7—4	186.35			14—13	23.84
13—3	396.73	13—7	185.63	8—5	68.99		
14—4	395.82			11—8	68.62	8—7	18.08
		6—4	162.35			12—10	18.08
12—4	281.72	3—1	162.10	2—1	40.60		
5—2	281.69			12—9	40.59	11—10	9.41
		12—5	146.28			12—11	8.67
13—6	209.63	4—2	146.25				
14—7	209.47						

Rubidium.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	LECOQ.		THALÈN.		KIRCHHOFF.		Gemiddelde trillingsgetallen.
	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	Golflengten.	Trillingsgetallen.	
1	**7951**	1257.70					1257.70
2	**7800**	1282.05					1282.05
3	**6297**	1588.03	**6296.5**	1588.18	**6296**	1588.31	1588.18
4	**6203**	1612.12	**6204.0**	1611.86	**6205**	1611.60	1611.86
5	**6159**	1623.64	**6160.0**	1623.38			1623.51
6			**6070.0**	1647.45			1647.45
7	**6059**	1650.44					1650.44
8	**5724**	1747.03					1747.03
9	**5650**	1769.91					1769.91
10	**5429**	1841.96					1841.96
11	**5359**	1866.02					1866.02
12	**5259**	1901.50					1901.50
13	**5194**	1925.30					1925.30
14	**5161**	1937.61					1937.61
15	**5085**	1966.57					1966.57
16	**5021**	1991.63					1991.63
17			**4776.0**	2093.80			2093.80
18			**4569.5**	2188.42			2188.42
19			**4551.0**	2197.32			2197.32
20	**4216**	2371.92					2371.92
21	**4202**	2379.82	**4202.0**	2379.82			2379.82

De golflengten onder THALÈN vindt men in de *Annales de Chimie et de Physique* 18[4], p. 226; de overige zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 319.

Rubidium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

16—2	709.58	7—2	368.38	20—17	278.11	14—8	190.58	10—9	72.05
15—1	708.87	16—5	368.13	12—5	277.99	20—18	183.50	14—11	71.59
12—1	643.80	5—1	365.80	13—6	277.85	21—19	182.50	12—10	59.54
13—2	643.25	6—2	365.39	11—3	277.84	9—3	181.73	13—11	59 28
21—9	609.91	19—10	355.36	11—4	254.16	17—13	168.50	6—3	59.26
19—3	609.13	15—4	354.70	12—6	254.06	14—9	167.80	14—12	36.11
11—1	608.32	4—1	354.16	10—3	253.78	8—3	158.85	6—4	35.58
10—1	584.26	17—8	346.77	17 10	251.84	9—4	158.05	12—11	35.48
11—2	583.97	18—10	346.46	12—7	251.06	17—14	156.19	5—3	35.32
18—7	537.98	5—2	341.46	18—14	250.81	13—9	155.39	16—15	25.07
21—10	537.86	16—7	341.19	19—15	230.75	12—8	154.47	2 - 1	24.35
20—11	505.90	19—11	331.30	10—4	230.10	16—11	125.61	11—10	24.06
17—3	505.62	3—1	330.48	18—15	221.85	15—10	124.61	6—5	23.94
20—12	470.41	4—2	329.81	16—9	221.72	9—7	119.47	13—12	23.80
17—5	470.29	14—5	314.10	15—8	219.54	11—8	118.99	4—3	23.68
20—13	446.62	13—4	313.44	11—6	218.57	15—11	100.55	9—8	22.88
17—6	446.36	12—3	313.32	10—5	218.45	8—6	99.58	14—13	12.31
21—14	442.21	14—6	290.16	18—16	196.79	8—7	96.59	5—4	11.64
18—8	441.39	12—4	289.64	15—9	196.66	11—9	96.11	19—18	8.90
20—16	380.28	14—7	287.17	17—12	192.30	14—10	95.65	21—20	7.90
16—4	379.77	18—12	286.92	10—7	191.52	10—8	94.93		
		21—17	286.02	21—18	191.40	18—17	94.62		

Zilver.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	HUGGINS.		THALÈN.		KIRCHHOFF.		MOSE.		LECOQ.		LOCKYER.		LIVEING EN DEWAR.		Gemidd. trillings-getallen.
	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	
1	**6371**	1569.61													1569.61
2	**6249**	1600.26													1600.26
3	**6034**	1657.28	**6036.0**	1656.73											1657.00
4	**5973**	1674.20													1674.20
5	**5854**	1708.23													1708.23
6			**5656 0**	1768.03											1768.03
7	**5644**	1771.79	**5645.0**	1771.48											1771.64
8	**5626**	1777.46	**5625.5**	1777.62											1777.54
9	**5622**	1778.73	**5622.5**	1778.57											1778.65
10	**5607**	1783.48	**5610.5**	1782.37											1782.93
11	**5590**	1788.91	**5590.0**	1788.91											1788.91
12	**5570**	1795.33	**5568.0**	1795.98											1795.65
13	**5558**	1799.21	**5556.5**	1799.69											1799.45
14			**5551.5**	1801.31											1801.31
15			**5522.0**	1810 94											1810.94
16			**5486.5**	1822.65											1822.65
17	**5471**	1827.82	**5470.0**	1828.15	**5470**	1828.15									1828.04
18	**5463**	1830.50	**5464.0**	1830.16	**5465**	1829.83	**5464**	1830.16	**5464**	1830.16			**5464**	1830.16	1830.16
19	**5426**	1842.98	**5423.5**	1843.83											1843.41
20	**5412**	1847.75	**5411.0**	1848.09											1847.92
21	**5401**	1851.51	**5401.5**	1851.34											1851.42
22			**5299.0**	1887.15											1887.15
23	**5207**	1920.49	**5208.7**	1919.86	**5208**	1920.12	**5207**	1920.49	**5208**	1920.12			**5209**	1919.75	1920.14
24			**4874.0**	2051 70											2051.70
25			**4666.5**	2142.93					**4669**	2141.79					2142.36
26			**4475.0**	2234.64					**4475**	2234.64					2234.64
27											**4212**	2374.17	**4211.3**	2374.56	2374.37
28													**4053**	2467.31	2467 31
29											**4018**	2488.80			2488.80

De golflengten onder THALÈN vindt men in de *Annales de Chimie et de Physique* 18 [4] p. 236; de overige zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 230.

Zilver.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN.

27—3	717.37	14—1	231.70	23—13	120.69	22—16	64.49	13—7	27.82
29—7	717.16	22—3	230.15	8—3	120.54	7—5	63.49	12—6	27.62
27—4	700.16	18—2	229.90	17—5	119.81	21—11	62.51	16—12	27.00
29—11	699.89	13—1	229.84	22—6	119.11	18—6	62.13	17—14	26.73
28—6	699.27	24—16	229.05	23—14	118.82	19—10	60.48	12—7	24.02
28—8	689 77	16—2	222 40	22—7	115 51	17—6	60.01	14—8	23.77
29—13	689.35	25—23	222 22	11—4	114.71	6—5	59.80	21 17	23.38
28—9	688.66	24—18	221.54	7—3	114 63	22—17	59.11	16—13	23.20
28—11	678.40	10—1	213.32	29—27	114.43	20—11	59.01	14—9	22.67
29—15	677.86	22—4	212.95	16—5	114.42	18—7	58.52	15—11	22.03
29—16	666 15	9—1	209.04	22—8	109.61	22—18	56.99	13—8	21.91
27—5	665.13	24—19	208.29	23—15	109.20	3—2	56.74	29—28	21.49
28—14	665.99	8—1	207.93	10—4	108.73	17—7	56 41	16—14	21.34
26—1	665.02	7—1	202.02	22—9	108.50	21—12	55.77	21—18	21.26
29—19	645.39	14—2	201.06	5—2	107.98	16—6	54.62	11—6	20.87
28—16	644.65	24—21	200.28	4—1	104.59	19—11	54.50	13—9	20.80
29—21	637.38	13—2	199.20	9—4	104.45	18—8	52.62	19—16	20.75
28—18	637 15	6—1	198.42	22—10	104.22	20—12	52.26	20—17	19.87
27—14	573.05	12—2	195.40	8—4	103.34	21—13	51.97	18—15	19.22
25—1	572.75	21—3	194.42	15—5	102.70	18—9	51.51	14—10	18.39
28—23	547.17	26—24	182.93	22—11	98.24	5—3	51.23	12—8	18.11
27—17	546.32	10—2	182.67	23—16	97.48	16—7	51.02	20—18	17 76
27—20	526.45	22—5	178.91	7—4	97.43	17—8	50.50	11—7	17.27
26—5	526.40	9—2	178.39	6—4	93.83	21—14	50.11	4—3	17.20
26—10	451.71	8—2	177.28	14—5	93.08	17—9	49.39	17—15	17.10
24—2	451.45	21—4	177.22	28—27	92.94	20—13	48.46	12—9	17.01
25—5	434.13	20—4	173.72	26—25	92.27	19—12	47.75	13—10	16.52
26—14	433.32	18—3	173.16	23—17	92.10	18—10	47.23	19—17	15.37
26—22	347.49	7—2	171.38	22—12	91.49	20—14	46.60	15—12	15.28
25—12	346.71	17—3	171.04	13—5	91.22	16—8	45.11	10—6	14.89
29—25	346.44	15—3	153.94	25—24	90.66	17—10	45.11	19—18	13.25
24—5	343.47	17—4	153.84	23—18	89.98	16—9	44.01	12—10	12.73
25—13	342.91	23—7	148.50	22—13	87.70	19—13	43.96	14—11	12.41
23—2	319.88	16—4	148.45	12—5	87.42	22—19	43.74	16—15	11.72
25—16	319.71	21—5	143.19	3—1	87.39	15—6	42.90	15—13	11.49
26—23	314.50	23—8	142.60	11—5	80.67	19—14	42.09	11—8	11.37
25—17	314.32	13—3	142.45	20—6	79.88	18—11	41.25	10—7	11.29
24—8	274.16	23—9	141.49	21—7	79 79	21—15	40.48	9—6	10.61
19—1	273.80	27—26	139.73	23—19	76.73	16—10	39.73	13—11	10.54
24—9	273.05	20—5	139.68	20—7	76.28	15—7	39.30	11—9	10.26
23—3	263.14	12—3	138.65	22—15	76.21	22—20	39.23	15—14	9.62
24—11	262.79	5—1	138.62	19—6	75.37	17—11	39.13	8—6	9.51
24—12	256.05	23—10	137.21	10—5	74.69	18—12	34.51	21—19	8.01
25—22	235.22	15—4	136.74	4—2	73.94	5—4	34.03	18—16	7.51
16—1	253 04	11—3	131.91	21—8	73.88	16—11	33.75	9—7	7.01
24—13	252.25	24—23	131.56	21—9	72.77	15—8	33 40	12—11	6.75
21—2	251.17	23—11	131.23	23—20	72.22	14—6	33.28	11—10	5.98
24—14	250.39	10—3	125.93	19—7	71.77	23—22	32.99	8—7	5.90
15—1	241.33	13—4	125.25	9—5	70.42	19—15	32.47	14—12	5.66
24—15	240.76	23—12	124.48	20—8	70.38	17—12	32.39	10—8	5.39
28—26	232.67	18—5	121.93	8—5	69.31	15—9	32.29	17—16	5.39
27—25	232.00	9—3	121.65	20—9	69.27	13—6	31.42	20—19	4.51
		12—4	121.45	23—21	68.72	18—13	30.71	10—9	4.28
				21—10	68.49	2—1	30.64	13—12	3.80
				19—8	65.87	14—7	29.68	7—6	3.60
				20—10	64.99	18—14	28.85	21—20	3.51
				19—9	64.76	21—16	28 77	18—17	2.12
						17—13	28.59	14—13	1.86
						15—10	28.01	9—8	1.11

Magnesium.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	LIVEING EN DEWAR.		THALÉN.		KIRCHHOFF.		LECOQ.		CORNU.		Gemidd. trillings-getallen.
	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	Golf-lengten.	Trillings-getallen.	
1	**5710**	1751.31									1751.31
2	**5529**	1808.65	**5527.4**	1809.17			**5529**	1808.65			1808.82
3	**5183**	1929.38	**5183.0**	1929.38	**5183**	1929.38	**5183**	1929.38			1929.38
4	**5172**	1933.49	**5172.0**	1933.49	**5172**	1933.49	**5172**	1933.49			1933.49
5	**5167**	1935.36	**5166.7**	1935.47	**5167**	1935.36	**5167**	1935.36			1935.39
6	**4808**	2079.87									2079.87
7	**4705**	2125.40	**4703.5**	2126.08			**4705**	2125.40			2125.63
8	**4586**	2180.55	**4586.5**	2180.31	**4586.5**	2180.31					2180.39
9	**4570**	2188.18									2188.18
10	**4481**	2231.64	**4481.0**	2231.64	**4480**	2232.17	**4483**	2230.65			2231.53
11	**4456**	2244.16									2244.16
12	**3896**	2566.74									2566.74
13	**3894**	2568.05									2568.05
14	**3853**	2595.38									2595 38
15	**3846**	2600.10									2600.10
16	**3838**	2605.52							**3838**	2605.52	2605.52
17	**3832**	2609.60							**3832**	2609.60	2609.60
18	**3829**	2611 66							**3829**	2611.66	2611.66
19	**3334**	2999.40							**3334**	2999.40	2999.40
20	**3330**	3003.00							**3330**	3003.00	3003.00
21	**3327**	3005 71							**3327**	3005.71	3005.71
22									**3278**	3050.64	3050.64
23	**3097**	3228.93							**3096**	3229.97	3229.45
24	**3092**	3234.15							**3092**	3234.15	3234.15
25	**3090**	3236.25							**3090**	3236.25	3236.25
26	**2935**	3407.15							**2935**	3407.15	3407.15
27	**2927**	3416.47							**2927**	3416.47	3416.47
28	**2852**	3506.31							**2850**	3508.77	3507.54
29	**2801**	3570.15							**2801**	3570 15	3570.15
30	**2797**	3575.26							**2797**	3575.26	3575.26
31	**2795**	3577.82							**2795**	3577.82	3577.82
32	**2790**	3584.22							**2790**	3584.22	3584.22
33	**2782**	3594.54									3594.54
34	**2780.7**	3596.22									3596.22
35	**2779.5**	3597.77									3597.77
36	**2778**	3599.71									3599.71
37	**2777**	3601.01									3601.01

De golflengten onder THALÉN vindt men in de *Annales de Chimie et de Physique* 18[4] p. 228; de overige zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 292.

Magnesium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN I.

35—3	1668.38	23—3	1300.07	23—11	985.29	16—3	676.14	12—6	486.87
37—4	1667.52	22—1	1299.33	33—17	984.93	17—4	676.12	18—7	486.03
34—3	1666.83	24—5	1298.74	34—18	984.56				
36—4	1666.22			32—15	984.12	15—3	670.72	17—7	483.98
37—5	1665.60	21—5	1070.30			16—5	670.11	22—12	483.90
27—1	1665.15	19—3	1070.02	33—18	982.88	25—12	669.51		
33—3	1665.15	20—4	1069.51	31—14	982.44			10—1	480.21
36—5	1664.30					25—13	668.19	16—7	479.90
35—4	1664.28	23—8	1049.06	32—16	978.70	24—12	667.42		
		25—9	1048.06	31—15	977.71	15—4	666.62	12—7	441.11
34—4	1662.73					24—13	666.10	22—17	441.04
35—5	1662.36	36—12	1032.98	30—15	975.15	14—3	666.00		
		37—13	1032.95	29—14	974.77			22—18	438.98
33—4	1661.05			32—17	974.62	23—12	662.72	21—12	438.97
34—5	1660.80	36—13	1031.66			14—4	661.89		
		35—12	1031.03	32—18	972.56	23—13	661.40	21—13	437.66
26—1	1655.84			31—16	972.29			9—1	436.87
32—3	1654.84	35—13	1029.71			24—14	638.77	20—12	436.27
		34—12	1029.48	22—6	970.77	13—3	638.67	11—2	435.34
32—5	1648.81			29—15	970 05			20—13	434.95
31—3	1648.43	34—13	1028.16	30—16	969.74	13—4	634.57		
		33—12	1027.80			23—14	634.07	19—13	431.35
31—5	1642.40			31—18	966.16	24—15	634.05	18—8	431.27
30—4	1641.77	37—14	1005.63	30—17	965.65	12—4	633.25		
29—3	1640.77	25—10	1004.72			13—5	632.64	17—8	429.21
30—5	1639.85	36—14	1004.33	21—6	925.84			8—1	429.08
		29—12	1003.42	22—7	925.02	12—5	631.32		
27—4	1482.98	24—10	1002.62			25—16	630.72	18—9	423.47
24—1	1482.84	35—14	1002.39	27—12	849.73			10—2	422.71
		29—13	1002.10	15—1	848.79	23—15	629.35		
23—1	1478.14			27—13	848.41	24—16	628.63	16—9	417.34
26—3	1477.77	37—15	1000.90					27—19	417.07
		34—14	1000.84	22—10	819.11	25—18	624.59		
36—7	1474.09			19—8	819.01	24—17	624.55	27—21	410.76
26—4	1473.67	36—15	999.61			23—16	623.93	21—14	410.33
		33—14	999.16	21—9	817.53				
35—7	1472.14			13—1	816.74	35—19	598 37	26—19	407.75
26—5	1471.74	23—10	997.92	27—15	816.36	37—20	598.00	20—14	407.62
		35—15	997.66	12—1	815.42			14—9	407.20
28—6	1427.67			20—9	814.82	34—19	596.82		
25—2	1427.43	34—15	996.11			36—20	596.41	26—20	404.15
		37—16	995.48	26—14	811.77			19—14	404.02
23—2	1420.63			19—9	811.22	37—21	595.30		
37—8	1420.62	33—15	994.43	27—16	810.94	33—19	595.14	21—16	400.19
		36—16	994.19			35—20	594.77	19—15	399.30
29—8	1389.76			26—15	807.05	36—21	594.00		
31—9	1389.63	35—16	992.25	27—17	806.86	34—20	593.21	21—18	394.05
		25—11	992.08	22—11	806.48			19—16	393.88
29—9	1381.97	37—17	991.40			35—21	592.06	20—17	393 40
28—7	1381.92	34—16	990.69	26—16	801 63	33—20	591.53		
		36—17	990.11	17—2	800.78			19—18	387.74
35—11	1353.60	24—11	989.99			32—21	578.51	13—8	387.66
32—10	1352.69	37—18	989.35	26—17	797.54	31—19	578.42		
34—11	1352.05	33—16	989.01	16—2	796.70			18—10	380.13
		32—14	988.84			30—20	572.26	13—9	379.87
26—6	1327.29	35—17	988.16	13—2	759.23	31—21	572.11	9—2	379.36
28—8	1327.15	36—18	988.05	20—11	758.84				
				12—2	757.92	15—6	520.24	12—9	378.55
25—5	1300.83	34—17	986.61			29—22	519.51	17—10	378.08
24—4	1300.66	35—18	986.11	18—5	676.25				

Magnesium.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN II.

7—1	374.31	29—23	340.70	33—27	178.07	34—29	26.06	37—33	6.47
16—10	373.99			26—23	177.70	37—30	25.75	32—31	6.40
		13—10	336.53	32—26	177.07			21—19	6.31
8—2	371.57	29—24	336.00			36—30	24.45	18—16	6.13
37—23	371.56	12—10	335.21	26—25	170.91	33—29	24.38	5—3	6.03
				31—26	170.66			16—15	5.42
15—11	368.58	28—25	271.30			37—31	23.19	36—33	5.17
35—23	368.32	6—2	271.05	30—26	168.10	35—30	22.51	30—29	5.10
18—11	367.49			32—27	167.75	36—31	21.89	37—34	4.79
37—24	366.85	24—20	231.15			34—30	20.96	15—14	4.72
34—23	366.76	25—21	230.53	8—6	100.52			24—23	4.70
27—22	365.83	23—19	230.05	28—26	100.39	35—31	19.95	4—3	4.10
36—24	365.56					33—30	19.28	17—16	4.08
17—11	365.44	36—26	192.56	28—27	91.07	34—31	18.40	20—19	3.60
33—23	365.08	7—4	192.14	35—28	90.23			36—34	3.49
37—25	364.76					37—32	16.79	37—35	3.24
14—10	363.85	35—26	190.61	29—28	62.61	33—31	16.72	35—33	3.23
35—24	363.62	7—5	190.21	9—7	62.56	18—14	16.28	21—20	2.71
36—25	363.47					36—32	15.49	31—30	2.56
		33—26	187.38	22—19	51.24	17—14	14.22	25—24	2.09
4—24	362.06	27—23	187.02	10—8	51.14	32—29	14.07	18—17	2.05
35—25	361.52					35—32	13.55	36—35	1.94
16—11	361.36	37—27	184.54	7—6	45.76	11—10	12.64	5—4	1.92
33—24	360.38	5—1	184.10	22—21	44.93	34—32	12.00	34—33	1.68
34—25	359.97	24—22	183.51	18—12	44.92	18—15	11.55	35—34	1.55
		36—27	183.24					13—12	1.32
26—22	356.51	27—24	182.31	18—13	43.60	33—32	10.32	37—36	1.30
15—11	355.94	4—1	182.17	10—9	43.34	16—14	10.14		
		35—27	181.30	17—12	42.87	17—15	9.50		
31—23	348.36					28—26	9.31		
32—25	347.97	27—25	180.22	36—29	29.56	32—30	8.96		
		34—27	179.75	14—12	28.64				
31—25	341.57	23—22	178.81			9—8	7.79		
30—24	341.11	3—1	178.07	35—29	27.61	31—29	7.66		
				14—13	27.33	25—23	6.79		

Zuurstof.

GOLFLENGTEN EN TRILLINGSGETALLEN.

	A. PLÜCKER.					B. SCHUSTER.					C. HUGGINS.				
	Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.		Golflengten.	Trillingsgetallen.	
1	**6452**	1550.39	31	**4593**	2177.23	1	**5205**	1921.23	31	**4606**	2171.08	1	**6171**	1620.48	
2	**6170**	1620.75	32	**4474**	2235.13	2	**5190**	1926.78	32	**4595**	2176.28	2	**5205**	1921.23	
3	**6118**	1634.52	33	**4468**	2238.14	3	**5175**	1932.37	33	**4590**	2178.65	3	**5190**	1926.78	
4	**5340**	1872.66	34	**4457**	2243.66	4	**5159**	1938.36	34	**4469**	2237.64	4	**5163**	1936.86	
5	**5190**	1926.78	35	**4450**	2247.19	5	**4954**	2018.57	35	**4465**	2239.64	5	**4963**	2014.91	
6	**5178**	1931.25	36	**4443**	2250.73	6	**4942**	2023.47	36	**4453**	2245.68	6	**4943**	2023.06	
7	**5161**	1937.61	37	**4418**	2263.47	7	**4940**	2024.29	37	**4448**	2248.20	7	**4925**	2030.46	
8	**5144**	1944.01	38	**4414**	2265.52	8	**4924**	2030.87	38	**4443**	2250.73	8	**4907**	2037.90	
9	**4954**	2018.57	39	**4398**	2273.76	9	**4906**	2038.32	39	**4417**	2263.98	9	**4892**	2044.15	
10	**4941**	2023.88	40	**4367**	2289.90	10	**4890**	2044.99	40	**4415**	2265.01	10	**4872**	2052.54	
11	**4925**	2030.46	41	**4348**	2299.91	11	**4871**	2052.97	41	**4396**	2274.79	11	**4853**	2060.58	
12	**4900**	2040.82	42	**4347**	2300.44	12	**4864**	2055.92	42	**4366**	2290.43	12	**4705**	2125.40	
13	**4884**	2047.50	43	**4341**	2303.62	13	**4860**	2057.61	43	**4354**	2296.74	13	**4699**	2128.11	
14	**4866**	2055.08	44	**4334**	2307.34	14	**4856**	2059.31	44	**4349**	2299.38	14	**4677**	2138.12	
15	**4862**	2056.77	45	**4327**	2311.07	15	**4850**	2061.86	45	**4347**	2300.44	15	**4662**	2145.00	
16	**4856**	2059 31	46	**4320**	2314.81	16	**4842**	2065.26	46	**4345**	2301.50	16	**4618**	2151.46	
17	**4850**	2061.86	47	**4317**	2316.42	17	**4750**	2105.26	47	**4341**	2303.62	17	**4610**	2155.17	
18	**4848**	2062.71	48	**4190**	2386.63	18	**4741**	2109.26	48	**4337**	2305.74	18	**4596**	2175.80	
19	**4754**	2103.49	49	**4171**	2397.51	19	**4709**	2123.59	49	**4319**	2315.35	19	**4588**	2179.60	
20	**4744**	2107.93	50	**4158**	2405.00	20	**4705**	2125.40	50	**4317**	2316.42	20	**4467**	2238.64	
21	**4711**	2117.81	51	**4147**	2411.38	21	**4699**	2128.11				21	**4416**	2264.49	
22	**4706**	2124.95	52	**4136**	2417.79	22	**4696**	2129.47				22	**4414**	2265.52	
23	**4698**	2129.06	53	**4126**	2423.66	23	**4675**	2139.04				23	**4364**	2291.48	
24	**4690**	2132.20	54	**4117**	2428.95	24	**4673**	2139.95				24	**4347**	2300.44	
25	**4675**	2139.04	55	**4104**	2436.65	25	**4661**	2145.46				25	**4318**	2315.89	
26	**4662**	2145.00	56	**4094**	2442.60	26	**4649**	2151.00				26	**4190**	2386.63	
27	**4649**	2151.00	57	**4086**	2447.38	27	**4648**	2151.46				27	**4183**	2390.63	
28	**4640**	2155.17	58	**4085**	2447.98	28	**4641**	2154.71				28	**4149**	2410.22	
29	**4639**	2155.64	59	**4072**	2455.79	29	**4637**	2156.57				29	**4117**	2428.95	
30	**4600**	2173.91				30	**4608**	2170.14				30	**4073**	2455.19	

De golflengten zijn ontleend aan KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 310.

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN I.

54—2	808.21	22—2	504.20	58—11	417.52	58—18	385.27	54—17	367.10
56—3	808.08	58—8	503.97	40—4	417.24	47—6	385.18	45—8	367.06
				57—11	416.92			49—11	367.05
51—3	776.86	54—6	497.70			57—18	384.67	53—15	366.89
49—2	776.76	24—3	497.68	13—3	412.98	45—5	384.29		
				55—10	412.77	9—3	384.05	54—18	366.25
47—1	766.04	13—1	497.11					43—7	366.01
48—2	765.89	21—2	497.06	57—12	406.56	46—6	383.57		
		53—5	496.87	12—3	406.29	56—16	383.29	53—16	364.35
40—2	669.16			55—11	406.19			50—12	364.19
43—3	669.10	55—8	492.63			55—14	381.57	51—13	363.88
		53—6	492.41	53—9	405.08	54—13	381.45		
31—1	626.84			54—10	405.07	50—10	381.12	44—8	363.32
35—2	626.44	54—7	491.34			51—11	380.92	40—5	363.12
		52—5	491.01	39—4	401.10	6—1	380.86	42—7	362 83
27—1	600.61			59—14	400.72	56—17	380.74	48—10	362.75
32—3	600.60	12—1	490.43	58—13	400.48	44—5	380.55	52—14	362.72
		22—3	490.43					32—4	362.47
57—4	574.72			57—13	399.88	56—18	379.89	41—7	362.30
22—1	574.56	54—8	484.94	53—10	399.77	55—15	379.88		
		51—5	484.60			45—6	379.82	52—15	361.03
31—2	556.48			52—9	399.22			53—18	360.95
54—4	556.29	52—7	480.19	59—15	399.03	49—9	378.93		
		51—6	480.13			47—7	378.81	40—6	358.65
30—2	553.17	11—1	480.07	11—3	395.94			52—16	358.49
19—1	553.10			55—12	395.83	55—16	377.34		
		52—8	473.78			46—7	377.21	49—12	356.69
49—4	524.85	51—7	473.77	59—17	393.94	52—12	376.98	42—8	356.42
59—6	524.55	50—6	473.75	52—10	393.91	43—5	376.83	51—14	356.31
26—2	524.26	10—1	473.49	8—1	393.62			48—11	356.19
		20—3	473.40			5—1	376.39	52—17	355.94
58—5	521.20			53—11	393.20	53—13	376.15	41—8	355.90
29—3	521.12	50—7	467.39	59—18	393.09	44—6	376.09		
		51—8	467.37	58—14	392.90			59—19	352.30
28—3	520.65			38—4	392.86	55—17	374.79	40—7	352.29
57—5	520.60	49—7	459.90	51—9	392.81	50—11	374.54	51—16	352.07
		48—5	459.85			35—4	374.53		
25—2	518.29			58—15	391.21			49—13	350.00
59—7	518.19	46—4	442.16	37—4	390.81	55—18	373.94	50—14	349.93
		18—2	441.96	57—15	390.61	54—14	373.88	51—17	349.53
58—6	516.73					42—5	373.65		
27—3	516.48	16—2	438.56	47—5	389.64	49—10	373.62	50—15	348.23
57—6	516.13	45—4	438.41	10—3	389.36	45—7	373.46	59—20	347.87
56—5	515.82			55—13	389.14	41—5	373.13		
		44—4	434.68					40—8	345.89
59—8	511.78	14—2	434.33	54—12	388.14	47—8	372.41	48—12	345.82
17—1	511.47			57—16	388.07	43—6	372.37	50—16	345.69
24—2	511.45	18—3	428.18	46—5	388.03	54—15	372.19		
56—6	511.35	42—4	427.79					39—6	342.51
				55—14	387.52	34—4	371.00	49—14	342.43
26—3	510.48	17—3	427.33	51—10	387.50	46—8	370.80	50—18	342.30
58—7	510.37	41—4	427.25	52—11	387.34	51—12	370.57		
				7—1	387.22	52—13	370.29	57—20	339.45
55—5	509.86	58—10	424.10					48—13	339.13
57—7	509.77	56—9	424.03	50—9	386.43	44—7	369.73	56—19	339.11
				58—17	386.12	54—16	369.64	38—5	338.74
56—7	504.99	56—10	418.32	56—15	385.83				
14—1	504.69	55—9	418.08	57—17	385.52	41—6	368.66	49—16	338.20
25—3	504.52					53—14	368.58	59—21	337.98

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN II.

49—18	334.80	33—6	306.89	54—25	289.92	53—27	272.66	46—17	252.96
56—20	334.67	36—8	306.72	49—20	289.58	49—22	272.56	42—13	252.93
38—6	334.27					51—25	272.34		
		34—7	306.05	44—9	288.77	26—4	272.34	49—26	252.50
58—21	330.17	5—2	306.04	52—23	288.73			41—13	252.41
48—15	329.87	53—21	305.85			45—12	270.25	22—4	252.29
39—8	329.75			56—28	287.43	57—31	270.15	44—14	252.26
57—21	329.57	59—27	304.79	50—21	287.19	42—11	269.98	46—18	252.11
		31—4	304.57	45—10	287.19			4—2	251.91
37—7	325.86	55—24	304.45	56—29	286.96	47—13	268.92	45—16	251.76
54—19	325.46					48—21	268.82	54—31	251.73
		54—22	304.01	47—11	285.97	56—30	268.69		
56—21	324.79	32—6	303.88	55—27	285.65	53—28	268.48	44—15	250.57
48—17	324.78	56—25	303.56	52—24	285.60	49—23	268.45	31—5	250.44
		51—20	303.46						
36—5	323.95	35—8	303.18	53—25	284.62	52—27	266.79	39—10	249.88
48—18	323.93	7—3	303.09	46—11	284.37	44—12	266.52	50—28	249.83
59—24	323.60	58—26	302.98			51—26	266.38	53—30	249.74
8—2	323.27			44—10	283.46	25—4	266.38	50—29	249.36
58—22	323.03	50—19	301.51	48—19	283.14	40—10	266.02	45—17	249.21
		30—4	301.25	29—4	282.98	50—25	265.96	40—12	249.09
57—22	322.43								
4—1	322.27	59—28	300.62	28—4	282.51	56—31	265.37	43—14	248.54
		33—7	300.53	51—23	282.32	49—24	265.31	45—18	248.36
35—5	320.41	59—29	300.16					44—16	248.03
53—19	320.16	52—21	299.98	59—30	281.88	43—12	262.80		
		54—23	299.89	42—9	281.87	55—30	262.73	30—5	247.13
36—6	319.48	34—8	299.65	55—28	281.47	52—28	262.62	38—9	246.95
37—8	319.46			41—9	281.34			43—15	246.85
		47—9	297.85	55—29	281.01	48—22	261.69	49—27	246.51
58—23	318.92	55—25	297.61	45—11	280.61	47—14	261.35	53—31	246.43
55—21	318.84	56—26	297.60						
		32—7	297.52	50—22	289.05	51—27	260.38	44—17	245.48
34—5	316.88			43—10	279.74	50—26	260.00	42—14	245.36
7—2	316.86	50—20	297.08	49—21	279.70	44—13	259.83	21—4	245.15
59—25	316.76	58—27	296.98			46—14	259.74	37—9	244.90
		54—24	296.76	52—25	278.76	47—15	259.66	41—14	244.83
35—6	315.94	6—3	296.73	48—20	278.71	42—12	259.62	44—18	244.63
58—24	315.78	57—27	296.38	53—26	278.65	24—4	259.54	43—16	244.31
53—20	315.73	46—9	296.24	59—31	278.57	40—11	259.44		
				27—4	278.34	55—31	259.42	52—30	243.88
55—22	311.70	33—8	294.13	54—27	277.95	41—12	259.09	42—15	243.67
33—5	311.36	49—19	294.01					39—11	243.30
54—21	311.14			44—11	276.88	23—4	256.40	41—15	243.14
59—26	310.79	52—22	292.85	42—10	276.56	51—28	256.21		
6—2	310.50	58—28	292.81			43—13	256.11	30—6	242.66
56—24	310.40	47—10	292.54	41—10	276.03	45—14	255.99	40—13	242.40
		45—9	292.50	50—23	275.94	51—29	255.74	49—28	242.33
52—20	309.87	58—29	292.34	47—12	275.61	46—16	255.51		
35—7	309.58	5—3	292.26			39—9	255.19	49—29	241.87
8—3	309.49	57—28	292.21	58—30	274.07	54—30	255.04	43—17	241.76
				46—12	274.00			38—10	241.64
57—25	308.34	57—29	291.74	54—28	273.78	47—17	254.57	48—26	241.63
32—5	308.34	55—26	291.64	57—30	273.47	48—24	254.44		
		56—27	291.60	54—29	273.32	45—15	254.30	42—16	241.13
51—19	307.89	53—24	291.46	43—11	273.16	50—27	254.00	43—18	240.91
55—23	307.59	32—8	291.11	50—24	272.80	47—18	253.72	41—16	240.60
		46—10	290.93	52—26	272.79			52—31	240.57

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN III.

31—7	239.62	32—9	216.55	37—17	201.61	44—21	189.53	45—24	178.87
37—10	239.59			55—32	201.52	55—35	189.46	33—16	178.83
		39—16	214.45	25—7	201.43	17—4	189.20	43—22	178.67
4—3	238.14	33—10	214.26			36—17	188.88	32—15	178.36
41—17	238.05			26—8	200.99	34—14	188.59	44—23	178.28
42—18	237.73	26—6	213.75	24—6	200.95	53—32	188.53	54—36	178.20
51—30	237.47	27—7	213.39	58—35	200.79	24—8	188.18		
41—18	237.20	34—11	213.20	37—18	200.76	36—18	188.03	47—25	177.39
		47—19	212.93			35—16	187.88	56—38	177.08
48—27	235.63	58—32	212.85	57—35	200.19	32—13	187.62	19—5	176.71
20—4	235.27	48—30	212.72	43—19	200.12	47—23	187.36	20—6	176.68
38—11	235.06					22—7	187.34	53—35	176.46
40—14	234.83	25—5	212.25	35—13	199.69			33—17	176.28
		57—32	212.25	44—20	199.41	34—15	186.89	51—32	176.26
31—8	233.21	59—34	212.13			16—4	186.65		
40—15	233.13	39—17	211.90	56—34	198.94	21—6	186.56	32—16	175.82
37—11	233.01	29—8	211.62	47—21	198.61	40—19	186.41	46—25	175.78
39—12	232.94	46—19	211.32	55—33	198.51	45—22	186.12	42—22	175.49
		32—10	211.24	22—5	198.16	55—36	185.91	33—18	175.43
48—28	231.46	28—8	211.16	23—6	197.81	43—21	185.82	44—24	175.14
50—30	231.09	39—18	211.05			46—23	185.75	41—22	174.96
48—29	231.00			33—12	197.32	53—33	185.52	13—4	174.84
19—4	230.83	36—12	209.92	58—36	197.25	35—17	185.33	42—23	174.56
40—16	230.59	58—33	209.84	46—21	197.00	54—34	185.29	58—39	174.22
				42—19	196.94	23—8	185.05	52—34	174.13
29—5	228.85	48—31	209.41	57—36	196.65			21—8	173.80
35—9	228.62	57—33	209.24	41—19	196.42	58—37	184.51	57—39	173.62
28—5	228.39			34—13	196.16	35—18	184.48	32—17	173.27
40—17	228.05	38—15	208.75			34—16	184.35	51—33	173.24
50—31	227.77	59—35	208.60	43—20	195.69	47—24	184.23	55—37	173.18
		47—20	208.50	36—14	195.66	15—4	184.11	53—36	172.92
40—18	227.20	37—14	208.39	56—35	195.41	57—37	183.91		
36—10	226.85			25—8	195.02			32—18	172.42
		25—6	207.79			33—14	183.06	19—6	172.24
34—9	225.09	33—11	207.68	24—7	194.59	52—32	182.67	40—21	172.09
38—12	224.70	45—19	207.58	32—12	194.31	42—21	182.63	45—25	172.03
29—6	224.39	56—32	207.47	36—15	193.96	46—24	182.62		
27—5	224.22	26—7	207.39	54—32	193.83	58—38	182.46	47—26	171.42
28—6	223.92	27—8	206.99	22—6	193.70	14—4	182.42	43—24	171.42
49—30	223.59	46—20	206.89			44—22	182.39	42—23	171.38
35—10	223.31	37—15	206.70	45—21	193.26	41—21	182.10	55—38	171.13
		35—12	206.37	55—34	192.98	59—39	182.03	41—23	170.85
59—32	220.67	38—16	206.21			45—23	182.01	52—35	170.60
49—31	220.28			42—20	192.51	40—20	181.98	20—7	170.32
36—11	220.27	24—5	205.41	59—37	192.33	57—38	181.86	39—19	170.27
		59—36	205.06	35—14	192.11	34—17	181.81	50—32	169.88
34—10	219.78	32—11	204.67	41—20	191.98	54—35	181.76	46—26	169.81
27—6	219.75	56—33	204.46	56—36	191.87	33—15	181.37		
33—9	219.57	58—34	204.32	47—22	191.48	20—5	181.14	44—25	168.30
		37—16	204.16	23—7	191.45	34—18	180.96	42—24	168.24
26—5	218.22	44—19	203.84	36—16	191.42	22—8	180.93	12—4	168.16
29—7	218.03	57—34	203.72	21—5	191.03				
38—13	218.02	38—17	203.66	54—33	190.81	21—7	180.20	51—34	167.72
59—33	217.66			33—13	190.64	32—14	180.05	41—24	167.71
28—7	217.56	36—13	203.23	35—15	190.42	53—34	179.99		
		45—20	203.14	59—38	190.28	52—33	179.66	52—36	167.06
39—15	216.99	34—12	202.85	18—4	190.05			50—33	166.86
35—11	216.71	38—18	202.81	46—22	189.87	56—37	179.13		

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN IV.

45—26	166.07	50—36	154.27	59—46	140.98	18—6	131.46	36—23	121.67
59—40	165.89			46—30	140.90	28—10	131.29	54—44	121.62
19—7	165.88	56—40	152.70	58—44	140.64	37—24	131.27	51—40	121.48
39—20	165.83	43—27	152.62	38—22	140.57	50—39	131.24	48—38	121.12
54—37	165.48	52—38	152.28	34—19	140.17	57—47	130.96	26—10	121.11
47—27	165.42	59—43	152.18	57—44	140.04	17—6	130.61	13—5	120.72
		44—28	152.16			33—20	130.21	27—11	120.54
40—22	164.95			50—38	139.48	44—31	130.11	38—26	120.52
43—25	164.58	44—29	151.70	48—35	139.44	15—5	129.98	25—9	120.47
51—35	164.19	48—32	151.51	59—47	139.37	31—13	129.72	31—15	120.46
20—8	163.91	10—4	151.22	35—20	139.26	43—30	129.70	33—21	120.33
46—27	163.81	40—25	150.86	47—31	139.20	35—21	129.38	55—47	120.22
54—38	163.43			54—40	139.05	55—44	129.31	53—43	120.04
		49—35	150.31	56—43	138.98	54—41	129.04		
49—32	162 38	30—10	150.03	40—27	138.90	39—26	128.76	15—7	119.16
44—26	162.33	53—39	149.89	37—22	138.52	54—42	128.52	30—14	118.84
38—19	162.03					14—5	128.29	34—22	118.71
		41—27	148.91	51—39	137.62	16—6	128.06	18—8	118.69
42—25	161.40	39—22	148.81	46—31	137.59	52—40	127.89	39—28	118.59
50—34	161.34	48—33	148.50			56—46	127.78	36—24	118.53
47—28	161.25	59—44	148.46	45—30	137.16			37—26	118.47
41—25	160.87	43—28	148.44	29—9	137.07	32—20	127.20	35—23	118.13
40—23	160.84	58—41	148.07	58—45	136.91	27—10	127.12	39—29	118.12
47—29	160.79	43—29	147.98	55—41	136.74			31—16	117 92
51—36	160.65	51—37	147.91	28—9	136.60	42—30	126.52	52—41	117.89
		38—21	147.71	38—23	136.46	38—25	126.48	54—45	117 88
53—37	160.19	58—42	147.54	31—12	136.41	26—9	126.43	17—8	117.84
45—27	160.07	57—41	147.47	57—45	136.31	30—13	126.41	14—7	117.47
37—19	159.98	36—19	147.24	55—42	136.21	43—31	126.39	52—42	117.36
46—28	159.64	57—42	146.94	18—5	135.92	56—47	126.17	32—21	117.32
19—8	159.48	49—36	146.77	48—36	135.90	41—30	126.00	30—15	117.15
49—33	159.37	31—11	146.77	34—20	135.74	34—21	125.85		
46—29	159.18	55—40	146.74			36—22	125.78	53—44	116.32
				56—44	135.26	55—45	125.58	13—6	116.25
31—9	158.66	9—4	145.91	17—5	135.07	15—6	125.52	40—30	115.99
43—26	158.61	51—38	145.86	40—28	134.73	54—43	125.34		
		37—21	145.66	39—25	134.72	29—11	125.18	31—17	115.37
53—38	158.14	42—28	145.26	33—19	134.65	18—7	125.10	16—8	115.30
58—40	158.08	40—26	144.90	37—23	134.41	28—11	124.71	25—10	115.16
50—35	157.81	42—29	144.80	40—29	134.26	37—25	124.43	50—40	115.10
11—4	157.80	41—28	144.74	49—37	134.04	17—7	124.25	35—24	114.99
40—24	157.70	59—45	144.72	45—31	133.84			29—12	114.82
38—20	157.59	39—23	144.70	53—40	133.75	14—6	123.83	30—16	114.60
57—40	157.48	58—43	144.36	44—30	133.42	53—41	123.75	34—23	114.60
		41—29	144.27	38—24	133.32	49—39	123.74	26—11	114.54
44—27	156.34	52—39	144.03	58—46	133.16			31—18	114.52
39—21	155.95	57—43	143.76	30—12	133.10	53—42	123.22	38—27	114.52
45—28	155.90	35—19	143.70	55—43	133.03	42—31	123.21	28—12	114.36
59—41	155.89	30—11	143.46	36—21	132.92	48—37	123.17	52—43	114.18
37—20	155.54			57—46	132.57			54—46	114.14
42—26	155.43	48—34	142.97	16—5	132.53	39—27	122.76	12—5	114.03
45—29	155.43	36—20	142.81	27—9	132.43	41—31	122.68	24—9	113.63
59—42	155.36	56—41	142.69						
30—9	155.34	47—30	142.51	49—38	131.99	35—22	122.24	33—22	113.19
54—39	155.19	56—42	142.16	29—10	131.76	31—14	122.15	48—39	112.87
41—26	154.91			32—19	131.63	55—46	121.83	15—8	112.75
		39—24	141.56	58—47	131.56	16—7	121.70	40—31	112.67
52—37	154.33	50—37	141.53	56—45	131.53			53—45	112.59

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN V.

54—47	112.53	29—14	100.56	49—44	90.17	25—17	77.18	33—30	64.22
37—27	112.47	51—45	100.31	32—26	90.12	24—14	77.12	46—36	64.08
		28—14	100.10	26—14	89.93	21—12	76.99	45—35	63.88
30—17	112.06	39—30	99.85	37—30	89.55	36—30	76.82	44—34	63.67
36—25	111.69	36—27	99.73	20—9	89.35	46—33	76.68		
51—41	111.47			27—17	89.15	25—18	76.33	22—17	63.09
34—24	111.46	21—9	99.24			45—32	75 94	21—14	62.73
30—18	111.21	11—6	99.21	50—47	88.58	48—45	75.58	19—12	62.68
14—8	111.06	33—25	99.10	34—28	88.49	24—15	75.43	42—33	62.30
51—42	110 94	29—15	98.87	27—18	88.29			22—18	62.24
		34—26	98.66	38—31	88.29	23—14	73.98		
23—9	110.49	23—11	98.60	23—12	88.24	31—19	73.73	58—48	61.34
52—44	110.46	28—15	98.40	26—15	88.23	36—31	73.50	32—30	61.21
38—28	110.35	25—12	98.22	34—29	88.02	35—30	73.28	21—15	61.04
27—12	110.18					19—11	73.03	33—31	60.91
32—22	110.18	50—44	97.66	21—11	87.35	45—33	72.93	57—48	60.75
13—7	109.89	49—41	97.60	9—6	87.32	24—16	72.89	20—13	60.42
38—29	109.88	26—13	97.50	33—27	87.14	47—34	72.76	45—36	60.34
12—6	109.57	10—5	97.10					44—35	60.15
		49—42	97.07	48—41	86.73	23—15	72.29	43—34	59.95
33—23	109.08	12—8	96.80	11—8	86.44	44—32	72.21		
53—46	108.84	48—40	96.73	49—45	86.44	48—46	71.82	6—4	58.59
25—11	108.58	51—46	96.57	10—7	86.27			21—16	58.50
24—10	108.32	39—31	96.53	37—31	86.24	8—4	71.35	59—49	58.29
37—28	108.30	29—16	96.33	48—42	86.20	46—34	71.15	32—31	57.90
35—25	108.15	35—27	96.19					42—34	57.77
29—13	108.13	32—25	96.09	19—9	84.92	30—19	70.42		
37—29	107.83	27—14	95.92	24—13	84.69	2—1	70.36	44—36	56.60
51—43	107.76	28—16	95.86			24—17	70.34	43—35	56.43
28—13	107.67	36—28	95.56	3—1	84.13	21—13	70.31	41—34	56.25
49—40	107.60			22—12	84.13	48—47	70.21	30—21	56.10
53—47	107.23	36—29	95.09	32—27	84.13	35—31	69.96	19—13	55.99
		51—47	94.96	20—10	84.04	22—14	69.87	56—48	55.96
52—45	106.72			25—14	83.96	23—16	69.75	21—17	55.95
22—9	106.38	22—11	94.49			34—30	69.75		
32—23	106.07	27—15	94.23	26—17	83.15	24—18	69.49	21—18	55.10
33—24	105.94	50—45	93.93	48—43	83.02	31—20	69.30	40—32	54.78
36—26	105.73	21—10	93.93	33—28	82.97	47—35	69.23		
		49—43	93.89	49—46	82.69	44—33	69.20	42—35	53.25
23—10	105.18	29—17	93.78	33—29	82.50	59—48	69.16	47—37	52.96
50—41	105.09			26—18	82.30			43—36	52.88
		28—17	93.32	25—15	82.27	43—32	68.49	20—14	52.85
34—25	104.62	33—26	93.14			22—15	68.18	41—35	52.72
50—42	104.56	29—18	92.93	23—13	81.56				
26—12	104.19	11—7	92.85	47—32	81.30	46—35	67.62	31—22	52.28
51—44	104.04	34—27	92.66	49—47	81.08	45—34	67.41	29—19	52.14
11—5	103.67	10—6	92.63	9—7	80.96	23—17	67.20	40—33	51.76
13—8	103.49	28—18	92.47			20—12	67.11	28—19	51.68
27—13	103.41			32—28	79.95			46—37	51.35
12—7	103.21	35—28	92.02	10—8	79.87	34—31	66.43	20—15	51.16
52—46	102.98	9—5	91.79	25—16	79.73	23—18	66.35	47—38	50.90
32—24	102.93	27—16	91.69	46—32	79.69	30—20	65.99	59—50	50.79
		38—30	91.61	19—10	79.61	47—36	65.69	58—49	50.47
24—11	101.74	35—29	91.55	32—29	79.49	22—16	65.64		
50—43	101.38	25—13	91.53	48—44	79.30	43—33	65.48	55—48	50.01
52—47	101.37	24—12	91.38			42—32	65.31	57—49	49.87
22—10	101.07			20—11	77.47	7—4	64.95	42—36	49.70
		50—46	90.19	22—13	77.44	41—32	64.78		

Zuurstof A, Plücker.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN VI.

46—38	49.30	42—37	36.97	37—33	25.33	15—12	15.95	55—54	7.69
41—36	49.18	58—51	36.60	55—51	25.26	26—23	15.94	18—14	7.63
30—22	48.97	14—9	36.50	46—40	24.91	36—32	15.61	14—13	7.57
20—16	48.62	41—37	36.44	56—52	24.80			50—49	7.50
19—14	48.42			51—48	24.75	18—13	15.20	46—44	7.48
31—23	48.17	57—51	36.00	14—11	24.62	46—41	14.91	45—43	7.45
		39—33	35.62	40—38	24.38	38—36	14.79	44—41	7.43
29—20	47.71	25—19	35.54	58—53	24.32	24—21	14.39	24—22	7.25
45—37	47.60	16—10	35.43	24—20	24 27	46—42	14.38	22—21	7.14
27—19	47.51			54—50	23.95	17—13	14.35	36—34	7.07
28—20	47.25	42—38	34.92	57—53	23.72	21—19	14.32	44—42	6.90
		30—25	34.88	13—10	23.62	14—12	14.26	25—24	6.84
40—34	46.24			29—24	23.44	25—22	14.09	17—14	6.78
20—17	46.07	44—39	33.58			51—49	13.88	13—12	6.69
		27—21	33.19	39—36	23.03	3—2	13.77	11—10	6.58
45—38	45.55	15—10	32.89	28—24	22.97	43—40	13.71	52—51	6.41
20—18	45.22			30—27	22.91	56—54	13.65	8—7	6.40
56—49	45.09	18—11	32.25					51—50	6.38
31—24	45.03	31—26	32.22	12—9	22.24	59—56	13.20	7—6	6.36
30—23	44.85	59—53	32.14	31—28	22.05	55—53	12.99	27—26	6.00
				27—23	21.94	47—43	12.81	26—25	5.96
59—51	44.41	55—50	31.64	18—12	21.89	26—24	12.80	56—55	5.95
19—16	44.18	54—49	31.45	38—34	21.86	52—50	12.79	18—15	5.94
18—9	44.13	17—11	31.40	31—29	21.59	8—6	12.76	53—52	5.86
44—37	43.87	56—51	31.22	22—19	21.45	37—36	12.74	34—33	5.52
		14—10	31.19	25—21	21.23	36—33	12.59	58—56	5.38
17—9	43.28	52—48	31.16	45—40	21.17	53—51	12.27	47—45	5.35
27—20	43.07	25—20	31.11	23—20	21.13	35—32	12.06	10—9	5.31
58—50	42.98			17—12	21.04	27—25	11 96	54—53	5.30
40—35	42.71	29—22	30.69			11—9	11.89	17—15	5.09
47—39	42.66	38—32	30.39	52—49	20.29	16—13	11.81	57—56	4.78
57—50	42.38	28—22	30.22	26—22	20.05			29—27	4.64
54—48	42.32	58—52	30.18	37—34	19.81	58—55	11.33	6—5	4.47
		39—34	30.10			23—21	11.25	20—19	4.43
44—38	41.82	43—39	29.86	59—55	19.15	46—43	11.20	16—14	4.23
30—24	41.72	57—52	29.59	58—54	19.03	45—41	11.16	28—27	4.17
19—17	41.63			56—53	18.94	54—52	11.16	23—22	4.11
26—19	41.51	13—9	28.93	55—52	18.85	49—48	10.87	46—45	3.74
		30—26	28.91	27—24	18.80	7—5	10.83	45—44	3.73
46—39	41.05	16—11	28.85	30—28	18.74	57—55	10.73	44—43	3.72
19—18	40.79	24—19	28.70	53—50	18.65	29—26	10.63	43—41	3.71
16—9	40.74	37—32	28.34	16—12	18.49	45—42	10 63	36—35	3.54
				57—54	18.43	42—40	10.53	35—34	3.53
40—36	39.17	38—33	27.38	50—48	18.37	12—11	10.36	18—16	3.40
55—49	39.14	26—21	27.19	38—35	18.33	39—37	10.29	31—30	3.31
18—10	38.82	59—54	26.84	30—29	18.28	28—26	10.17	43—42	3.18
39—32	38.63	42—39	26.68			41—40	10.01	24—23	3.14
		29—23	26.58	54—51	17.57	25—23	9.98	33—32	3.01
15—9	38.20	39—35	26.57	44—40	17.43	21—20	9.88		
31—25	38.19	47—40	26.52	8—5	17.23			17—16	2.55
43—38	38.10	40—37	26.43	13—11	17.04	15—13	9.26	16—15	2.54
59—52	38.00	15—11	26.31	22—20	17.02	47—44	9.09	38—37	2.05
17—10	37.97	31—27	26.23	12—10	16.93	35—33	9.05	15—14	1.69
29—21	37.83	53—49	26.15	29—25	16.60			47—46	1.61
56—50	37.60	41—39	26.15	47—41	16.52	34—32	8.54		
28—21	37.36	28—23	26.11	37—35	16.28	59—57	8.41	18—17	0.85
45—39	37.31	27—22	26.05	40—39	16.14	39—38	8.24	58—57	0.60
26—20	37.08			28—25	16.13			42—41	0.53
53—48	37.02	23—19	25.57	47—42	15.99	59—58	7.81	29—28	0.46

Zuurstof B, Schuster.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN I.

45—1	379.21	46—8	270.63	47—12	247.70	28—1	233 48	41—14	215.49
48—2	378.96	49—10	270.36	45—11	247.47	39—8	233.11	35—7	215.35
						42—13	232.81		
44—1	378.15	42—7	236.13	40—4	246.43	31—4	232.72	34—7	213.34
50—4	378.06	43—8	265.87	48—14	246.43			24—2	213.17
				44—11	246.41	38—5	232.16	27—4	213.10
49—4	376.99	50—11	263.46	33—3	246.28	30—4	231.78	25—3	213.09
47—2	376.83	46—9	263.17	47—13	246.00	43—16	231.48	41—15	212.94
						42—14	231.12	26—4	212.64
45—2	373.65	49—11	262.38	46—12	245.57			38—9	212.41
48—3	373.37	45—9	262.12	42—10	245.44	41—10	229.80	23—2	212.25
				39—5	245.41	29—2	229.78	40—11	212.04
42—1	369.20	44—9	261.06			26—1	229.77		
46—3	369.13	48—10	260.75	45—12	244.52	37—5	229.63	50—17	211.16
		50—12	260 50	47—14	244.31			39—11	211.01
48—4	367.38			31—2	244.30	38—6	227.26		
44—3	367.01	42—8	259.56	41—8	243.93	36—5	227.11	49—17	210.09
		49—12	259.43	32—3	243.91			37—9	209.88
43—4	358.38			48—15	243 89	40—9	226.68	41—16	209.53
42—3	358.06	50—13	258.81	46—13	243.88	38—7	226.44		
		47—10	258.63	43—11	243.77			40—12	209.08
39—1	342.75	43—9	258.42	44—12	243.46	37—6	224.73	35—8	208.77
41—3	342.43			30—2	243.36	27—2	224.68		
		49—13	257.74					22—1	208.24
37—1	326.97	33—1	257.42	44—13	241.77	25—1	224.23	39—12	208.06
40—4	326.65	50—14	257.12	47—15	241.76	26—2	224.22		
				40—6	241.53	29—3	224.20	24—3	207.59
35—1	318.41	46—10	256.51	45—14	241.13	37—7	223.91	40—13	207.39
38—3	318.36	41—5	256.22	43—12	240.82			36—9	207.36
		49—14	256.04	40—7	240.71	28—3	222.34	50—18	207.16
36—4	307.32			39—6	240.51	36—6	222.20	25—4	207.10
25—3	307.27	45—10	255.45	48—16	240.48	41—11	221.83	21—1	206.88
		32—1	255.05	33—4	240.29			34—8	206.77
50—7	292.13			44—14	240.07	36—7	221.38	23—3	206.67
49—6	291.88	50—15	254.57	39—7	239.69	35—5	221.07	39—13	206.37
		44—10	254.39	46—15	239.64			49—18	206.09
48—6	282.27					40—10	220.02	38—10	205.74
45—5	281.87	42—9	252.10	31—3	238.71	38—8	219.86	40—14	205.70
		33—2	251.87	45—15	238.58				
43—5	278.17	43—10	251.75	47—16	238.35	27—3	219.10	37—10	203.21
50—9	278.10					34—5	219.07	40—15	203.15
46—6	278.02	41—6	251.32	32—4	237.92	39—10	218.99		
		50—16	251.16	30—3	237.77	41—12	218.87	22—2	202.69
46—7	277.20			44—15	237.52	24—1	218.72	19—1	202.36
49—9	277.03	47—11	250.65	42—11	237.46	25—2	218.68	39—15	202.12
45—6	276.96	41—7	250.50	43—14	237.43	26—3	218.63		
								24—4	201.59
45—7	276 14	49—16	250.09	41—9	236.47	29—4	218.21	21—2	201.33
44—6	275.91	31—1	249.85	46—16	236.23	23—1	217.81	35—9	201.32
		48—12	249.82						
44—7	275.09	32—2	249.50	29—1	235.34	37—8	217.33	36—10	200.69
48—8	274.87			45—16	235.17	41—13	217.18	23—4	200.68
		30—1	248 91	43—15	234.88			48—17	200.48
47—8	272.75	46—11	248.53	42—12	234.50	28—4	216.35		
43—7	272.45	48—13	248.13	40—8	234.14	35—6	216.17	39—16	198.72
				44—16	234.12				

Zuurstof B, Schuster.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN II.

20—2	198.62	36—15	183.82	43—22	167.27	42—23	151.39	42—26	139.43
47—17	198.35	35—12	183.72	17—4	166.90	43—25	151.28	30—8	139.27
				42—19	166.83	41—19	151.20	49—32	139.07
22—3	197.10	18—2	182.48	48—23	166.70	48—28	151.03	42—27	138.95
19—2	196.81	48—19	182.14					37—18	138.94
48—18	196.48	35—13	182.03	48—24	165.79	46—26	150.50	39—20	138.58
46—17	196.23	34—12	181.72	41—18	165.54	42—24	150.47	16—2	138.48
				50—26	165.42			14—1	138.08
37—11	195.23	36—16	180.41	42—20	165.03	45—26	149.44	29—5	138.00
45—17	195.17	48—20	180.34	50—27	164.96	41—20	149.40	32—9	137.96
38—12	194.81	35—14	180.33	47—23	164.58	48—29	149.17	50—33	137.77
35—10	194.65	34—13	180.02	49—26	164.35	45—27	148.97		
47—18	194.36	47—19	180.02			47—28	148.91	40—21	136.89
44—17	194.12			49—27	163.89			49—33	136.70
		17—2	178.48	47—24	163.66	44—27	147.92	36—18	136.42
38—13	193.12	34—14	178.33			33—8	147.78	13—1	136.38
20—3	193.03	47—20	178.22	46—23	162.46	31—6	147.61	28—5	136.14
50—19	192.83	46—19	177.90	42—21	162.31			39—21	135.87
36—11	192.71	35—15	177.78			47—29	147.05	41—23	135.76
34—10	192.65	48—21	177.63	50—28	161.72	31—7	146.79	42—28	135.72
37—12	192.28	50—23	177.39	46—24	161.54	46—28	146.79	48—30	135.60
46—18	192.24			45—23	161.40	41—21	146.68	40—22	135.53
		18—3	176.89			30—6	146.67	15—2	135.07
49—19	191.76	45—19	176.84	42—22	160.95	50—30	146.28	41—24	134.84
43—17	191.48	50—24	176.47	49—28	160.64			12—1	134.69
38—14	191.42	49—23	176.31	45—24	160.48	30—7	145.85	48—31	134.66
19—3	191.23	48—22	176.27	44—23	160.34	43—26	145.74	39—22	134.51
45—18	191.18	46—20	176.10	48—25	160.28	45—28	145.73	35—17	134.38
22—4	191.11	44—19	175.79	33—5	160.08	38—17	145.47		
50—20	191.03	34—15	175.78	50—29	159.86	32—8	145.41	42—29	133.86
		47—21	175.50	40—17	159.74	50—31	145.34	33—10	133.66
44—18	190.12	49—24	175.40	44—24	159.43	41—22	145.32	47—30	133.48
49—20	189.95	45—20	175.04			43—27	145.28	29—6	133.09
36—12	189.76			49—29	158.78	49—30	145.21	16—3	132.89
21—4	189.75	35—16	174.38	39—17	158.72	42—25	144.96	27—5	132.89
		47—22	174.14	32—5	157.71	46—29	144.93	31—9	132.76
37—14	188.89	44—20	173.98	43—23	157.70	44—28	144.67	47—31	132.54
38—15	188.88					49—31	144.27	14—2	132.52
		46—21	173.38	46—25	156.03	16—1	144.03	26—5	132.43
50—21	188.31	43—19	173.15	40—18	155.75	45—29	143.87	34—17	132.37
36—13	188.06	17—3	172.90					29—7	132.27
18—1	188.03			33—6	155.18	37—17	142.94		
		34—16	172.37	45—25	154.97	44—29	142.81	30—9	131.82
43—18	187.48	45—21	172.32	48—26	154.74			11—1	131.74
49—21	187.24	46—22	172.02	39—18	154.72	38—18	141.47	46—30	131.36
20—4	187.04			33—7	154.36	40—19	141.41	32—10	131.29
50—22	186.95	43—20	171.34	48—27	154.30			28—6	131.23
35—11	186.67	44—21	171.27	44—25	153.92	15—1	140.63		
36—14	186.37	45—22	170.96			36—17	140.41	28—7	130.42
37—15	186.35	50—25	170.96	32—6	152.81	39—19	140.39	46—31	130.41
		18—4	170.90	47—26	152.62	33—9	140.33	35—18	130.33
38—16	185.47			31—5	152.51	31—8	140.21	45—30	130.30
19—4	185.23	44—5	169.91	47—27	152.15	43—29	140.17		
42—17	185.16	49—25	169.89	32—7	151.99	50—32	140.14	15—3	129.49
		41—17	169.53					48—32	129.46
17—1	184.03			30—5	151.57	40—20	139.61	45—31	129.36

Zuurstof B, Schuster.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN III.

41—25	129.33	33—13	121.04	39—26	112.98	8—2	104.09	35—25	94.18
44—30	129.24	14—4	120.95	26—9	112.68	21—7	103.82	38—29	94.16
12—2	129.14	44—33	120.73	10—3	112.62	41—31	103.71	23—10	94.05
		11—3	120.60	30—13	112.53	29—11	103.60	40—31	93.91
34—18	128.38	27—8	120.59	39—27	112.52			27—13	93.85
44—31	128.30	23—5	120.47	34—20	112.24	7—1	103.06	39—30	93.84
27—6	127.99	43—32	120.46			37—25	102.74	37—28	93.49
		32—12	120.36	42—33	111.78			26—13	93.39
26—6	127.53	42—30	120.29	31—14	111.77	6—1	102.24		
47—32	127.34	36—20	120.28	38—23	111.69	20—6	101.93	39—31	92 90
27—7	127.17	26—8	120.13	29—10	111.58	28—11	101.74	28—15	92.85
38—19	127.14	37—21	120.09	9—2	111.54	24—9	101.63	19—8	92.72
48—33	127.09	41—28	120.09	35—21	111.53			8—4	92.51
14—3	126.94					20—7	101.11	25—11	92.50
16—4	126.90	40—25	119.54	32—16	111.02	23—9	100 72	34—25	92.17
25—5	126.89	42—31	119.34	22—5	110.90	29—12	100 65	27—14	92.15
26—7	126.71	33—14	119.34	30—14	110.83	35—23	100.60	7—3	91.92
43—30	126.60	13—4	119.25	38—24	110.78	25—10	100.47	5—2	91.79
						36—8	100.21	26—14	91.69
11—2	126.18	37—22	118.73	40—28	110.30	19—6	100.12	37—29	91.63
31—10	126.09	32—13	118.67	35—22	110.17	9—4	99 96	29—16	91.50
40—23	125.97	39—25	118.52			38—26	99.73	22—9	91.15
29—8	125.70	29—9	118.25	28—10	109.72	35—24	99.69	6—3	91.11
33—11	125.68	41—29	118.23	8—1	109.64	19—7	99.30	36—28	90.97
43—31	125.66	10—2	118.21	21—5	109.54	38—27	99.27	18—5	90.69
38—20	125.33	31—11	118.11	34—21	109.52	29—3	98.95		
13—3	125.25	43—33	118.09	39—28	109.27	28—12	98 79	21—9	89.79
46—32	125.22			31—15	109.22	22—8	98.60	27—15	89.61
30—10	125.15	36—21	117.56	37—23	109.16	34—23	98.60	25—12	89.54
40—24	125.05	12—4	117.56	24—8	109.08	41—32	98.52	28—16	89.45
47—33	124.97	30—11	117.17			8—3	98.50	26—15	89.14
39—23	124.94	9—1	117.09	40—29	108.44	27—11	98.50	36—29	89.11
37—19	124.61	32—14	116.97	30—15	108.28			40—32	88.73
		33—15	116.79	37—24	108.25	26—11	98.03	35—26	88.64
45—32	124.16	24—6	116.48	23—8	108.17	34—24	97.68		
39—24	124 03	28—9	116.39	34—22	108.16	7—2	97.42	35—27	88.18
28—8	123.84	36—22	116.20			5—1	97.34	25—13	87.85
41—26	123.79	35—19	116.05	39—29	107.41	29—14	97.26	39—32	87.70
10—1	123.76	24—7	115.66	25—9	107.14	21—8	97.24	20—9	87 08
12—3	123.55	23—6	115.56	20—5	106.83	37—26	97.20	24—11	86.99
15—4	123.50	31—12	115.16	36—23	106.64	28—13	97.09	17—5	86.69
41—27	123.33			10—4	106.63	37—27	96.74	34—26	86.64
32—11	123.31	23—7	114.74	27—10	106.47	6—2	96.69	40—33	86.36
44—32	123.10	11—4	114.61					5—3	86.20
46—33	122.85	25—8	114.59	26—10	106.01	41—33	96.15	27—16	86.20
37—20	122.80	32—15	114.42	22—6	106.00	38—28	96.02	34—27	86.17
33—12	122.73	35—20	114.24	9—3	105.95			25—14	86.15
38—21	122.62	30—12	114.22	31—16	105.82	27—12	95.54	23—11	86.07
		42—32	114.15	36—24	105.72	28—14	95.40	7—4	85.93
36—19	122.08	34—19	114.04			26—12	95.08	18—6	85.79
25—6	121.99	40—26	114.01	38—25	105.27	24—10	94.96	26—16	85.74
45—33	121.79			22—7	105.18	40—30	94.87		
		40—27	113.54	19—5	105.02	29—15	94.71	39—33	85.33
24—5	121.38	31—13	113.47	30—16	104.88	36—26	94.68	19—9	85.27
38—22	121 26	33—16	113.39	41—30	104.66	20—8	94.53	6—4	85.11
25—7	121 17	27—9	113.14	21—6	104.64	36—27	94.21	18—9	84.97
								35—28	84.93

Zuurstof B. Schuster.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN IV.

21—10	83.12	49—36	69.67	47—36	57.84	42—36	44.75	33—25	33.49
23—12	83.12	37—33	69.55	48—37	57.54	30—20	44.74	29—19	32.97
35—29	83.07	35—30	69.50					43—39	32.76
34—28	82.93	20—12	69.48	46—36	55.82	17—15	43.41	12—6	32.45
		36—32	69.40	47—37	55.41	15—5	43.28		
17—6	81.79	33—18	69.39	33—19	55.06	31—21	42.97	31—23	32.04
23—13	81.42			48—38	55.01			43—40	31.73
34—29	81.07	21—14	68 80	45—36	54.76	42—37	42.22	12—7	31.63
17—7	80.97	35—31	68.56			27—18	42.20		
24—14	80.64	50—37	68.22	44—36	53.70	30—21	42.03	29—20	31.17
38—30	80.59	48—34	68.10	18—12	53.34	16—6	41.79	31—24	31.13
20—10	80.41	20—13	67.79	46—37	53.29	48—39	41.76	28—2	31.11
5—4	80.21	19—12	67.67	33—20	53.25	26—18	41.74	30—23	31.10
25—16	80.20	22—15	67.62	47—38	52.88	50—41	41.63	15—8	30.99
		34—30	67.50	42—34	52.79	31—22	41.61	48—41	30.95
23—14	79.73	49—37	67.15	32—19	52.69			32—25	30.82
38—31	79.65	36—33	67.03	50—39	52.44	16—7	40.97	24—18	30.69
		32—18	67.02	17—11	52.30	14—5	40.74		
50—34	78 79	17—9	66.94	45—37	52.23	48—40	40.74	20—24	30.17
19—10	78.60	54—31	66.56			30—22	40.67	23—18	29.78
18—8	78.39	21—15	66.26	18—13	51.65	49—41	40.56	11—6	29.49
24—15	78.10	48—35	66.10	50—40	51.42	25—17	40.20	28—20	29.31
37—30	78.06	20—14	66.09	49—39	51.37	17—16	40.00	41—36	29.12
49—34	77.71	47—34	65.98	29—17	51.30	42—38	39.69	47—41	28.82
		19—13	65.98	44—37	51.18	47—39	39.64	11—7	28.67
23—15	77.18	31—17	65.82	43—36	51.06	33—23	39.61	29—21	28.45
37—31	77.12	50—38	65.69	32—20	50.88			14—8	28.44
50—35	76.78			42—35	50.78	13—5	39.04		
22—11	76.50	30—17	64.88	46—38	50.76	33—24	38.70	27—19	27.87
		49—38	64.62	33—21	50.54	47—40	38.61	33—26	27.65
49—35	75.71	19—14	64.28	49—40	50.34	15—6	38.38	26—19	27.41
36—30	75.54	18—10	64.27	18—14	49.95			40—17	27.37
21—11	75.15	22—16	64.21	45—38	49.70	15—7	37.56	32—27	27.19
		47—35	63.98	28—17	49.44	46—39	37.52	29—22	27.09
24—16	74.69	46—34	63.86	17—12	49.34	12—5	37.35	16—9	26.94
36—31	74.60	20—15	63.54	33—22	49.18	32—23	37.24	13—8	26.74
17—8	74.39	35—32	63.36			41—34	37.16	46—41	26.70
				44—38	48.65			28—21	26.59
23—16	73.77	21—16	62.85	43—37	48.54	46—40	36.49	41—37	26.59
22—12	73.55	45—34	62.80	32—21	48.17	45—39	36.46	42—39	26.45
38—32	73.45					32—24	36.33	10—5	26.42
33—17	73.39	46—35	61.85	17—13	47.65	25—18	36.20	39—17	26 34
		31—18	61.82	31—19	47.49	14—6	35.83	27—20	26.06
20—11	72 43	44—34	61.74	18—15	47.40			50—42	26.00
21—12	72.19	19—15	61.74	29—18	47.31	45—40	35 43	45—41	25.64
38—16	72.08	34—32	61.36			44—39	35.40	30—25	25.62
37—15	71.92	35—33	60.99	32—22	46.81	41—35	35.15	26—20	25.60
22—13	71.86	30—18	60.88	16—5	46.69	14—7	35.02	42—40	25.42
		45—35	60.80	30—19	46.55	24—17	34.69	40—35	25.36
32—17	71.02			27—17	46.20	11—5	34.40	32—26	25.28
18—9	70.94	17—10	60.27	43—38	46.01	16—8	34.39	28—22	25.24
50—36	70.75	20—16	60.14	17—14	45.95	44—40	34.37	12—8	25.05
19—11	70.63	48—36	60.06	26—17	45.74	13—6	34.14	49—42	24.92
21—13	70.50	44—35	59.74	31—20	45.68	23—17	33.77	32—10	24.82
22—14	70.16			28—18	45.45			30—25	24.68
		43—34	59.10			13—7	33.32	44—41	24.58
		34—33	58.99					39—35	24.34

Zuurstof B, Schuster.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN V.

22—17	24.21	19 - 17	18.33	30—29	13.57	36—17	8.04	47—44	4.24
41—38	24.06	39—36	18.30	39—38	13.25	11—10	7.98	22—20	4.07
32—28	23.94			47—42	13.19	16—13	7.65	18—17	4.00
		12—9	17.70	38—34	13.09	33—31	7.57	28—26	3.71
15—9	23.53	29—23	17.53	50—47	12.81	9—8	7.45	45—43	3.70
27—21	23.35	25—21	17.35	13—10	12.62	8—6	7.40	16—15	3.41
		4—1	17.13	27—23	12.43			14—12	3.39
26—21	22.89	50—44	17.04	8—5	12.30	47—43	6.88	28—27	3.24
21—17	22.85	15—10	16.87	16—11	12.29	10—9	6.67	47—45	3.18
		40—37	16.80	26—23	11.96	8—7	6.58	12—11	2.95
11—8	22.10	29—24	16.61	24—21	11.84	25—23	6.42	21—20	2.71
33—29	22.08	31—28	16.37	49—47	11.73	48—44	6.36	44—43	2.64
27—22	21.99	24—19	16.36	4—2	11.58	14—11	6.34	15—14	2.55
43—41	21.94	20—18	16.14	27—24	11.51	43—42	6.31	38—37	2 53
25—19	21.87	25—22	15.99	3—1	11.14	32—30	6.14	37—36	2.52
32—28	21.57	50—45	15.99	29—25	11.10	36—35	6.04	33—32	2.37
26—22	21.53	49—44	15.97	38—35	11.09	27—25	6.00	48—47	2.12
10—6	21.52	39—37	15.78	46—42	11.07	4—3	5.99	47—46	2.12
		28—23	15.67	26—24	11.05	16—14	5.95	46—44	2.12
14—9	20.99	42—41	15.63	12—10	10.93	15—12	5.93	35—34	2 00
10—7	20.70	23—19	15.44	23—21	10.92	22—19	5.88	29—28	1.86
		30—28	15.43	41—39	10.81	7—5	5.72	20—19	1.81
16—10	20.27	48—42	15.32	50—48	10.68	3—2	5.58	14—13	1.69
22—18	20.21	50—46	14.93	37—34	10.56	29—26	5.57	13—12	1.69
20—17	20.14	49—45	14.91	24—22	10.42	2—1	5.55	22—21	1.36
31—26	20.08	9—6	14.85			26—25	5.54	50—49	1.07
25—20	20.06	28—24	14.75	45—42	10.01	25—24	5.51	46—45	1.06
9—5	19.75	11—9	14.65	41—40	9.79	48—45	5.30	45—44	1.06
32—29	19.71	24—20	14.55	49—48	9.61	32—31	5.20	40—39	1.03
50—43	19.68	31—29	14.51	23—22	9.56	29—27	5.10	14—13	0.94
31—27	19.62	19—18	14.33	16—12	9.34	38—36	5.05	24—23	0.92
40—36	19.33	14—10	14.32	28—25	9.25	6—5	4.90	7—6	0.82
13—9	19.29	40—38	14.27	48—43	9.00	46—43	4.76	27—26	0.46
30—26	19.14	10—8	14.12	44—42	8.95	13—11	4.65		
21—18	18.85	9—7	14.03	15—11	8.89	21—19	4.52		
30—27	18.68	49—46	13.85	37—35	8.56	48—46	4.25		
49—43	18.61	23—20	13.64	33—30	8.51	15—13	4.24		

Zuurstof C, Huggins.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN I.

17—1	534.69	28—11	349.64	27—12	265.23	26—16	235.17	14—4	201.26
30—2	533.96	26—8	348.72	28—15	265.22	22—7	235.06	20—8	200.72
30—4	518.33	21—2	343.26	25—10	263.34	28—18	234.41	13—4	191.25
14—1	517.64	26—9	342.48	24—8	262.52	21—7	234.04	30—21	190.70
29—2	507.72	22—3	338.74	27—13	262.52	17—2	233.94	25—12	190.49
13—1	507.63	27—10	338.08	26—12	261.24	25—17	231.46	29—20	190.31
30—5	440.28	21—3	337.71	23—7	261.02	23—11	230.89	30—22	189.67
11—1	440.10	27—11	330.05	28—16	258.76	28—19	230.62	12—4	188.54
30—6	432.13	30—12	329.79	26—13	258.52	16—2	230.23	25—13	187.77
10—1	432.06	21—4	327.63	19—2	258.37	17—3	228.39	20—11	178.06
30—7	424.65	30—13	327.08	24—9	256.28	22—8	227.60	25—14	177.76
9—1	423.67	20—2	317.41	25—11	255.31	16—3	224.68	24—13	172.32
8—1	417.42	30—14	317.07	28—17	255.05	15—2	223.77	28—20	171.58
30—8	417.28	4—1	316.38	18—2	254.57	20—5	223.73	25—15	170.88
30—10	402.65	30—16	303.73	23—8	253.56	17—4	218.31	19—5	164.69
6—1	402.58	29—12	303.55	29—18	253.15	15—3	218.22	29—21	164.46
28—5	395.31	20—4	301.78	19—3	252.82	14—2	216.89	25—16	164.42
25—2	394.66	25—5	300.98	27—14	252.51	30—20	216.55	30—23	163.72
30—11	394.61	29—13	300.84	21—5	249.58	20—6	215.58	29—22	163.43
5—1	394.43	2—1	300.75	29—19	249.35	27—18	214.82	23—13	163.36
28—7	379.76	30—17	300.02	18—3	249.02	16—4	214.60	18—5	160.89
24—2	379.21	24—5	285.53	26—14	248.51	21—10	211.95	25—17	160.71
23—4	379.03	25—7	285.43	24—10	247.89	14—3	211.34	24—15	155.43
29—10	376.41	28—12	284.82	23—9	247.32	27—19	211.03	30—24	154.76
27—5	375.72	29—15	283.95	19—4	242.74	26—18	210.83	23—14	153.35
28—8	372.30	25—8	277.97	22—6	242.46	20—7	208.18	18—6	152.74
26—5	371.72	29—16	277.49	26—15	241.63	15—4	208.14	27—20	151.99
29—11	368.37	24—6	277.37	21—6	241.43	26—19	207.04	19—7	149.14
27—6	367.57	23—5	276.57	24—11	239.86	13—2	206.88	24—16	148.97
24—4	363.58	30—19	275.59	27—16	239.17	22—11	204.94	26—20	148.00
26—6	363.57	28—14	272.10	18—4	238.95	12—2	204.17	23—15	146.47
		25—9	271.73	23—10	238.93	21—11	203.91	28—21	145.73
				27—17	235.46	13—3	201.33	18—7	145.35

Zuurstof C, Huggins.

COÏNCIDEERENDE VERSCHILLEN VAN TRILLINGSGETALLEN II.

24—17	145.26	26—22	121.12	8—4	101.05	12—11	64.82	11—8	22.67
28—22	144.70	16—7	121.01	15—9	100.85	30—27	64.56	10—7	22.09
		22—15	120.52	20—14	100.52			9—6	21.09
17—5	140.26			14—8	100.21	19—13	51.49	18—17	20.63
22—12	140.12	21—15	119.49			25—21	51.39		
25—18	140.08	19—11	119.02	27—23	99.15	18—12	50.41	15—12	19.60
23—16	140.01	28—23	118.74	16—10	98.92	25—22	50.37	28—27	19.59
11—2	139.35							29—28	18.73
30—25	139.31	9—3	117.37	26—23	95.16	11—5	45.67		
21—12	139.09	17—8	117.26	12—7	94.94	30—28	44.97	17—14	17.05
		8—2	116.67	17—11	94.59			14—13	16.89
18—8	137.89	10—4	115.69	28—25	94.33	29—26	42.32	11—9	16.43
29—23	137.48	23—18	115.67	14—9	93.97	19—14	41.48	4—2	15.63
22—13	137.41	18—11	115.22	5—2	93.68			6—5	15.55
16—5	136.55	14—6	115.06	20—15	93.64	29—27	38.32	25—24	15.45
21—13	136.38	15—7	114.54	7—4	93.60	18—14	37.68	7—6	14.84
23—17	136.30	22—16	114.06			10—5	37.63	10—8	14.63
25—19	136.29	16—8	113.55	16—11	90.88	11—6	37.52	9—7	13.70
19—9	135.44	20—12	113.24	13—8	90.20			16—14	13.34
		13—5	113.20	27—24	90.19	24—22	34.92	14—12	12.72
17—6	132.11	29—25	113.07	22—18	89.71	19—15	34.60		
18—9	131.65	21—16	113.03			18—15	30.80	17—15	10.17
10—2	131.31			21—18	88.69	11—7	30.12	4—3	10.08
		23—19	111.88	5—3	88.13	17—12	29.77	14—13	10.01
29—24	128.52	8—3	111.12	12—8	87.48	10—6	29.48		
16—6	128.40	17—9	111.02	20—16	87.18	9—5	29.24	24—23	8.96
22—14	127.40	20—13	110.53	6—4	86.20			10—9	8.39
19—10	127.05	12—5	110.49	26—24	86.20	17—13	27.06	6—5	8.15
21—14	126.37	22—17	110.35	22—19	85.92	23—21	26.98	11—10	8.04
27—21	126.14	28—24	109.78	14—10	85.58	22—20	26.88	8—7	7.45
10—3	125.76	21—17	109.32	21—19	84.89	30—29	26.24	7—6	7.39
27—22	125.11	7—2	109.23	15—11	84.42	16—12	26.06	15—14	6.88
17—7	124.71			13—9	83.96	23—22	25.96	16—15	6.46
24—18	124.63	14—7	107.67	20—17	83.47	21—20	25.85	9—8	6.24
11—4	123.72	16—9	107.31					3—2	5.55
18—10	123.26	9—4	107.29	5—4	78.05	19—17	24.43		
14—5	123.21	15—8	107.09	14—11	77.54	25—23	24.41	27—26	3.99
9—2	122.92			25—20	77.25	18—16	24.34	19—18	3.79
26—21	122.14	17—10	102.63			28—26	23.58	17—16	3.71
15—6	121.94	12—6	102.34	13—10	75.57	16—13	23.35	13—12	2.71
24—19	121.34	6—2	101.83	27—25	74.74	8—5	22.99		

OVER DE DUBBELLIJNEN

IN DE SPECTRA VAN

NATRIUM, MAGNESIUM EN ALUMINIUM,

DOOR

V. A. JULIUS.

OVER DE

DUBBELLIJNEN IN DE SPECTRA

VAN

NATRIUM, MAGNESIUM EN ALUMINIUM,

DOOR

V. A. JULIUS.

1. In mijn verhandeling over de lineaire spectra der elementen heb ik verschillende gronden aangevoerd voor de meening, dat in die spectra som- en verschillijnen voorkomen.

Het schijnt mij toe, dat het bestaan van som- en verschillijnen, of in het algemeen het bestaan van combinatie-lijnen, ook tot zekere hoogte een verklaring geeft van het optreden van dubbellijnen, zooals men dit in enkele spectra onmiskenbaar waarneemt.

Stel toch, dat tot de primaire trillingen van een atoom trillingen behooren met trillingsgetallen α, β, p, q, r en s, alle te klein voor rechtstreeksche waarneming. Dan is het mogelijk, dat voor ons waarneembaar worden de secondaire trillingen met trillingsgetallen

$p+\alpha$	$q+\alpha$	$r+\alpha$	$s+\alpha$
$p+\beta$	$q+\beta$	$r+\beta$	$s+\beta$.

Indien nu het verschil $\beta - \alpha$ klein is, dan zien wij een reeks van vier dubbellijnen.

Heeft men primaire trillingen met trillingsgetallen α, β, γ, p, q, r en s, terwijl $\beta - \alpha$ evenals $\gamma - \beta$ kleine waarden hebben, dan krijgt men natuurlijk de volgende groepen, elk van drie lijnen:

$p + \alpha$	$q + \alpha$	$r + \alpha$	$s + \alpha$
$p + \beta$	$q + \beta$	$r + \beta$	$s + \beta$
$p + \gamma$	$q + \gamma$	$r + \gamma$	$s + \gamma$.

Het is duidelijk dat, als eenmaal het bestaan van combinatie-trillingen wordt aangenomen, nog op velerlei wijzen het voor den dag komen van een reeks dubbellijnen of drievoudige lijnen kan worden verklaard. De dubbellijnen kunnen ook verschillijnen zijn; het is mogelijk dat sommige dubbellijnen tot de secondaire, andere tot de tertiaire lijnen behooren; enz. Maar altijd zal men tusschen de trillingsgetallen van de leden der dubbellijnen, die tot dezelfde reeks behooren, hetzelfde verschil $\beta - \alpha$ moeten vinden.

2. Dergelijke reeksen dubbellijnen zullen waarschijnlijk in een groot aantal spectra bestaan; maar zij treden niet altijd duidelijk op den voorgrond, doordien de leden van een dubbellijn omgeven worden en gescheiden door andere lijnen.

Toen ik naging, bij welke spectra men onmiskenbaar een reeks dubbellijnen vindt, viel mij het aantal gevallen niet mede. Duidelijk uitgesproken is het verschijnsel, zoover ik weet, slechts in de spectra van natrium, magnesium, aluminium en thallium; van dit laatste element is dit eerst bekend sedert het onderzoek van CORNU, waarop ik straks terug kom.

Toch scheen het mij wel de moeite waard te onderzoeken, of in die bekende gevallen de waargenomen golflengten de verklaring toelaten, welke ik hierboven aanduidde; en dus met andere woorden, of de waargenomen golflengten het recht geven te meenen, dat het verschil tusschen de trillingsgetallen van de leden eener dubbellijn voor de geheele reeks constant is.

3. Om dit te onderzoeken is het niet voldoende uit de waargenomen golflengten eenvoudig de trillingsgetallen te berekenen en de verschillen der trillingsgetallen te vormen. Want men kent de golflengten niet volkomen nauwkeurig; het is zelfs moeielijk uit te maken, welke nauwkeurigheid men aan een zekere golflengte-bepaling mag toeschrijven. Bovendien, als men in alle golflengten een mogelijke fout φ aanneemt, dan hangt de mogelijke fout in het berekende trillingsgetal nog af van de grootte der golflengte. De afwijkingen, die de verschillen der trillingsgetallen vertoonen van een constante waarde, stellen ons niet dadelijk in de gelegenheid te beoordeelen of zij grooter zijn dan bestaanbaar is met de nauwkeurigheid, welke wij aan de golflengte bepalingen wenschen toe te kennen.

Ik ben daarom op de volgende wijze te werk gegaan.

In een eerste kolom A heb ik opgenomen de waargenomen golflengten voor de reeks dubbellijnen; in een tweede kolom B vindt men de verschillen tusschen de waargenomen *golflengten* van de leden der dubbellijnen; in een derde kolom C heb ik geplaatst hypothetische golflengten, die, als zij werkelijk gevonden waren, een constant verschil zouden opleveren tusschen de trillingsgetallen der leden van de dubbellijnen; in een vierde kolom D vindt men de verschillen tusschen de hypothetische golflengten; in een vijfde kolom E de trillingsgetallen, die overeenkomen met de hypothetische golflengten; in een zesde kolom F eindelijk het constante verschil tusschen de hypothetische trillingsgetallen.

Om te beoordeelen, of men het verschil tusschen de trillingsgetallen van de leden der dubbellijnen constant mag onderstellen, heeft men eigenlijk slechts de kolom B met de kolom D te vergelijken. De hypothetische golflengten in kolom C opgenomen, zijn namelijk min of meer willekeurig gekozen; op het verschil tusschen die golflengten komt het aan. Want kiest men de golflengten eenigszins anders, maar blijft het verschil tusschen de golflengten onveranderd, dan behoudt ook het verschil tusschen de trillingsgetallen dezelfde waarde. Zoo geven bijv. de golflengten 5687,2 en 5681,6 een verschil tusschen de trillingsgetallen 1,73; maar ditzelfde verschil geven ook de golflengten 5687,6 en 5682,0.

Nu komt het mij voor, dat men in den regel aan het verschil tusschen de waargenomen golflengten van een dubbellijn grooter nauwkeurigheid moet toeschrijven, dan aan elk der golflengten op zich zelve, en in het algemeen aan het verschil tusschen de waargenomen golflengten van twee dicht bij elkander gelegen lijnen grooter nauwkeurigheid dan aan elk der golflengten op zich zelve.

Het is maar de vraag, welke nauwkeurigheid zulk een verschil geacht moet worden te hebben.

Het best krijgt men, dunkt mij, hieromtrent een meening, door de waarnemingen van verschillende personen te vergelijken. Hiertoe leent zich zeer goed een werk als dat van KAYSER, *Lehrbuch der Spektralanalyse* (Berlin, SPRINGER, 1883), waarin de uitkomsten van verschillende waarnemers naast elkander geplaatst zijn; of wel de verzameling golflengte-tafels, voorkomende in *Report of the British Association for the advancement of science*, 1884 en 1885, die eerst onlangs onder mijn aandacht kwam en dikwijls vollediger is dan het werk van KAYSER.

Nu leert men uit dergelijke tafels talrijke gevallen kennen, waarin bij een verschil in golflengte van twee naast elkander liggende lijnen ten bedrage van

5 tot 10 eenheden, de eene waarnemer een verschil vindt dat 1 eenheid grooter is dan het verschil volgens een anderen waarnemer.

Het komt mij daarom voor dat, als het verschil tusschen de hypothetische golflengten der leden eener dubbellijn (hetwelk aan het verschil der trillingsgetallen een constante waarde geeft) niet meer dan 0,5 eenh. afwijkt van het waargenomen verschil, men geen bezwaar behoeft te maken tegen de onderstelling, dat het verschil tusschen de trillingsgetallen in werkelijkheid constant is. Een enkele maal zal zelfs de afwijking iets grooter mogen zijn.

Ik wensch nu de uitkomsten mede te deelen van het onderzoek achtereenvolgens voor natrium, magnesium, aluminium en thallium.

4. In het spectrum van natrium vindt men een betrekkelijk groot aantal dubbellijnen. Behoudens een enkele uitzondering treden alle in dit spectrum waargenomen lijnen als dubbellijnen op. Maar niet *alle* dubbellijnen kunnen geacht worden tot één reeks te behooren.

De tabel in *Report Br. Ass.* 1884, p. 443 vermeldt 13 dubbellijnen en 3 op zich zelve staande lijnen. Het schijnt mij toe, dat 10 dubbellijnen deel uit maken van dezelfde reeks. Onder deze behooren ook de D-lijnen.

Daar de golflengten der D-lijnen door Ångström met bijzondere zorg bepaald zijn, heb ik ze als uitgangspunt gekozen voor het onderzoek. Ik heb het verschil berekend tusschen de trillingsgetallen der D-lijnen, en aangenomen, dat ditzelfde verschil behoort te bestaan tusschen de trillingsgetallen van de leden der dubbellijnen, die met de D-lijnen tot dezelfde reeks behooren.

In de toegevoegde tabel kan men zien, door vergelijking van de kolommen B en D, dat in de meeste gevallen het verschil tusschen de waargenomen golflengten slechts weinig afwijkt van het verschil tusschen de hypothetische golflengten. Slechts in één geval bedraagt de afwijking meer dan 0,5 eenh., namelijk bij de 2de groep; maar omtrent deze groep mag wel opgemerkt worden, dat Huggins voor de golflengten eenigszins andere waarden heeft gevonden (aan den voet der tabel vermeld) als Thalèn en dat bij Huggins het verschil tusschen de golflengten iets grooter is.

Huggins en Thalèn verschillen ook merkbaar ten opzichte van de 6de groep; indien de waarneming van Thalèn nauwkeurig is, kan de 6de groep niet tot de reeks behooren.

Het is intusschen van eenigszins ondergeschikt belang of tot de reeks dubbellijnen 10 dan wel 9 of 8 groepen gebracht moeten worden. Hoofdzaak is, dunkt mij, dat de toegevoegde tabel omtrent natrium alleszins recht geeft tot de meening, dat in het spectrum een reeks dubbellijnen voorkomen, waarvan de leden een constant verschil in trillingsgetal hebben.

5. Het magnesium-spectrum bevat een lang bekende groep van drie lijnen, die ook omgekeerd in het zonnespectrum zijn waargenomen (de *b*-lijnen) en waarvan de golflengten door ÅNGSTRÖM met groote nauwkeurigheid zijn bepaald.

Later heeft men bemerkt dat in het ultra-violet de drievoudige lijn zich verscheidene malen herhaalt.

In de tabel magnesium vindt men opgenomen 10 drievoudige lijnen; hieronder zijn begrepen *alle* drievoudige lijnen, die als zoodanig door de verschillende waarnemers zijn herkend; en bovendien nog één (de 7de groep), die niet als zoodanig onderkend is geworden, omdat de lijnen 2780,2 en 2776,9 nog gescheiden worden door een lijn 2778,7, welke aan de groep vreemd is.

Ik heb de golflengten der *b*-lijnen, zooals zij bepaald zijn door ÅNGSTRÖM, aangewend tot berekening van de constante verschillen tusschen de trillingsgetallen der opeenvolgende leden van de drievoudige lijn; en vervolgens wederom afgeleid, welke hypothetische golflengten hieruit voortvloeien voor de overige groepen.

Gaat men nu de kolommen B en D na, dan is het zeker opvallend, dat over het geheel de afwijking tusschen het hypothetisch verschil en het waargenomen verschil gering is. Een enkele maal, waar de afwijking wat grooter wordt, zooals bijv. in de 5de groep of in de 3de groep, vindt men dit opmerkelijke, dat als de afwijking voor het verschil van de 2de lijn en de 3de lijn merkbaar is, daarentegen de afwijking voor het verschil van de 1ste en de 2de lijn zeer gering is, of wel omgekeerd.

Ik geloof, dat uit de tabel magnesium ook vrij overtuigend blijkt, dat werkelijk de trillingsgetallen van de leden der drievoudige lijnen een constant verschil hebben.

6. Op de dubbellijnen in het spectrum van aluminium werd mijn aandacht het eerst gevestigd door een verhandeling van CORNU *. CORNU vond in het ultra-violette spectrum een reeks van 7 dubbellijnen. Zooals ik in mijn verhandeling † over de lineaire spectra der elementen uitvoeriger besproken heb, geeft hij voor de golflengten der leden van deze reeks de volgende empirische formules:

$$\lambda_1 = 473{,}0 + 0{,}43783\,h \qquad \lambda_2 = 471{,}8 + 0{,}43678\,h.$$

---

* CORNU, Sur les raies spectrales spontanément renversibles et l'analogie de leurs lois de répartition et d'intensité avec celles des raies de l'hydrogène, *C. R.* 100, p. 1181 (1885).

† Zie die verhandeling, p. 15.

Hierin stellen λ_1 en λ_2 de golflengten voor van de leden eener dubbellijn; h is de golflengte van een waterstof-lijn (van G' tot δ van HUGGINS).

CORNU vergenoegt zich met de mededeeling van deze empirische formules; hij geeft niet de rechtstreeks door hem gemeten golflengten, wat ik met het oog op mijn onderzoek betreur. Alleen zegt hij dat de afwijkingen tusschen de waarden, uit de empirische formules voortvloeiende, en de gemeten waarden binnen de grenzen der waarnemingsfouten vallen. Gelukkig voegt hij er uitdrukkelijk bij, dat voor de golflengten der waterstof-lijnen de waarden gebruikt zijn, welke HUGGINS heeft gevonden, terwijl hij zelf in een ander stuk * de waarden van HUGGINS (ter vergelijking met de door hem zelven bepaalde) mededeelt. Er kan dus althans geen twijfel zijn omtrent de waarden van de grootheden h in die empirische formules.

Ik heb dan ook de golflengten der 7 dubbellijnen uit die empirische formules berekend; men vindt de uitkomsten in de tabel voor aluminium. Deze zijn bevredigend in overeenstemming met de teekening, welke CORNU van dit gedeelte van het aluminium-spectrum geeft.

Ik kwam tot het vermoeden, dat er wel meer dubbellijnen in het spectrum van aluminium zouden voorkomen, hoewel in de opgaven van KAYSER daarvan niet veel te bespeuren was. Maar in de tafels van *Report Br. Ass.* 1884, p. 356 vond ik er verschillende; onder deze ook, die klaarblijkelijk identisch waren met eenige van de dubbellijnen, waarop CORNU meer in het bijzonder de aandacht had gevestigd.

In de tabel aluminium vindt men een reeks van 11 dubbellijnen; wanneer verschillende waarnemers dezelfde dubbellijn onderzocht hebben, zijn de metingen van allen opgenomen.

Terwijl in het spectrum van natrium de D-lijnen, en in het spectrum van magnesium de b-lijnen aangewezen waren tot het berekenen van het constante verschil tusschen de trillingsgetallen, bestaat er hier zulk een aanwijzing niet. Ik heb daarom een min of meer willekeurigen greep gedaan, en de bepalingen van HARTLEY en ADENEY omtrent de 1ste en de 2de groep als de meest vertrouwbare beschouwd.

Bij vergelijking van de kolom B met de kolom D zal men moeten erkennen, dat in geen enkel geval de afwijking een bedrag heeft, hetwelk zich verzet tegen de meening, dat het verschil tusschen de trillingsgetallen der dubbellijnen constant is.

---

* CORNU, Sur le spectra ultra-violet de l'hydrogène, *Journal de Physique* 5 [2], p. 353 (1886).

7. Ook in het ultra-violette spectrum van thallium heeft CORNU een reeks dubbellijnen gevonden, die hij in verband wist te brengen met de waterstof-lijnen.

Voor de thallium-lijnen geeft hij de empirische formules:

$$\lambda_1 = 946{,}1 + 0{,}29776\,h \qquad \text{en} \qquad \lambda_2 = 1113{,}1 + 0{,}75294\,h.$$

Ook hier geen mededeeling van de rechtstreeks gemeten golflengten. Dit spijt mij te meer, omdat er noodzakelijk in deze empirische formules een drukfout moet schuilen. De verhandeling van CORNU, die eerst in de *Comptes Rendus* verscheen, is later ook in het *Journal de Physique* opgenomen *; maar daar vindt men de drukfout terug.

Ik vermoed, dat de fout zit in den factor 0,75294 van de uitdrukking voor λ_2; berekent men namelijk λ_2, dan vindt men uitkomsten die ongetwijfeld veel te groot zijn en geheel in strijd met de teekening van CORNU. Ik heb wel een onderstelling gewaagd, namelijk dat de factor moest zijn 0,25294; maar ook dan kreeg ik geen bevredigende overeenstemming met de teekening.

Daar ik in *Report Br. Ass.* 1885, p. 297 in het thallium-spectrum geen duidelijke aanwijzing omtrent dubbellijnen vond, heb ik het thallium-spectrum moeten laten rusten.

Toch vermeld ik dat, afgaande op de *teekening* van CORNU, het mij *niet* waarschijnlijk voorkomt, dat ook de trillingsgetallen der thallium-lijnen een constant verschil opleveren. Maar de cijfers der waargenomen golflengten kunnen hierin toch eerst de beslissing brengen.

8. Wil men aannemen, dat in elk der spectra van natrium, magnesium en aluminium een reeks dubbellijnen voorkomt, waarvan de trillingsgetallen een constant verschil geven, dan wordt, zooals ik reeds opmerkte, het optreden van die dubbellijnen tot zekere hoogte verklaard door de onderstelling, dat er combinatie-trillingen worden waargenomen. Maar omgekeerd ontvangt nu ook de onderstelling, dat er combinatie-trillingen in het spel zijn, door het bestaan van deze dubbellijnen een onmiskenbaren steun.

---

* *Journal de Physique* 5 [2], p. 93.

NATRIUM.

Groepnommer.	WAARGENOMEN.			HYPOTHETISCH.			
	Waarnemer.	A Golflengte.	B Verschil.	C Golflengte.	D Versehil.	E Trillingsgetal.	F Verschil.
1	Abney.....	8199 8187	12	8198.9 8187.2	11.7	1219.68 1221.42	1.74
2	Thalèn.....	6160.2 6154.4	5.8	6160.5 6154.0	6.5	1623.24 1624.96	1.72
3	Ångström.....	5895.13 5889.12	6.01	5895.13 5889.12	6.01	1696.33 1698.06	1.73
4	Thalèn.....	5687.3 5681.5	5.8	5687.2 5681.6	5.6	1758.34 1760.07	1.73
5	Liveing en Dewar.	5673.6 5668.6	5.0	5673.8 5668.3	5.5	1762.49 1764.20	1.71
6	Huggins.....	5154 5149	5	5153.8 5149.2	4.6	1940.32 1942.05	1.73
7	Liveing en Dewar.	4751.4 4747.5	3.9	4751.5 4747.5	4.0	2104.60 2106.33	1.73
8	Liveing en Dewar.	4667.5 4663.7	3.8	4667.5 4663.7	3.8	2142.48 2144.22	1.74
9	Liveing en Dewar.	4423.0 4419.5	3.5	4423.0 4419.6	3.4	2260.91 2262.65	1.74
10	Liveing en Dewar.	4393 4390	3	4393 1 4389.8	3.3	2276.30 2278.01	1.71

De golflengten, onder Abney opgegeven, zijn ontleend aan Kayser, *Lehrbuch der Spektralanalyse*, p. 304; de overige, in het bijzonder de golflengten van de D-lijnen volgens Ångström, zijn overgenomen uit de tafels van golflengten, voorkomende in *Report of the British Association for the advancement of science*, 1884, p. 351 en p. 443.

Daar vindt men nog vermeld, dat door Huggins gevonden is:

2de groep $\begin{cases}6155\\6149\end{cases}$; 4de groep $\begin{cases}5687\\5681\end{cases}$. Evenzoo, dat door Thalèn gevonden is voor de 6de groep $\begin{cases}5155.0\\5152,7\end{cases}$.

MAGNESIUM.

Groepnommer.	WAARGENOMEN.			HYPOTHETISCH.			
	Waarnemer.	A Golflengte.	B Verschil.	C Golflengte.	D Verschil.	E Trillingsgetal.	F Verschil.
1	Ångström.....	5183.10 5172.16 5166.88	10.94 5.28	5183.10 5172.16 5166.88	10.94 5.28	1929.35 1933.43 1935.40	4.08 1.97
2	Hartley en Adeney.	3837.9 3832.1 3829.2	5.8 2.9	3838.0 3832.0 3829.1	6.0 2.9	2605.52 2609.60 2611.58	4.08 1.98
3	Hartley en Adeney.	3336.2 3331.8 3329.1	4.4 2.7	3336.1 3331.6 3329.4	4.5 2.2	2997.51 3001.56 3003.54	4.05 1.98
4	Hartley en Adeney.	3096.2 3091.9 3089.9	4.3 2.0	3095.9 3092.0 3090.1	3.9 1.9	3230.08 3234.15 3236.14	4.07 1.99
5	Liveing en Dewar..	2942 2938.5 2937.5	3.5 1.0	2942.3 2938.8 2937.1	3.5 1.7	3398.70 3402.75 3404.72	4.05 1.97
6	Hartley en Adeney.	2851.2 2847.9 2845.9	3.3 2.0	2851.1 2847.8 2846.2	3.3 1.6	3507.42 3511.48 3513.46	4.06 1.98
7	Hartley en Adeney.	2780.2 2776.9 2775.5	3.3 1.4	2780.25 2777.0 2775.5	3.25 1.5	3596.93 3601.01 3602.95	4.08 1.94
8	Liveing en Dewar..	2736 2732.5 2731	3.5 1.5	2735.75 2732.7 2731.25	3.05 1.45	3655.30 3659.38 3661.33	4.08 1.95
9	Liveing en Dewar..	2698 2695 2693.5	3 1.5	2697.95 2695.0 2693.55	2.95 1.45	3706.52 3710.58 3712.57	4.06 1.99
10	Liveing en Dewar..	2672.5 2670 2668.5	2.5 1.5	2672.7 2669.8 2668.4	2.9 1.4	3741.53 3745.60 3747.56	4.07 1.96

De opgegeven golflengten, in het bijzonder die van de *b*-lijnen volgens Ångström, zijn ontleend aan de tafels van golflengten, voorkomende in *Report of the British Association for the advancement of science* 1884, p. 351 en p. 420. — Daar vindt men nog vermeld, dat door Cornu gevonden is:

2de groep { 3837,6 / 3831,5 ; / 3829,0 — 3de groep { 3334,2 / 3330,0 ; / 3327,0 — 4de groep { 3095,6 / 3091,9 / 3090,0

Evenzoo, dat door Liveing en Dewar gevonden is: 7de groep { 2780,7 / 2778,2. / 2776,9

ALUMINIUM.

Groepnommer.	WAARGENOMEN.			HYPOTHETISCH.			
	Waarnemer.	A Golflengte.	B Verschil.	C Golflengte.	D Verschil.	E Trillingsgetal.	F Verschil.
1	Hartley en Adeney	3960.9 3943.9	17.0	3960.9 3943.9	17.0	2524.68 2535.88	11.20
	Cornu	3960.5 3943.2	17.3				
2	Hartley en Adeney	3091.9 3081.2	10.7	3091.9 3081.2	10.7	3234.26 3245.49	11.23
	Cornu	3091.6 3080.6	11.0				
3	Hartley en Adeney	2659.3 2651.2	8.1	2659.2 2651.3	7.9	3760.53 3771.74	11.21
	Liveing en Dewar.	2659.8 2652.0	7.8				
4	Hartley en Adeney	2574.1 2566.9	7.2	2574.2 2566.8	7.4	3884.70 3895.90	11.20
	Liveing en Dewar.	2574.5 2567.5	7.0				
5	Hartley en Adeney	2373.3 2367.2	6.1	2373.2 2366.9	6.3	4213.72 4224.94	11.22
	Liveing en Dewar.	2373.2 2366.9	6.3				
	Cornu *	2373.2 2367.4	5.8				

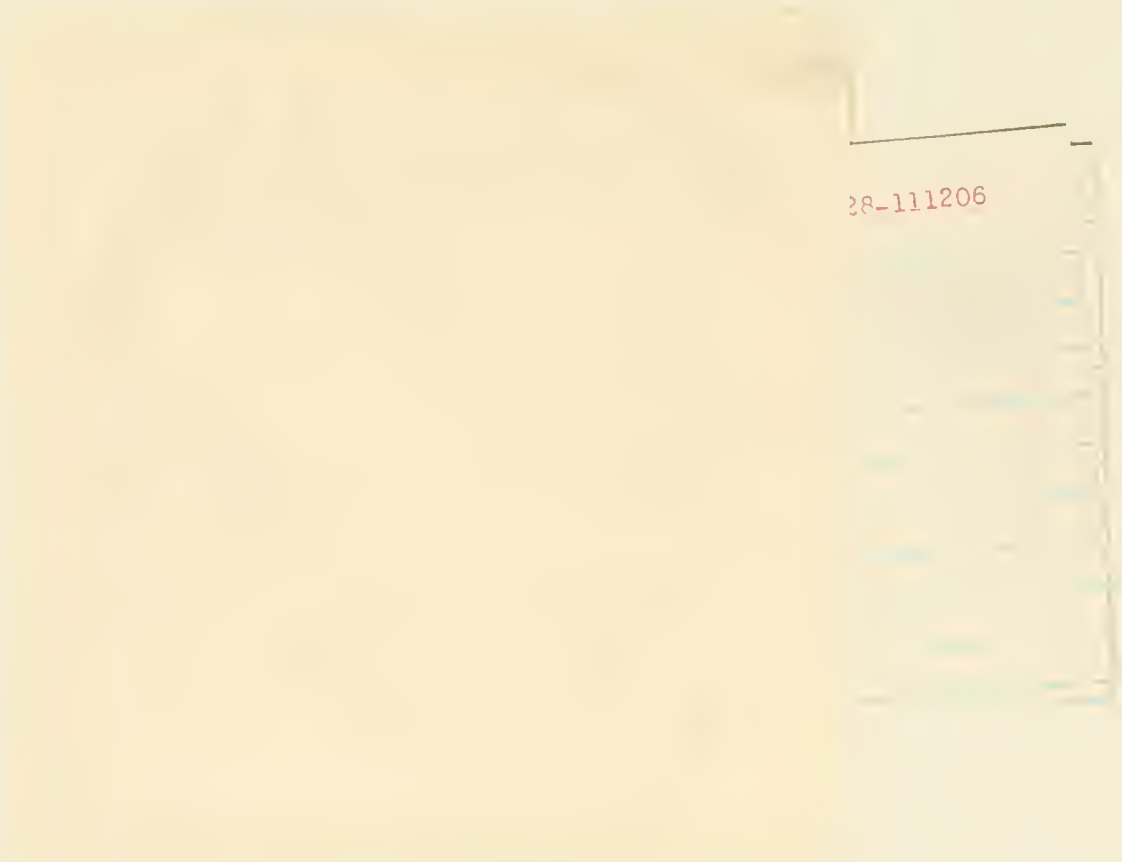
ALUMINIUM.

Groepnummer.	WAARGENOMEN.			HYPOTHETISCH.			
	Waarnemer.	A Golflengte.	B Verschil.	C Golflengte.	D Verschil	E Trillingsgetal.	F Verschil.
6	Liveing en Dewar.	2268.7 2263.1	5.6	2268.75 2263.0	5.75	4407.71 4418.91	11.20
	Cornu *.....	2268.5 2263.0	5.5				
7	Liveing en Dewar.	2210 2205	5	2210.76 2205.3	5.46	4523.33 4534.53	11.20
	Cornu *.....	2210.7 2205.3	5.4				
8	Cornu *.....	2175.0 2169 8	5.2	2175.0 2169.7	5.3	4597.70 4608.93	11.23
9	Cornu *.....	2151.6 2146.4	5.2	2151.58 2146.4	5.18	4647.75 4658.96	11.21
10	Cornu *.....	2134.6 2129.4	5.2	2134.5 2129.4	5.1	4684.94 4696.16	11.22
11	Cornu *.....	2122.5 2117.4	5.1	2122.45 2117.4	5 05	4711.54 4722.77	11.23

De golflengten opgegeven onder Cornu* zijn berekend uit zijn empirische formules

$$\lambda_1 = 473{,}0 + 0{,}43783\,h \text{ en } \lambda_2 = 471{,}8 + 0{,}43678\,h;$$

de overige zijn ontleend aan *Report of the British Association for the advancement of science* 1884, p. 356.



AMNH LIBRARY
100127163